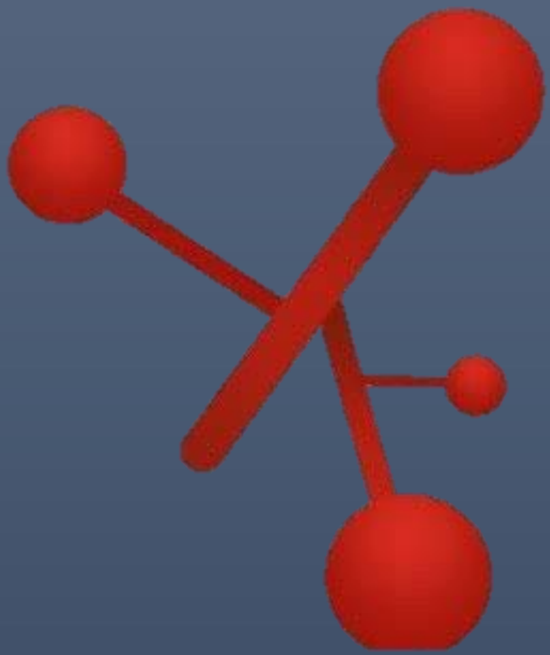
CEPA LOS LLANOS (ALBACETE) CURSO 2023/2024



MÓDULO 1

Ámbito Científico y Tecnológico

Parte nº 1. Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula.

Parte nº 2. Abstracción del álgebra. Concepto de entidad viva.

Parte nº 3. La investigación en la ciencia. La energía. Dispositivos digitales.

- Í N D I C E –

ÍNDICE

Tema 1

NÚMEROS NATURALES Y NÚMEROS ENTEROS.

1. Números y operaciones.

1.1. El número natural.

El **sistema de numeración decimal** permite escribir cualquier número con diez símbolos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9

Estos diez símbolos se llaman **cifras** o dígitos.

En un número, el valor de cada cifra depende de la posición que ocupa: unidades, decenas, centenas, unidades de mil o de millar, decenas de millar...

Para contar los objetos y los seres que nos rodean empleamos los **números naturales (N)**. Los números naturales son infinitos.

N ={0,1,2,3,4,5,.......,43,44,45,.......,1528,1529,1530,1531,............}

Lectura y escritura de números naturales

Primero se separan las cifras de tres en tres empezando por la derecha. Después se leen de izquierda a derecha como si fuesen números de tres cifras. Y se añaden las palabras mil, millones, billones, trillones,... donde corresponda.

Según indica la **Real Academia Española** al escribir números de más de cuatro cifras, se agruparán estas de tres en tres, empezando por la derecha, y separando los grupos por espacios en blanco: 8 327 451 (y no por puntos o comas). Los números de cuatro cifras se escriben sin espacios de separación: 2458. Hasta el número treinta siempre se escribe con una sola palabra.

Comparación de números naturales

Dados dos números naturales cualesquiera se cumplirá una de las siguientes opciones:

- El primero es menor que el segundo. Menor que…. <
- El primero es igual que el segundo. Igual que… =
- El primero es mayor que el segundo. Mayor que… >

1.Señala cuáles de las siguientes preguntas se responderían mejor con números naturales:

a) La temperatura de tu pueblo en época veraniega.
b) La temperatura del Polo Norte en enero.
c) La altura de una persona en metros.
d) El peso de un jamón ibérico en kilos

2.Asocia a cada enunciado con un número:

a) Dos centenas, cuatro decenas y seis unidades
b) Cuarenta y cinco mil seiscientos trece
c) Cuarenta y cinco mil trece
d) Cuatro decenas de mil, cinco unidades de mil, ocho centenas, cinco decenas
e) Veintisiete centenas

3. Asocia a cada enunciado con un número:

a) Doscientas treinta mil cuatrocientas cincuenta y tres
b) Seis decenas de millar, cinco centenas, tres decenas y una unidad
c) Dos millones trescientos mil cinco
d) Dos millones trescientos cincuenta mil
e) Cuarenta mil cinco
f) Treinta centenas, dos decenas, 9 unidades
g) Veintisiete millones cuarenta y dos

Operaciones con números naturales

Suma

Los números que se suman se llaman **sumandos**. Un paréntesis indica la suma que se realiza primero.

La suma de números naturales tiene las siguientes **propiedades**:

- **Conmutativa**: El orden de los sumandos no altera la suma.a+b=b+a
- **Asociativa**: Se pueden asociar de cualquier modo los sumandos sin alterar la suma.

  a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c).

Resta

Los números que intervienen en una resta se llaman **minuendo, sustraendo y diferencia**:

Minuendo−Sustraendo=Diferencia

Multiplicación y división

La multiplicación de un número a, mayor que 1, por otro b es la suma de a sumandos iguales al número b. Se expresa axb o a·b; a y b se llaman **factores**.

PROPIEDADES:

- **Conmutativa**: a·b=b·a
- **Asociativa**: (a·b)·c=a·(b·c)=a·b·c

La división es la operación contraria a la multiplicación y se expresa a:b o a/b.a:b=c significa que a=b·c;

a es el dividendo, b el divisor y c el cociente.

Muchas veces la división **no es exacta**. Por ejemplo, 45:8 no es una división exacta porque 8·5=40y 8·6=48; entonces 45 entre 8 tiene de cociente 5 y de resto 45−40=5.

Jerarquía de las operaciones

El orden para realizar operaciones es:

1) Operaciones entre paréntesis
2) Multiplicaciones y divisiones
3) Sumas y restas

Si solo hay multiplicaciones y divisiones o solo hay sumas y restas, se realizan de izquierda a derecha.

Otras propiedades

- • Elemento neutro para la suma: 0. 0+a=a
- • Elemento neutro para el producto: 1. 1·a=a
- • Propiedad distributiva: a·(b+c)=a·b+a·c
- • 0·a=0

PARA SABER MÁS

Acceder a este enlace para hacer más ejercicios

https://matematicasies.com/-Naturales-?debut_articles=0#pagination_articles

4. En un edificio de 12 plantas hay 9 ventanas en cada planta, cada ventana tiene cuatro cristales; si cada cristal cuesta 25 euros, ¿cuánto cuestan los cristales de todo el edificio?

5. Relaciona los siguientes elementos:

a) Elemento neutro para el producto
b) Propiedad distributiva
c) Propiedad conmutativa de la suma
d) Propiedad conmutativa de la multiplicación
e) Propiedad asociativa de la suma
f) Propiedad asociativa de la multiplicación

Potencias de exponente natural. Raíces cuadradas

¿De cuantas maneras diferentes te puedes poner dos camisetas y dos pantalones?

Por cada camisa dos pantalones, como son dos camisas $(+2)\cdot(+2)=(+2)^2=4$ formas diferentes.

Una **potencia** es un <u>producto de factores iguales</u>. El número que se repite se llama **base** y el númerode veces que se repite la base se llama **exponente**.

a) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ "5 elevado al cuadrado”.

b) $4^3 = 4\times 4\times 4 = 64$ "4 elevado al cubo"

La **raíz cuadrada** exacta de un número es otro número que elevado al cuadrado es igual al númerodado.

4 es el cuadrado de 2, $2^2= 4$, luego 2 es la raíz cuadrada de 4, $\sqrt{4} = 2$

25 es el cuadrado de 5, $5^2 = 25$, luego 5 es la raíz cuadrada de 25, $\sqrt{25} = 5$

6. ¿Cuál es el resultado de la raíz cuadrada de 5^2?

7. Escribe en forma de potencias:

a) 3 x 3 x 3 x 3 =
b) 10 x 10 =
c) 16 x 16 x 16 =
d) m x m x m =

8. Calcula:

a) 5^2 ; 5^3

b) 2^2 ; 2^3 ; 2^4 ; 2^5

c) 3^2 ; 3^3 ; 3^4

9. Halla los números cuyos cuadrados sean:

a) $(\ )^2 = 9$ c) $(\ )^2 = 64$ e) $(\ )^2 = 100$

b) $(\ )^2 = 49$ d) $(\ )^2 = 121$ f) $(\ )^2 = 81$

10. Calcula:

$\sqrt{1} =$ $\sqrt{16} =$ $\sqrt{49} =$

$\sqrt{4} =$ $\sqrt{9} =$ $\sqrt{25} =$

$\sqrt{36} =$ $\sqrt{64} =$ $\sqrt{81} =$

$\sqrt{121} =$ $\sqrt{196} =$ $\sqrt{225} =$

$\sqrt{169} =$ $\sqrt{400} =$ $\sqrt{900} =$

Múltiplos y divisores de un número natural

Los **múltiplos** de un número son los que se obtienen al multiplicar dicho número por todos los números naturales salvo el 0. Puesto que hay infinitos números naturales, un número tiene infinitos múltiplos.

Para saber si un número es múltiplo de otro, simplemente debes hacer la división y comprobar que el cociente es un número natural y el resto de la división es cero.

Ejemplo:

El número 364 es múltiplo de 7. Observa que 364 = 52 · 7.

$$\begin{array}{r|l} 364 & 7 \\ \hline 0 & 52 \end{array}$$

Ejemplo:
Obtén cinco múltiplos de 15. Los múltiplos de 15 son los números que se obtienen al multiplicar 15 por los naturales; es decir:
15 · 1 = 15 15 · 2 = 30 15 · 3= 45 15 · 4 = 60 15 · 5 = 75...

Los **divisores** de un número natural son aquellos números que se pueden dividir entre él, siendo el resto cero.

Ejemplo:

"El número 7 es divisor de 364"; también se dice que "el número 364 es divisible entre 7", ya que al dividir 364 entre 7 el resto es 0.

$$\begin{array}{r|l} 364 & 7 \\ \hline 0 & 52 \end{array}$$

El número 7 es divisor de 364"; también se dice que "el número 364 es divisible entre 7", ya que al dividir 364 entre 7 el resto es 0.

Para saber si un número es divisor de otro solo tienes que hacer la división y comprobar si el resto es cero.

Ejemplo:

"El número 3 no es un divisor del 521"; o "el número 521 no es divisible entre 3", ya que el resto de la división no es 0.

$$\begin{array}{r|l} 521 & 3 \\ \hline 22 & 173 \\ 11 & \\ 2 & \end{array}$$

Ejemplo:
¿Cuáles son los divisores de 15? Son números entre los que podemos dividir el 15 siendo el resto 0. Debemos probar entre los números más pequeños que el 15. Evidentemente, el 15 lo puedes dividir entre 15, entre 5, entre 3 y entre 1, dando el resto 0. Luego los divisores del 15 son el 1, el 3, el 5 y el 15.

Observa que "un número tiene infinitos múltiplos, pero solo unos cuantos divisores".

11. Contesta:
a) ¿Es 50 múltiplo de 6?
b) ¿6 es divisor de 240?
c) ¿El número 17 es divisible por 3?¿y por 2?
d) Escribe dos divisores de 12

12. Escribe seis múltiplos de cada uno de estos números: 8, 7, 4 y 15.
13. Escribe todos los divisores de los números: 45, 36, 25 y 60

Criterios de divisibilidad

¿Cómo buscar los divisores de un número?

Para buscar los divisores de un número es conveniente que conozcas las **reglas de divisibilidadde 2, 3 y 5:**

- ✓ Un número es divisible por **dos** si acaba en cero o cifra par.
- ✓ Un número es divisible por **cinco** si acaba en cero o en cinco.
- ✓ Un número es divisible por **3** cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

14. Practica realizando el siguiente ejercicio:

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/1esomatematicas/1quincena2/1q2_ejercicios_resueltos_1d.htm

15. De los siguientes números, señala cuales son divisibles entre 3. Recuerda que tienes que hacer la división y comprobar si el resto es 0, o bien aplicar la regla del 3

a) 134
b) 231
c) 3421
d) 7410

16. Dados los números 121, 7392, 6061, 4320, 1915, 3276, 428, 505, 400, 936 indica, empleando los criterios de divisibilidad.

a) cuales son divisibles por 2:
b) cuáles son divisibles por 3:
c) cuáles son divisibles por 5:

17. ¿Cuál es el valor que debe tener la letra a para que los números siguientes sean divisibles por 3?

a) 2 *a* 46:

b) 301 *a:*

c) 413 *a :*

d) *a* 314

18. Contesta, sin realizar la división, si los números 102, 210, 387, 225, 360, 121 y 3600 son múltiplos de 2, 3 y 5.

Números primos y compuestos

Un número natural distinto de 1 es número **primo** si sólo tiene como divisores el 1 y él mismo.Un número natural es **compuesto** si tiene otros divisores además del 1 y de él mismo.

Ejemplo:

13 es primo, sus divisores son 1 y 13

12 es compuesto, sus divisores son 1, 2, 3, 4, 6, 12

Hay un método básico para obtener los números primos menores que 100 que se llama la **"Criba de Eratóstenes**". Consiste en escribir los números del 1 al 100 e ir tachando sucesivamente todos los múltiplos de 2, de 3, de 5, de 7...

Este es el resultado:

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
						67			
		73						79	
		83						89	
						97			

OBSERVA ESTA ANIMACIÓN:

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sieve_of_Eratosthenes_animation.gif

19. De los siguientes números señala cuales son primos: 43, 47, 49, 55, 74, 83, 96, 107, 121.

Descomposición de un número en factores primos

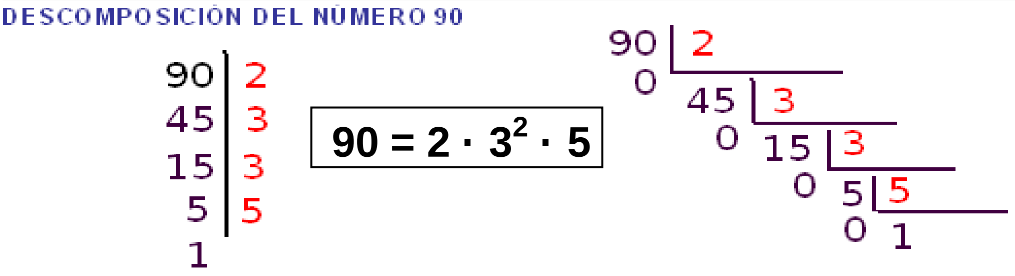
Gauss demostró que cualquier número se puede descomponer de forma única en productos de potencias de factores primos (salvo el orden de los factores).

Para hacer la descomposición usamos un esquema muy sencillo que conocerás a través del siguiente ejemplo: vamos a descomponer el número 90.

Aplicando las reglas de divisibilidad observamos que el 90 es divisible entre 2, entre 3 y entre 5.

Vamos dividiendo el 90 entre sus divisores comenzando por el más pequeño y reflejamos los resultados en el siguiente esquema:

Para descomponer un número en factores primos se divide por el menor número primo del que sea múltiplo. Lo mismo se hace con los cocientes que se vayan obteniendo



20. Practica la descomposición de números con este ejercicio:

http://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_1eso_multiplos_y_divisores-JS/1q2_ejercicios_resueltos_2c.htm

21. Haz la descomposición en factores primos de 40, 50, 60, 100, 240, 180, 75, 2250, 1400, 1690, 1440, 2560.

Mínimo común múltiplo

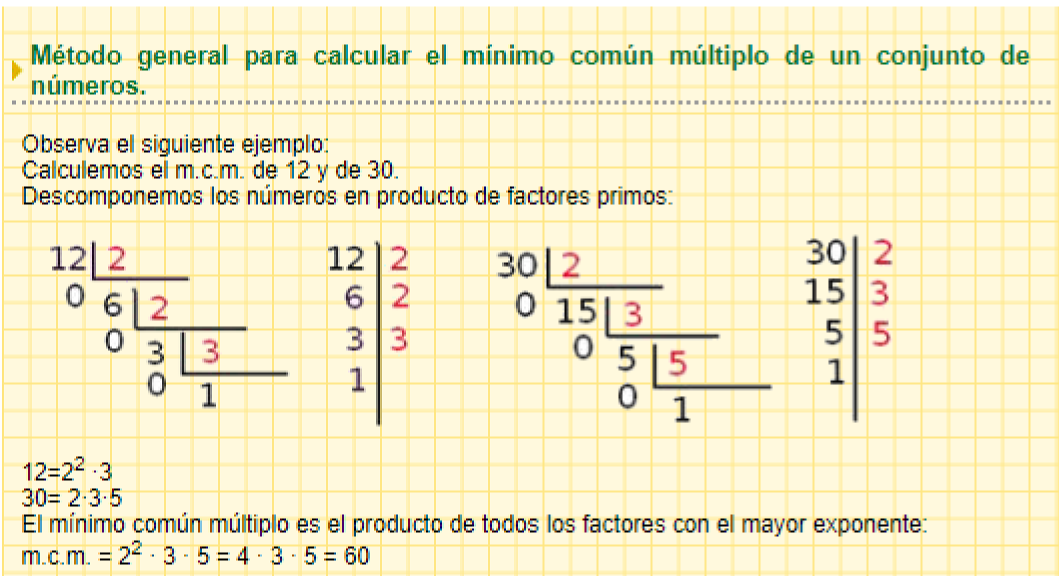
El **mínimo común múltiplo** de un conjunto de números es el múltiplo común más pequeño.Este es un concepto que vas a comprender muy bien con el siguiente ejemplo:

Los múltiplos del 6 son**: 6;** 12**; 18;** 24**; 30;** 36**; 42; 48;…**

Los múltiplos del 4 son**: 4, 8;** 12**; 16; 20;** 24**; 28; 32;** 36**;…**

Los números marcados en negrita son múltiplos comunes a ambos y el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** es el más pequeño de los comunes; es decir el **12.**

Pero el método que hemos seguido solo es útil cuando se trata de números muy sencillos.



RECUERDA:

Mínimo común múltiplo es el menor de los múltiplos comunes a varios números. Se obtiene descomponiendo los números en factores primos. A continuación, se multiplican **todos** los factores con el **mayor exponente**.

Ejemplo:

m.c.m. (12, 15, 20)	$12=2^2\cdot 3$	$15=3\cdot 5$	$20=2^2\cdot 5$
	m.c.m. = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$		

Pero ¿qué utilidad práctica puede tener esto? Intenta resolver este problema y lo comprenderás.

En una urbanización el jardinero arregla el jardín cada 12 días y el limpiador cada 10 días hace limpieza. A la comunidad de vecinos les gustaría que de vez en cuando coincidiesen los dos para que juntos coordinen el trabajo, y se preguntan ¿cuándo se encontrarán los dos haciendo sus tareas?

Solución:

El jardinero arreglara el jardín al pasar 12 días, 24 días, 36 días,....

El limpiador hará la limpieza al pasar 10 días, 20 días, 30 días,...

Calculamos el m.c.m.(12,10) = 60, es decir cada 60 días, que más o menos son dos meses, coinciden.

22. **El mínimo común múltiplo de 18 y de 20 es:**

23 **.Desde que abrieron un supermercado reponen la leche cada 8 días y los yogures cada 6 días. ¿Cada cuánto tiempo coinciden los repartidores de la leche y de los yogures?**

24. **Calcula:**

a) **m.c.m** (56, 84) **=**
b) **m.c.m** (24, 56, 110) **=**
c) **mcm** de 60 y 108 **=**

25 **. Hallar el m.c.m. de:**

a) 870 y 261
b) 930 y 12

26. **Un padre y dos hijos tiene ocupaciones tales que el primero no puede estar en casa más que cada 15 días, uno de los hijos cada 10 días, y el otro, cada 12. El día de Navidad están juntos los tres. Indica la primera fecha en que vuelvan a coincidir los tres en casa.**

27. **Para medir exactamente el contenido de 3 recipientes de 30, 45 y 105 l de capacidad con un recipiente del mayor tamaño posible ¿Qué capacidad deberá tener la vasija que emplearemos?**

28. **Tres aviones salen de un mismo aeropuerto, uno cada 7 días, otro cada 12 y el tercero cada 18. Si hoy salen los tres juntos, ¿cuándo volverán a hacerlo de nuevo por primera vez?**

29. **Resuelve los siguientes apartados:**

b) m.c.m (12, 42, 90)
c) Descompón en factores primos el número 1260.

30. **Julia visita a su madre cada 14 días mientras que su hermano Luis la visita cada 21 días. ¿Cada cuánto tiempo se encontrarán ambos en casa de su madre?**

Máximo común divisor

El **máximo común divisor** de un conjunto de números es el divisor común mayor.Este es un concepto que vas a comprender muy bien con el siguiente ejemplo:

Los divisores del 24 son 24, 12, 8, **6,** 4, **3, 2** y **1**.

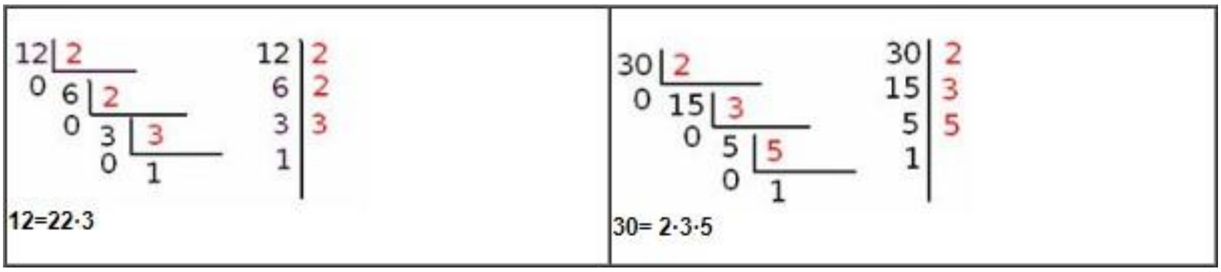
Los divisores del 90 son 90, 45, 30, 18, 15, 10, 9, **6**, 5, **3, 2** y **1**.

Los números señalados en negrita son divisores comunes a 24 y 90 y el mayor de esos divisoreses el 6. Luego 6 es el máximo común divisor

Método general para calcular el M.C.D. de un conjunto de números: Observa el siguiente ejemplo

Calculemos el máximo común divisor de 12 y de 30:

Descomponemos los números en producto de factores primos:



El mínimo común múltiplo es el producto de los factores comunes con el menor exponente:

M.C.D.= 2 · 3 = 6

Veamos otro ejemplo:

m.c.d. (48,32, 36)	$48=2^4\cdot3$	
	$32=2^5$	$\boxed{\textbf{m.c.d.} = 2^2 = 4}$
	$36=2^2\cdot3^2$	

Aplicaciones del máximo común divisor a la vida real

Observa el siguiente ejemplo:

En una fábrica de leche se preparan 18 litros de leche desnatada por cada 12 litros de leche entera y se embalan en cartones de un litro. A su vez, los cartones se envasan en cajas, de modo que cada caja lleve el mayor número de cartones y de modo que no sobre ningún cartón. ¿Cuántos cartones deberá contener cada caja para que no nos sobre ninguno?

Descomponemos 18 y 12.

18 = 2 · 32

12 =22 · 3

M.C.D. = 2 · 3 = 6

Por lo tanto, necesitaremos preparar **cajas con capacidad para 6 cartones.**

Si dos números no tienen divisores comunes, se dice que son primos entre sí.

RECUERDA:

Máximo común diviso es el mayor de los divisores comunes a varios números. Se obtiene descomponiendo los números en factores primos. A continuación, se multiplican los factores **comunes** con el **menor exponente**.

PARA SABER MÁS

En este enlace tienes una unidad didáctica en la que puedes repasar todos los contenidos vistos en este bloque y realizar ejercicios variados.

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/1esomatematicas/1quincena2/index1_2.htm

Acceder a este enlace para hacer más ejercicios

https://www.vitutor.com/di/di/d_e.html

31 **. Tenemos dos cuerdas de 180 cm y 225 cm cada una. Queremos cortarlas en trozos iguales, lo más grandes posibles. ¿Qué dimensión deberá tener cada trozo?**

32 .Tenemos 12 pasteles de nata y 20 de chocolate. Queremos distribuirlos en cajas que tengan el mayor número posible de pasteles y sean todas iguales:

a) ¿Cuántas cajas necesitaremos?
b) ¿Cuántos pasteles de nata habrá en cada una?
c) ¿Cuántos pasteles de nata habrá en cada una?

a. Números enteros

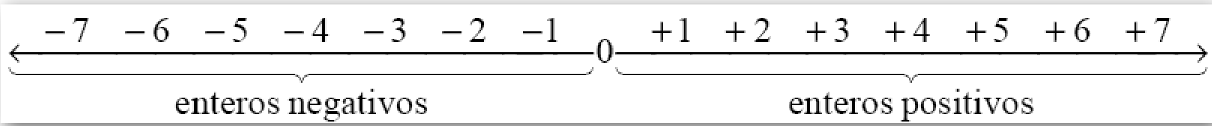
Cuando abrimos el congelador, un termómetro como este nos indica la temperatura que hay dentro. ¿Cuántos números con signo menos te has encontrado alguna vez?

¿Cómo se representa una deuda? ¿Y el nivel por debajo del mar? ¿O los sótanos de un edificio? ¿Cómo escribir con números una fecha anterior a Cristo?

Para escribir todas estas expresiones los números naturales no son suficientes. Es necesaria una referencia y una forma de contar a ambos lados de ésta. La referencia es el cero y los números que vamos a escribir a ambos lados son los números naturales precedidos del signo más o menos.

A todos estos números, los negativos, el cero y los positivos, se les llama **números enteros** y se representan por la letra **Z**.

Estos números tienen un orden. El mayor de los números enteros es el que está situado más a la derecha en la recta numérica:



Aquellos números que se encuentran a la misma distancia del cero se llaman **números opuestos**.

Así, el opuesto de tener 2.000 €, +2.000, es deber 2.000 €, -2.000. El opuesto de subir 3 plantas en un edificio, +3, es bajarlas, -3.

Si a los números enteros +3 y -3 les quitamos su signo obtenemos el 3. A este valor se le llama **valor absoluto**.

Ejemplo:

¿Con qué número representarías las siguientes expresiones?

Una profundidad de 400 metros por debajo del nivel del mar. Solución -400

Euclides nació en el año 315 antes de Cristo. -315

Bajar al segundo sótano. -2

PARA SABER MÁS

Acceder a este enlace para hacer más ejercicios

https://matematicasies.com/-Enteros-

33. Expresa con números y con el signo correspondiente:

a) Arquímedes nació en el año 287 antes de Cristo.
b) El año 620 antes de Cristo.
c) El año 1492 después de Cristo.
d) El año actual.
e) Siete grado sobre cero.
f) Ocho grados bajo cero.
g) Elena gano 30 euros.
h) Antonio perdió 2 euros.

34. Describe mediante un número entero positivo o negativo cada una de las siguientes situaciones:

a) La temperatura es de 4 grados bajo cero.
b) Debo 12 euros.
c) Laura perdió sesenta céntimos.
d) Cincuenta años antes de Cristo.
e) La temperatura es de 14 grados sobre cero.
f) 1200 años después de Cristo.

35. Señala cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

a) El valor absoluto de un número entero es siempre mayor o igual que él.
b) De un conjunto de valores, el menor es siempre el que está más cerca del origen.
c) Al sumar dos números enteros el resultado es siempre mayor que ellos.
d) Al restar dos números enteros el resultado puede ser mayor que ellos.
e) Dos números enteros que son opuestos se encuentran a la misma distancia del origen

36. Los primeros números escritos de los que tenemos noticia nacieron en Egipto y en Mesopotamia hace unos cinco mil años. ¿En qué año supuestamente nacieron?

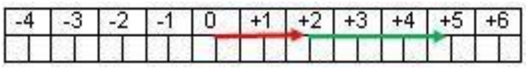
Suma y resta de números enteros

Supongamos que estamos en la segunda planta de unos grandes almacenes. Si subimos tresplantas más, ¿en qué planta nos encontramos ahora?

La respuesta es en la quinta planta. La operación que hemos realizado es una suma de números enteros:

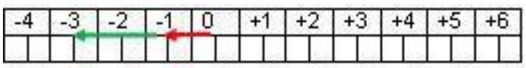
. $(+2)+(+3)=(+5)$

También se puede escribir como $2+3=5$



¿Y si nos encontramos en el primer sótano y bajamos dos plantas más? ¿Dónde estamos ahora?

De nuevo hay que hacer una suma de números enteros: $-1-2=-3$ o $(-1)+(-2)=(-3)$
Estamos en el tercer sótano.

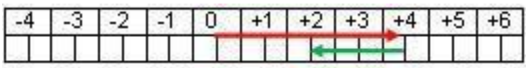


Observa que para sumar números enteros de igual signo, se suman sus valores absolutos y sepone el signo de los sumandos.

Si nos encontramos en la cuarta planta y bajamos dos plantas, ¿dónde estamos?

. $(+4)+(-2)=(+2)$

Si te das cuenta hemos realizado una resta

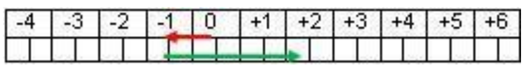


$4-2=2$

Si subimos tres plantas desde el sótano nos encontraríamos en la planta dos.

$(-1)+(+3)=(+2)$

$-1+3=3-1=2$



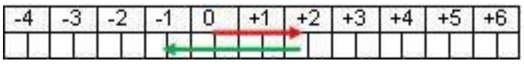
.

También hemos realizado una resta

Si bajamos tres plantas desde la segunda habríamos llegado al primer sótano.

$$(+2)+(-3)=(-1)$$

Aquí también hay una resta $2-3=-1$



Para sumar números enteros de distinto signo, se restan sus valores absolutos y se pone el signodel mayor.

¿En qué planta estábamos si ahora estamos en la tercera y hemos subido cinco? Hay que buscarun número que sumado a +5 nos de +3:

$$(\quad)+(+5)=(+3)$$

Este número es (-2).

La operación que hemos realizado es una resta: $(+3)-(+5)=(-2)$

Para restar dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.

Ejemplo:

(-10)+(+8)=-10+8=-2

(-4)-(-2)=(-4)+(+2)=-4+2=-2

(-8)-(+5)+(-3)-(+4)=(-8)+(-5)+(-3)+(-4)=-8-5-3-4=-20

37. Calcula:

a)	(+13) + (+8) =	d)	(-13) + (-8) =	g)	(+15) + (+20) =
b)	(+18) + (+13) =	e)	(-14) + (-20) =	h)	(-30) + (-70)=
c)	(-50) + (-70) =	f)	(+80) + (+40) =	i)	(-6) + (+12)=

38. Calcula:

a)	(+12) + (-8) =	e)	(-12) + (+8) =	i)	(-30) +(+20) =
b)	(+30) + (-20) =	f)	(+50) + (-80) =	j)	(-50) + (+80) =
c)	(+3) + (-28) =	g)	(-5) + (+7) =	k)	(-2) + (+14) =
d)	(-8) + (+7) =	h)	(-9) + (-8) =	l)	(-13) + (-15) =

39. Efectúa estas restas:

a) (+6) - (-9) =	d)(-6) - (+4)=	g)(-4) - (-2) =
b) (+9) - (+9) =	e)(-7) - (-4) =	h)(+6) - (-8) =
c) (+9) - (-9) =	f)(+10) - (-2) =	

40. Calcula:

(-6) - (+3) =
(+3) - (-6) =
(-8) - (-6) =

41. Calcula:

a) (+6) - [(+3) - (-2)] =

b) [(+6) - (+3)] - (-2) =

Multiplicación y división de números enteros

El día de hoy ha amanecido a las seis de la mañana con una temperatura de 5 ºC. Cada hora la temperatura aumenta 2 ºC. ¿Qué temperatura habrá a las diez de la mañana?

Entre las seis y las diez han transcurrido cuatro horas y el incremento de temperatura será de 8 ºC.La temperatura que habrá será de 13 ºC.

Las operaciones que hemos realizado son una multiplicación y una suma de números enteros: $(+4)\cdot(+2)=(+8)^{o}C$ y $(+5)+(+8)=(+13)^{o}C$

Si la temperatura hubiese disminuido dos grados cada hora, la bajada sería de -8 ºC. Luego la temperatura sería de -3 ºC. Las operaciones a realizar son: $(+4)\cdot(-2)=(-8)^{o}C$ y $(+5)+(-8)=(-3)^{o}C$

Si desde hace cuatro horas la temperatura ha aumentado 2 ºC por hora significaría que hace cuatro horas había 8 grados menos, luego la operación es: $(-4)\cdot(+2)=(-8)^{o}C$

y la temperatura a la que estábamos era $(+5)+(-8)=(-3)^{o}C$

Si desde hace cuatro horas la temperatura ha bajado 2 ºC por hora, significaría que la temperatura era 8 ºC mayor que la que tenemos ahora: $(-4)\cdot(-2)=(+8)^{o}C$

luego había $(+5)+(+8)=(+13)^{o}C$

Para hallar el producto de dos números enteros hay que multiplicar sus valores absolutos. El signo del resultado es positivo cuando ambos números o factores tienen el mismo signo y negativo cuando tienen signos diferentes.

¿Cuánto baja la temperatura cada hora si en cuatro horas ha bajado -8 ºC? La respuesta es -2 ºC.

La operación ha realizar es una división: $(-8):(+4)=(-2)^{o}C$

Para dividir dos números enteros se dividen sus valores absolutos. El cociente tiene signo positivo si los dos números o factores tienen el mismo signo y signo negativo si tienen diferentes signos.

Regla de los signos del producto y de la división:

Signo de los factores		Signo del producto o división
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

PARA SABER MÁS

Acceder a este enlace para aprender a resolver problemas sobre números enteros:

42. Indica qué igualdades son ciertas

1. a) (-3)+(+3)=0
2. b) (-2)-(-4)=(-6)
3. c) (+4)+(-7)=(+3)
4. d) -5-8=-13
5. e) (-5)·(-3)=-15
6. f) (-3)·(+2)=(+3)·(-2)

43. Calcula:

a) (+5) · (+8) =
b) (+9) · (-6) =
c)(-5) · (-8) =
d) (-9) · (-6) =
e)(-5) · (+8) =
f) (+9) · (+6) =
g) (+5) · (-8) =
h) (-9) · (+6) =

44. Calcula los cocientes:

a) (-12) : (+6) =
b) (-15) : (-15) =
c) (-8) : (+2) =
d) (+48) : (-6) =
e) (+40) : (-8) =
f) (-28) : (-7) =
g) (+32) : (-4) =
h) (-30) : (+5) =
i) (-26) : (-13) =
j) (-2) : (-1) =

Operaciones combinadas

Si en nuestro cálculo aparecen operaciones variadas, primero hacemos las operaciones indicadas entre paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones, y por último las sumas y las restas. Una potencia es una multiplicación.

Ejemplo:

$a)\ (24+12):6-(12:3-8)=(36):6-(4-8)=36:6-(-4)=6+4=10$

$b)\ (-4)\cdot(-6)+(-12):(-4)=(+24)+(+3)=24+3=27$

$c)\ 4-3\cdot(12-4\cdot 5)=4-3\cdot(12-20)=4-3\cdot(-8)=4+24=28$

$d)\ 3^3:(-9)+2^3+2^4=27:(-9)+8+16=-3+8+16=21$

45. Calcula:

a) 8 + 7 – (-9) + (-4) + (-8) =
b) (-13) – (+6) + (5) – (-9) =
c) (-3) + (-4) + (-5) + (-6) =
d) 2 -12 -15 + 12 + 4 – 15 + 3=
e) (+5) + (-3) + (-6) + (-8) =
f)(-7) + (+8) + (-3) + (-4) =
g)(-40) + (-12) + 8 -6 =
h) (-7) + (-4) + (+9) + (12) =

46. Calcula:

a) (+12) - (+ 7) – (- 4) – (+ 8) =
b) (+13) · (+6) – (-5) + (+4) - (+ 2) + (+1) =
c) (+ 16) - (-8) - (-4) - (-5) =

47. Calcula:

a) (+3) - (+4) · (+2) - (+5) - (+1) + (+6) · (+3) =

b) (-5) · (+2) - (-3) + (+5) + (+8) · (-9) + (- 3) =

48. Calcula:

a) (-5) + (-3) - (-2) + (-10) + (-9) - (-3) =

b) (-5) · (-3) - (-10) + (+1) : (- 2) =

c) (+5) - (-2) +(-4) · (+3) · (+5) - (+7) · (-4) =

d) (-18) : (-9) + (+2) · (-7) : (-3) + (-9) : (-1) =

49. Calcula:

a) (+3) - (+2) · (+3) + (+1) - (-2) + (+3) =

b) (+2) + (+10) : (+3) + (+1) – (+3) + (-6) =

c) (+3) - (+2) · (+5) - (+1) - (-3) =

d) (-2) - (+3) - (+20) : (-1) + (+5) + (-2) · (+4) =

e) (+7) - (+5) + (+2) · (+4) - (-5) + (+3) · (-3) - (+3) =

50. Calcula:

a) (+ 4) - (-3) + (-7) =

b) (-5) - (+ 4) - (+3) =

c) 22 + 5 - 21 + 15 =

d) 4 · 3 – 18 : 6 =

e) 50 - [(5 - 1) - (4 - 3)]=

Tema 2.

Los números fraccionarios y decimales. Operaciones básicas.

ÍNDICE

Introducción

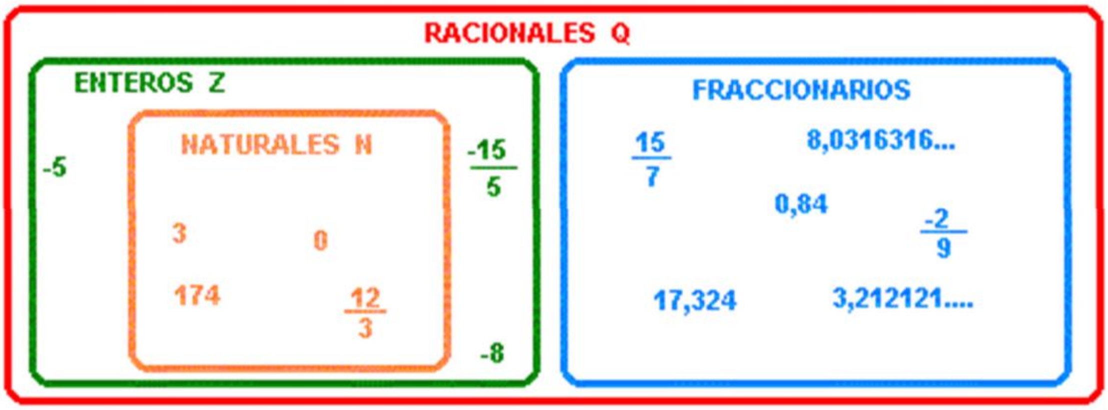


Imagen nº 1 Los números Racionales y decimales. Fuente: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Fracciones_decimales_porcentajes/Fracciones_4.htm
Autor: Desconocido. Licencia: CC

1) LAS FRACCIONES

La carrera automovilística de las 24 horas de Le Mans es una prueba de resistencia que se disputa anualmente cerca de Le Mans, en Francia. Los participantes, deben dar el mayor número posible de vueltas a un circuito semipermanente de 13,65 km de longitud, durante 24 horas seguidas. Cada equipo está formado por tres pilotos que se relevan cada dos horas, por lo que cada piloto hace $\frac{1}{3}$ de la carrera y descansa los $\frac{2}{3}$, aunque antes de 1970 sólo se permitían dos pilotos por vehículo.

¿Qué fracción de la carrera realizaba entonces cada piloto?

En esta primera parte del tema trabajaremos con fracciones, como los que aparecen en este texto. Como podrás apreciar, están muy presentes en nuestra vida cotidiana.

1.1) Concepto

Seguramente más de una vez hemos visto en los medios de comunicación, en los comercios, o hablando con algún amigo expresiones de este tipo:

- Un tercio de las patatas “chips” es grasa.
- El tren con destino a Madrid trae un retraso de tres cuartos de hora.
- Uno de cada 100 nacidos en España es celiaco.
- Los gastos, que ascienden a 3450 €, tienen que repartirse entre los 12 vecinos del inmueble.

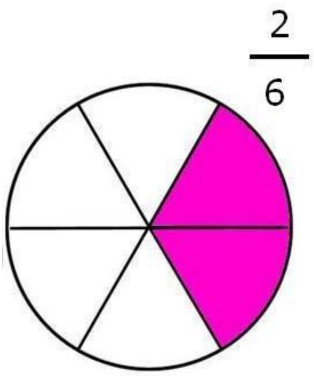
Todas estas formas de hablar se representan en matemáticas por un tipo de números que se llaman fraccionarios:

Fracción es una o varias partes iguales en que dividimos la unidad. Las fracciones representan siempre una cierta parte de "algo". Ese "algo" es la unidad que elegimos.

Una fracción es un par de números naturales a y b en la forma $\frac{a}{b}$

El número de abajo se llama **denominador** e indica las partes iguales en que dividimos la unidad.

El número de arriba se llama **numerador** e indica las partes que cogemos.



La figura se ha dividido en 6 partes de las que 2 están coloreadas y 4 no.

La fracción de figura sombreada es $\frac{2}{6}$

La fracción de figura no sombreada es $\frac{4}{6}$

Por ejemplo:

- Si tenemos 10 caramelos y los repartimos entre cinco niños, cada niño toca a dos caramelos, la fracción asociada es $\frac{2}{10}$
- Si vamos a una fiesta y la tarta se parte en nueve trozos, y yo me como 2, la fracción asociada es $\frac{2}{9}$
- Por último, si tenemos diez carameros y cero niños, ¡no tenemos a quién dar caramelos!, por lo que no tiene sentido repartir nada, es decir, no tienen sentido fracciones como $\frac{10}{0}$.

¡Ojo! No podemos dividir por cero, luego el número b no puede ser cero.

Veamos ahora cómo se leen las fracciones. Cuando el denominador es mayor de 11, se le añade la terminación **avo.**

Primero se lee el numerador como cualquier número.

Después se lee el denominador de esta manera:

- Si es el 1 se lee enteros.
- Si es el 2 se lee medios.
- Si es el 3 se lee tercios.
- Si es el 4 se lee cuartos.
- Si es el 5 se lee quintos
- Si es el 6 se lee sextos
- Si es el 7 se lee séptimos
- Si es el 8 se lee octavos
- Si es el 9 se lee novenos
- Si es el 10 se lee décimos

- Si es más de 10 se lee el número terminado en avos. Ejemplo onceavos, doceavos, treceavos, ...
- Si es una potencia de 10 se lee el número terminado en ésimos. Ejemplo centésimos, milésimos, diezmilésimos,...

Ejercicio 1

Escribe las siguientes fracciones. Señala el numerador y el denominador de cada una.

	Fracción	**Numerador**	**Denominador**
a) Dos tercios			
b) Tres cuartos			
c) Cinco séptimos			
d) Ocho novenos			
e) Un sexto			

Ejercicio 2

Escribe y representa las siguientes fracciones:

	Fracción
a) Tres séptimos	
b) Siete octavos	
c) Un cuarto	
d) Seis sextos	
e) Doce quinceavos	

1.2) Fracciones equivalentes

Si se reparten 6€ entre tres personas ¿Cuánto recibe cada una? ¿Y si se reparten 12€ entre seis personas?

Puedes comprobar que en ambos casos el resultado es el mismo, es decir 2 euros.

$$\frac{6}{3}=\frac{12}{6}=2$$

Dos fracciones son equivalentes cuando escritas de distintas maneras tienen el mismo resultado.

Veámoslo con un gráfico:

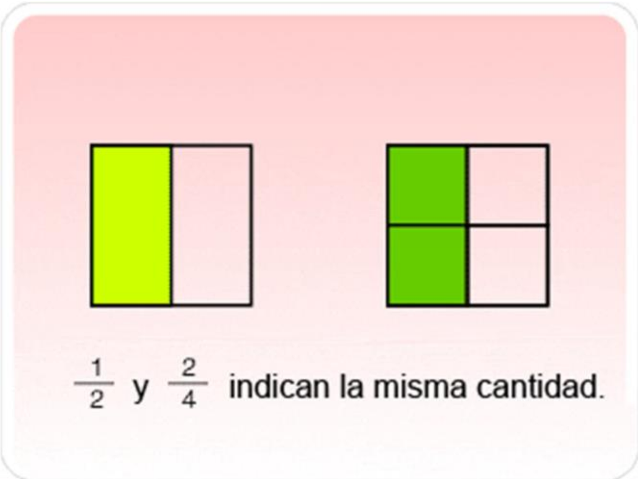


Imagen nº 2: Fracciones equivalentes
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n
Autor: Desconocido Licencia: Dominio público

Para comprobar que dos fracciones son equivalentes, basta con multiplicar en cruz y observar que el resultado obtenido es el mismo.

Para multiplicar en cruz se opera de la siguiente manera: numerador de la primera fracción por denominador de la segunda fracción y denominador de la primera fracción por numerador de la segunda.

$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$, si se cumple que 3.8=4.6

En general, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,si a.d=b.c

Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y del denominador por el mismo número. Si obtenemos fracciones equivalentes mediante multiplicaciones, se denominan fracciones amplificadas:

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} \quad \ldots$$

Imagen nº 3: Obtención de fracciones amplificadas. Autor: M. Pilar Alcaide Ciudad

Si obtenemos fracciones equivalentes mediante divisiones, se denominan fracciones simplificadas:

$$\frac{6 : 2}{12 : 2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{6 : 3}{12 : 3} = \frac{2}{4}$$

Imagen nº 4: Obtención de fracciones simplificadas Autor: M. Pilar Alcaide Ciudad

Si tenemos dos fracciones equivalentes y a una de ellas le falta un término, es fácil calcularlo:

$$X = \frac{8.7}{4} = \frac{56}{4} = 14$$

Por tanto la fracción que es equivalente a $\frac{7}{4}$ y que tiene por numerador 8 es $\frac{14}{8}$.

Veamos qué sucede cuando las fracciones tienen un signo negativo en el numerador o en el denominador.

Ejemplo: ¿Será equivalente $\frac{-3}{5}$ a $\frac{3}{-5}$? Para responder, multiplicamos en cruz:

-3.(-5) = 3.5; 15 = 15; luego sí son equivalentes.

En general, cualquier fracción de la forma $\frac{-a}{b}$ es equivalente a la fracción $\frac{a}{-b}$, pero resulta más cómodo tener el signo negativo (-) en el numerador.

Veamos ahora **qué sucede cuando las fracciones tienen un signo negativo en el numerador y en el denominador.**

Ejemplo: ¿Será equivalente $\frac{-7}{-4}$ a $\frac{7}{4}$? Para responder, multiplicamos en cruz:

-4.7 = -7.4; -28 = -28; luego sí son equivalentes.

En general, cualquier fracción de la forma $\frac{-a}{-b}$ es equivalente a la fracción $\frac{a}{b}$, pero resulta más cómodo tener el numerador y el denominador positivos, que ambos negativos.

NÚMEROS RACIONALES: veamos el siguiente ejemplo:

Las fracciones $\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{3}{6} y \frac{4}{8}$ son fracciones distintas, pero equivalentes, ya que 1.4=2.2, 2.6=3.4, 3.8=6.4 gráficamente esta equivalencia se representa así:

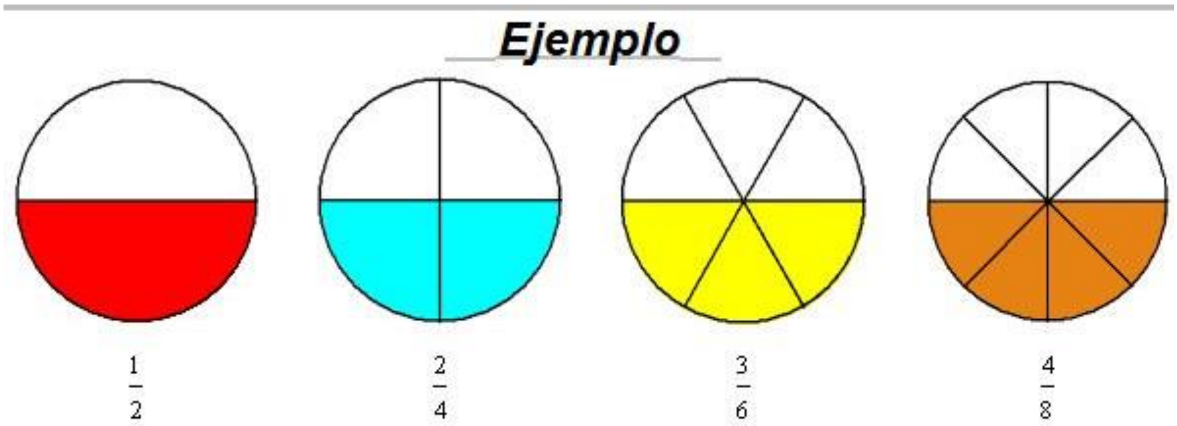


Imagen nº 5: Fracciones equivalentes
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Como vemos, estos números significan lo mismo, por lo que son EL MISMO NÚMERO RACIONAL. En general, decimos que un número racional es una fracción y todas las que son equivalentes a ella.

El conjunto de los números racionales se representa con la letra Q.

Ejercicio 3

Simplifica las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

1.3) Fracción propia e impropia

Fracción propia es la que el numerador es menor que el denominador. El valor de esta fracción es menor que la unidad.

Ejemplos: a) $\frac{4}{6} < 1$ b) $\frac{2}{5} < 1$ c) $\frac{1}{4} < 1$

Fracción impropia es la que el numerador es igual o mayor que el denominador. Si el numerador y el denominador son iguales, la fracción vale una unidad.

Ejemplos: a) $\frac{6}{6} = 1$ b) $\frac{3}{3} = 1$

Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción vale más que la unidad.

Ejemplos: a) $\frac{4}{3} > 1$ b) $\frac{7}{5} > 1$ c) $\frac{8}{3} > 1$

En resumen:

numerador < denominador Fracción < 1

Fracción propia numerador = denominador Fracción = 1

Fracción impropia numerador > denominador Fracción > 1 Fracción impropia

1.4) Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción es convertirla en otra equivalente cuyos términos sean números más pequeños.

Para simplificar se divide el numerador y el denominador de la fracción por el mismo número que sea divisor de ambos.

Cuando una fracción no se puede simplificar más se dice que es irreducible y sus términos son primos entre sí.

Para simplificar una fracción y obtener su fracción irreducible, se calcula el máximo común divisor (m.c.d.) del numerador y del denominador y se dividen ambos por dicho m.c.d.

Recuerda que en el bloque anterior se estudió cómo calcular el máximo común divisor.

Ejemplo: Vamos a simplificar la fracción $\frac{24}{36}$ hasta calcular su fracción irreducible:

Solución: Calculamos el máximo común divisor del numerador y del denominador; m.c.d. (24,36) = 12; y dividimos el numerador y el denominador por el m.c.d.:

24:12= 2

36:12= 3 → La fracción irreducible es $\frac{2}{3}$

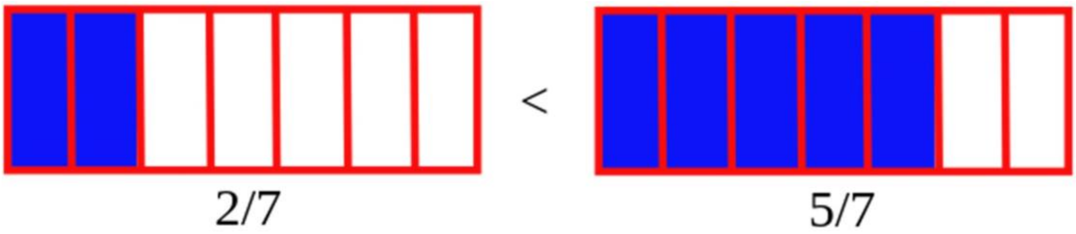
Ejercicio 4

Simplificar las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

1.5) La fracción como un operador

Ejemplo 1

En una localidad se sabe que $\frac{2}{7}$ son jóvenes y $\frac{5}{7}$ son adultos. Veamos lo que significa esto.



Si no sabemos cuántas personas hay en la localidad, no podremos averiguar nada más. Quiere decir que podemos dividir a la localidad en 7 grupos iguales, de los cuales 2 serán jóvenes y 5 personas mayores. También lo podemos decir de otra forma: por cada 7 personas que hay, 2 son jóvenes y 5 adultos.

Si nos dicen que en esa localidad hay 2.275 habitantes, sí podremos calcular cuántos serían jóvenes. Hemos dicho que $\frac{2}{7}$ significa dividir la población en 7 partes iguales y tomar 2. Por lo tanto, las operaciones que debemos hacer son: 2275 : 7 = 325; 325 · 2 = 650, que serán los jóvenes

También podemos hacer las operaciones en orden contrario y el resultado será el mismo: 2275 · 2 = 4550; 4550 : 7 = 650

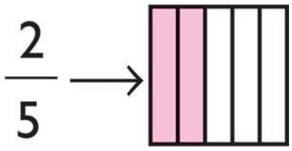
La forma de expresarlo es: $\frac{2}{7}$ de 2275 = 650, o bien: $\frac{2}{7}$ (2275) = 650

A veces se nos puede plantear el problema en sentido contrario.

Ejemplo 2

Una persona recibe los $\frac{2}{5}$ de un premio. Si ha recibido 3500 euros, ¿cuánto era el premio total?

Veámoslo con un gráfico:



Solución: El premio se ha dividido en 5 partes, de las cuales esa persona ha recibido 2 partes. Por tanto, habrá que dividir la cantidad entre 2 y multiplicar el resultado por 5:

3500 : 2 = 1750; 1750 · 5 = 8750 euros era el importe del premio.

Aunque en la práctica lo que se suele hacer es:

1º multiplicar la cantidad por 5:	3500 · 5 = 17500
2º dividir el resultado entre 2:	17500 : 2 = 8750

1.6) Reducción de fracciones a un denominador común

Para expresar varias fracciones con el mismo denominador vamos a utilizar el método del mínimo común múltiplo (m.c.m.). Para ello seguiremos estos pasos:

1) Se halla el m.c.m. de los denominadores.
2) Se coloca el m.c.m. como denominador común a todas ellas.
3) Para hallar el numerador de cada fracción se divide el m.c.m. por el denominador que tenía la fracción y el cociente obtenido se multiplca por el numerador.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones $\frac{2}{3}, \frac{5}{6} y \frac{3}{4}$

Solución: Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores: m.c.m. (3,6,4) = 12; que será el nuevo denominador de todas ellas, y calculamos los numeradores:

$$\frac{12:3.2}{12} = \frac{4}{12}$$

$\frac{2}{3} \longrightarrow \frac{12:3.2}{12} = \frac{4}{12}$

$\frac{5}{6} \longrightarrow \frac{12:6.5}{12} = \frac{10}{12}$

$\frac{3}{4} \longrightarrow \frac{12:4.3}{12} = \frac{9}{12}$

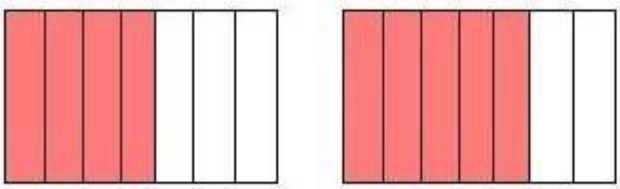
Ejercicio 5

Reducir las siguientes fracciones a común denominador $\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{5}{8}$

1.7) Comparación de fracciones

Vamos a distinguir dos tipos de fracciones:

1. **De igual denominador.** En este caso es mayor la fracción que tiene mayor numerador.



$\frac{4}{7} < \frac{5}{7}$

2. **De distinto denominador.** En este caso se reducen las fracciones a común denominador y aplicamos el criterio anterior, tal como se muestra en el ejemplo siguiente:

Ejemplo resuelto: $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$; como m.c.m. (5,7) = 35, tenemos $\frac{2}{5}=\frac{14}{35}$ y $\frac{3}{7}=\frac{15}{31}$; de donde se deduce que $\frac{15}{35}$ > $\frac{14}{35}$ al ser mayor el numerador, y por lo tanto: $\frac{3}{7}$ > $\frac{2}{5}$

Ejercicio 6

Escribe el signo > o <, donde corresponda.

$$\frac{3}{7}\square\frac{3}{9},\qquad \frac{2}{5}\square\frac{6}{5},\qquad \frac{3}{9}\square\frac{3}{4},\qquad \frac{2}{7}\square\frac{5}{7}$$

2) Operaciones con números racionales

Observad la utilización de los números racionales en el siguiente texto:

Uno de los matemáticos que más fama dieron a Alejandría fue Diofanto, quien vivió en la época de Pappo (siglo IV). Diofanto se consagró al álgebra, y ha legado a la posteridad el término ecuaciones diofánticas, que se refieren a las de soluciones enteras. Un epigrama griego nos narra de forma concisa su vida:

Fue muchacho **1/6** de su vida, su barba creció luego **1/12** más, se casó **1/7** después, tuvo un hijo cinco años más tarde, que vivió la mitad de la edad de su padre, el cual murió cuatro años después de su hijo.

2.1) Operaciones con números racionales

Vamos a partir del siguiente ejemplo: Supongamos que tenemos un préstamo concedido. Hace cuatro meses anticipamos $\frac{2}{5}$ de la cantidad inicialmente prestada, y hace un mes anticipamos $\frac{1}{5}$. ¿Qué fracción de dinero hemos anticipado?

La respuesta es $\frac{3}{5}$. La operación a realizar es una suma: $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

Si te fijas hemos sumado los numeradores (2 y 1) y hemos dejado sin cambiar los denominadores (5).

¿Qué fracción de dinero nos queda por pagar?

Si hemos pagado 3 de 5, nos queda por pagar 2 de 5.

La operación realizada es una resta. Nuestra cantidad inicial es $\frac{5}{5}=1$. Como hemos pagado una parte, nos queda por pagar: $\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

De nuevo los numeradores se restan y los denominadores quedan como están.

¿Qué fracción obtendríamos si primero anticipáramos $\frac{2}{5}$ y luego $\frac{1}{3}$?
De nuevo hay que sumar ambas fracciones: $\frac{1}{3}$ + $\frac{2}{5}$. Observa que los denominadores son distintos: 5 y 3.

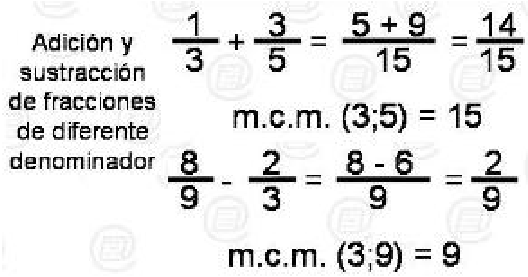
Para sumar o restar números racionales, estos han de tener el mismo denominador. Por tanto, hay que transformar estas fracciones en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo.

Realizamos los cálculos necesarios, tal y como hemos visto anteriormente:

m.c.m.(3 ,5)= 15, luego $\frac{2}{5}=\frac{2.3}{5.3}=\frac{6}{15}$ y $\frac{1}{3}=\frac{1.5}{3.5}=\frac{5}{15}$

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{2.3}{5.3}+\frac{1.5}{3.5}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$$

El préstamo lo hemos fraccionado en 15 partes, de las cuales hemos pagado 11.



Ejemplos Suma y resta de fracciones con distinto denominador

Caso particular 1. Si en una suma o resta de fracciones aparece un número entero, lo escribiremos en forma de fracción, poniéndole por denominador la unidad.

Ejemplo: $2+\frac{1}{3}=\frac{2}{1}+\frac{1}{3}=\frac{3.2}{3}+\frac{1.1}{3}=\frac{6}{3}+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$

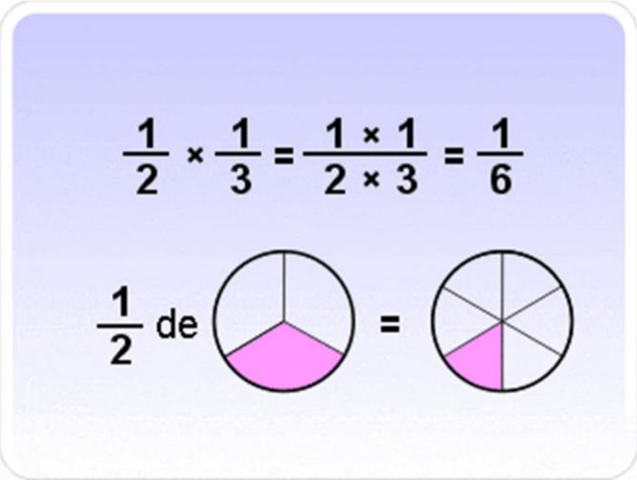
Caso particular 2. ¿Cómo realizarías una suma o resta de fracciones si aparece un signo negativo en el denominador de algunas de las fracciones?

Teniendo en cuenta que: $\frac{3}{-5}=\frac{-3}{5}$; y que esto ocurre en general para cualquier fracción $\frac{a}{-b}=\frac{-a}{b}$, y como el signo negativo en el denominador nos puede complicar mucho a la hora de poner el mismo denominador. Por tanto conviene sustituir esa fracción por otra equivalente, pero con el signo negativo en el numerador.

Ejemplo: Para realizar la siguiente suma, actuaremos como sigue:
$\frac{3}{4}+\frac{2}{-7}=\frac{3}{4}+(\frac{-2}{7})=\frac{3}{4}-\frac{2}{7}$, y a continuación se calcula como sabemos.

2.2) Multiplicación de números racionales

Gasto al mes $\frac{1}{3}$ de mi sueldo. La mitad de estos gastos corresponde al pago de la hipoteca. ¿Qué fracción de mi sueldo corresponde al pago de la hipoteca? Tendremos que calcular la mitad de un tercio (fracción como operador):



Como vemos en la imagen, $\frac{1}{2} de \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1.1}{2.3} = \frac{1}{6}$

Para multiplicar números racionales se halla un nuevo número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

En general: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$ **, numerador es el producto de los numeradores; denominador es el producto de los denominadores.**

Ejemplos:

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{7} = \frac{30}{126}$

c) $\frac{-3}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{-15}{4}$

Caso particular. Para multiplicar un número entero por un número racional, multiplicaremos el entero por el numerador del número racional y dejaremos el denominador como está.

En realidad escribimos el número entero en forma de fracción, con denominador 1 y realizamos la multiplicación:

$$4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4.3}{1.5} = \frac{12}{5}$$

Ejemplo resuelto:

a) $4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

b) $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{7}$

c) $-5 \cdot \frac{3}{8} = \frac{-15}{8}$

A veces es conveniente simplificar antes de realizar la multiplicación.

Ejercicio Resuelto:

Si queremos realizar la siguiente multiplicación $\frac{24}{81}.\frac{45}{16}$, será conveniente descomponer en factores los números que aparecen en el numerador y denominador:

24= 2.2.2.3 ; 45= 3.3.5; 81= 3.3.3.3; 16= 2.2.2.2;

$$\frac{24}{81}.\frac{45}{16}=\frac{(2.2.2.3).(3.3.5)}{(3.3.3.3)(2.2.2.2)}$$

Ahora podemos tachar los factores que están repetidos en el numerador y el denominador y el resultado sería el siguiente:

$$\frac{24}{81}.\frac{45}{16}=\frac{5}{3.2}=\frac{5}{6}$$

Ejercicio 7

Realiza las siguientes multiplicaciones:

$\frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}$

$\frac{7}{21}\cdot\frac{3}{8}$

$\frac{6}{10}\cdot\frac{24}{56}$

2.2.1) Números inversos

Dada una fracción $\frac{a}{b}$, decimos que la fracción $\frac{b}{a}$ es su fracción inversa porque al multiplicarlas se obtiene la unidad: $\frac{a}{b}.\frac{b}{a}=\frac{a.b}{b.a}=1$

Por ello, para escribir el inverso de una fracción se cambia el numerador por el denominador y viceversa.

Ejemplos

El inverso de $\frac{3}{8}$ es $\frac{8}{3}$;

El inverso de 5 es $\frac{1}{5}$

2.3) <u>División de números racionales</u>

Al **dividir dos números racionales** obtendremos otro número racional cuyo numerador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

<u>Observa que es como si se multiplicara en cruz.</u>

En general: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a.d}{b.c}$

Numerador : producto del numerador de la 1ª fracción por denominador de la 2ª.

Denominador: producto del denominador de la 1ª fracción por numerador de la 2ª

Ejemplos:

a) $\frac{3}{5}:\frac{2}{7}=\frac{21}{10}$

b) $\frac{2}{3}:\frac{5}{6}:\frac{1}{7}=\frac{12}{15}:\frac{1}{7}=\frac{84}{15}$

c) $\frac{4}{9}:5=\frac{4}{9}:\frac{5}{1}=\frac{4}{45}$

d) $\frac{-3}{2}:\frac{5}{2}=\frac{-6}{10}$

En alguna ocasión puede darse el caso que nos encontremos divisiones expresadas de esta forma: $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}=$

Si colocamos la división de otra forma, tendremos:

$$\frac{3}{4}:\frac{2}{5}=$$

Pero para evitar tener que recolocar estas expresiones, vamos a ver cómo se resuelven.

Cuando tengamos expresiones de este tipo $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}=$, el resultado será otra fracción, cuyo numerador será el producto de los términos extremos (3.5) y cuyo numerador será el producto de los términos del medio (4.2); es decir:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}=\frac{3.5}{4.2}=\frac{15}{8}$$

<u>Ejercicio 8</u>

Realiza las siguientes divisiones: $\frac{8}{6}:\frac{3}{9}$

$\frac{1}{5}:\frac{25}{75}$

$\frac{4}{18}:\frac{12}{24}$

2.4) Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones.

Para realizar **operaciones combinadas** hay que seguir la misma jerarquía que se ha usado con los números naturales y enteros.

El procedimiento sería el siguiente:

- Primero resolvemos los paréntesis,
- después las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha
- y por último las sumas y restas en el orden en que estén escritas. La fracción que resulte se simplificará siempre que sea posible.

Ejemplos:

a) Primero hacemos las multiplicaciones y divisiones. Luego la suma.

$$\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{5}:\frac{2}{7}=\frac{6}{10}+\frac{21}{10}=\frac{27}{10}$$

b) Primero hacemos las divisiones,luego la resta.

$$\frac{1}{3}-\left(\frac{2}{3}:\frac{5}{6}\right):\frac{1}{7}=\frac{1}{3}-\frac{12}{15}:\frac{1}{7}=\frac{1}{3}-\frac{84}{15}=\frac{5}{15}-\frac{84}{15}=\frac{-79}{15}$$

c) Primero los paréntesis segundo la resta

$$\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{10}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{8}{10}+\frac{3}{10}\right)-\left(\frac{8}{12}-\frac{3}{12}\right)=\frac{11}{10}-\frac{5}{12}=\frac{66}{60}-\frac{25}{60}=\frac{41}{60}$$

d) Primero el paréntesis y la división. Por último la resta.

$$\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)-\frac{4}{9}:5=\left(\frac{4}{6}+\frac{5}{6}\right)-\frac{4}{9}:\frac{5}{1}=\frac{9}{6}-\frac{4}{45}=\frac{135}{90}-\frac{8}{90}=\frac{127}{90}$$

e) Primero el paréntesis, después la multiplicación y por último la resta.

$$4-3.\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)=4-3.\left(\frac{10}{15}-\frac{3}{15}\right)=4-3\left(\frac{7}{15}\right)=\frac{39}{15}$$

Ejercicio 9

Realiza las siguientes operaciones.

9.1

$$\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)=$$

9.2

$$\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=$$

9.3

$$\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-2\right)=$$

9.4

$$\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right)=$$

3) Números decimales

Un decimal es un número fraccionario y se indica por medio de dígitos después de un punto llamado punto decimal, este punto nos sirve para escribir valores más pequeños de la unidad, como son las décimas, las centésimas, milésimas etc.

Décimas, centésimas y milésimas son **órdenes decimales**. En un número decimal representamos las unidades decimales situándolas a la derecha de las unidades y separadas por una coma. En los números decimales distinguimos dos partes: entera y decimal.

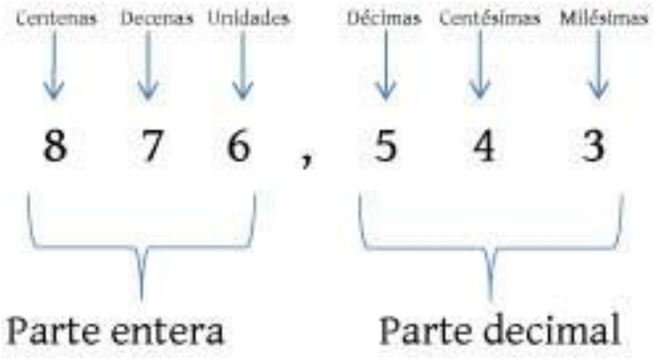


Imagen nº 6. Partes de los números decimales. Autor: Ana José García Tejas

Las fracciones que tienen por denominador la unidad seguida de ceros se llaman **fracciones decimales**.

Si el denominador es diez, la fracción se lee nombrando el numerador seguido de la palabra décimos o décimas.

Ejemplo: $\frac{3}{10}$ se lee: tres décimos.

Si el denominador es cien, la fracción se lee nombrando el numerador seguido de la palabra centésimos o centésimas.

Ejemplo: $\frac{7}{100}$ se lee: siete centésimas.

3.1) Relación entre fracciones y decimales

Hay una correspondencia entre los números decimales y los racionales, y es que a cada número decimal podemos hacerle corresponder una fracción decimal.

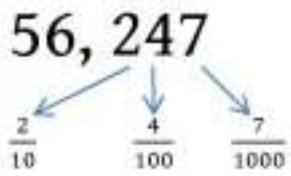


Imagen Nº 7. Correspondencia de número decimal a fracción. Autor: Ana José García Tejas

3.1.1) ¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma de número decimal?

Se escribe sólo el numerador y se separan con una coma, a partir de la derecha, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador.

Ejemplos: $\frac{1}{10}=0{,}1$; $\frac{32}{10}=3{,}2$; $\frac{413}{1000}=0{,}413$

La coma se puede colocar abajo o arriba; es decir, la podrás ver así 5,6 y así 5’6.

Para leer un número decimal se dice primero la parte entera, seguida de la palabra “unidades” o “enteros” y después se lee la parte decimal acabando con el nombre del lugar que corresponde a la última cifra decimal.

Ejemplos

45,23 ⟶ cuarenta y cinco unidades y veintitrés centésimas

0,078 ⟶ setenta y ocho milésimas

3,0542 ⟶ tres unidades y quinientas cuarenta y dos diezmilésimas

Imagen nº8: Lectura de decimales. Autor: Ana José García Tejas

Si quieres escribir cualquier número decimal, por ejemplo 58 milésimas, tienes que colocar el 8 en el lugar de las milésimas. Por lo tanto el 5 estará en el lugar de las centésimas. Deberás colocar 0 en el lugar de las décimas y otro 0 en el de las unidades. Es decir, quedará así: 0,058.

Si añadimos ceros a la derecha de un número decimal su valor no varía.

Por tanto, 3,45 = 3,450 = 3,45000

Ejercicio 10

Escribe cómo se leen estos números:

a) 3,82 =_________***unidades*****_________________________*****centésimas***

b) 5,1 =_________***unidades,*****____________*****décimas***

c) 4,356 =_________***unidades,*****___________________________________*****milésimas***

d) 0,03 =_________***centésimas***

3.1.2) ¿Cómo se escribe una fracción ordinaria en forma de número decimal?

Para escribir una fracción en forma decimal se divide el numerador entre el denominador. Por ejemplo para convertir $\frac{9}{4}$ en forma de número decimal tenemos que dividir el numerador entre el denominador:

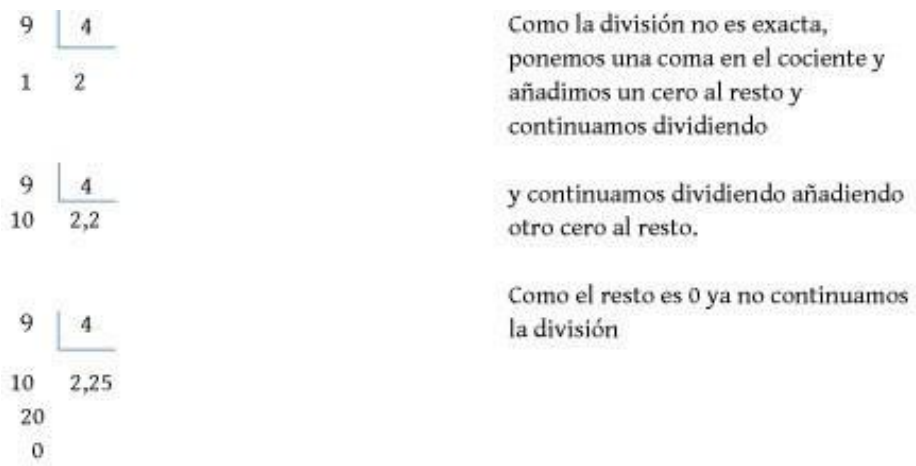


Imagen nº 9: Ejemplo de pasar una fracción a número decimal. Autor: Ana José García Tejas

Puede ocurrir que al escribir una fracción en forma decimal no se obtenga nunca resto cero en la división, es decir, no se obtenga un decimal exacto. Esto por ejemplo ocurre al calcular el número decimal que corresponde a la fracción $\frac{60}{22}$.

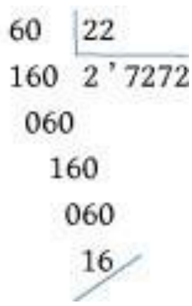


Imagen nº10: División inexacta. Autor: Ana José García Tejas

El cociente es 2,7272 es decir, un número decimal con infinitas cifras decimales que se repiten indefinidamente. A este número se le llama **decimal periódico.** Y al conjunto de cifras que se repiten se le llama **periodo.**

Este número se puede expresar así $2,\overline{72}$ ó en lugar de una línea un arco en la cifra que se repite de forma indefinida.

Cuando en un número decimal el período empieza justo detrás de la coma, se dice que el decimal es **periódico puro.** Si entre la coma y el periodo hay varias cifras decimales, el decimal se llama **periódico mixto.** A las cifras que hay antes del periodo se llama **anteperiodo.**

Imagen nº11: Número decimal periódico mixto Autor: Ana José García Tejas

Ejercicio 11

Escribe estas fracciones en forma de número decimal.

a) $\frac{53}{100}$ = ______________

b) $\frac{2}{5}$ = ______________

c) $\frac{8}{30}$ = ______________

d) $\frac{82}{11}$ = ______________

e) $\frac{56}{35}$ = ______________

3.1.3) Cálculo de fracciones generatrices

Un número decimal se puede escribir en forma de fracción. A dicha fracción se le llama **fracción generatriz**.

La fracción generatriz de un **decimal exacto** es una fracción que tiene por numerador el número sin coma, y por denominador se pone la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número decimal.

Ejemplos: $4{,}3 = \frac{43}{10}$; $0{,}58 = \frac{58}{100}$; $3{,}745 = \frac{3745}{1000}$;

La fracción generatriz de un **decimal periódico puro** es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos coma y periodo, menos el número formado por las cifras anteriores a la coma o parte entera del número decimal. Por denominador tiene tantos nueves como cifras hay en el periodo.

Ejemplos:

$$3{,}\overline{16} = \frac{316-3}{99} = \frac{313}{99} \qquad 0{,}\overline{2345} = \frac{2345-0}{9999} = \frac{2345}{9999}$$

Curiosidad

Los decimales periódicos mixtos lógicamente también se pueden escribir en forma de fracción, ésta tendrá como numerador el propio número escrito sin los signos coma y periodo, menos el número entero con las cifras no periódicas. Por denominador tiene tantos ceros como números periódicos seguida de tantos 0 como parte decimal no periódica.

Ejemplo: $7{,}4\overline{31} = \frac{7431-74}{990}$

Ejercicio 12

Escribe las fracciones generatrices de estos números decimales:

a) 5,1 = Numerador_______; Denominador _______

b) 0,002 = Numerador_______; Denominador _______

c) 0,555 = Numerador_______; Denominador _______

d) 2,353535 = Numerador_______; Denominador _______

3.2) Ordenación y representación de números decimales

Sabemos que los números son infinitos y que entre dos números hay infinidad de números, pero ¿cuál es mayor?

Para ordenar se compara cifra por cifra, es decir:

1. La parte entera.
2. Si tienen la misma parte entera, nos fijamos en las décimas.
3. Si tienen las décimas iguales, nos fijamos en las centésimas...etc.

Un número decimal es mayor que otro, si al representarlo en la recta numérica queda más a la derecha.

Ejemplo:

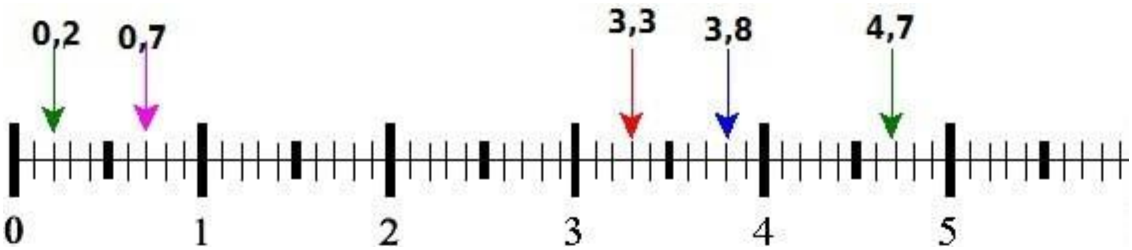


Imagen nº12 Representación números decimales. Autor: Ana José García

3.3) Operaciones con decimales

Las operaciones con números decimales son similares a las operaciones con números naturales con la particularidad de la coma decimal. En los siguientes apartados aprenderás a colocar la coma decimal en los resultados de las distintas operaciones.

Curiosidad

La idea del uso de la coma o el punto para los números decimales se atribuye a matemáticos como Giovani Magini o John Napier, a finales del SXVI. En 1968, Leibnitz, propuso usar el punto como signo de multiplicación, la coma quedó para separar la parte decimal del número. Pero en Inglaterra, se siguió utilizando el símbolo x para la multiplicación y el punto para separar los decimales. En el mundo digital, el punto ha ganado a la coma para separar los decimales.

3.3.1) Suma y resta de números decimales

Para sumar o restar dos números decimales hacemos lo siguiente:

1) Colocamos los números uno debajo del otro alineados por la coma.
2) Si no tienen el mismo número de cifras decimales, completamos con ceros aquel que tiene menos para igualarlo al otro término.
3) Se realiza la suma y la resta y colocamos la como alineada con los términos que operamos.

Ejemplo: Vamos a sumar 37,265 + 17,3

Ponemos los términos en vertical, alineados por la coma, y completamos con ceros las partes decimales correspondientes.

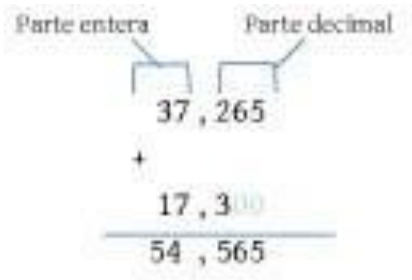


Imagen nº 13 Suma decimal.
Autor: Ana José García

Ejemplo: Vamos a restar 31,57 - 15,292

Imagen nº 14. Resta decimal.
Autor: Ana José García

Ejercicio 13

Complete realizando las operaciones que se indican:

a) 57,28 + 35,2 + 4,257 = ___________

b) 15,75 - 3,251 = ___________

c) 9,35 + 35,1 - 3,2 = ___________

3.3.2) Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros

Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros, desplazamos la coma hacia la derecha tantas posiciones como ceros tiene el número. Si no hay suficientes lugares o posiciones, se añaden ceros a la derecha del número.

Ejemplos:

0,32 x 10 = 3,2; 3,68 x 100 = 368; 2,6 x 1000 = 2600

Ejercicio 14

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a) 15,56 x 10000 = _____________

b) 13,89 x 100 = _____________

c) 0,567 x 10 = _____________

d) 52,57 x 1000 = _____________

e) 32,2 x 10 = _____________

3.3.3) Multiplicación de números decimales

Para multiplicar dos números decimales hacemos lo siguiente:

1) Colocamos los números decimales uno debajo del otro alineados a la derecha.
2) Multiplicamos como si fueran números naturales.
3) En el resultado ponemos la coma empezando a contar por la derecha, tantas cifras como la suma de decimales de los dos factores.

Ejemplo: Vamos a multiplicar 325,5 x 5,34

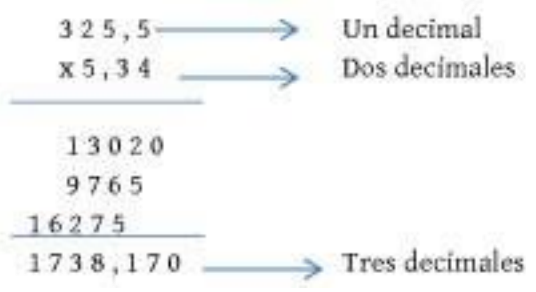


Imagen nº 15. Multiplicación decimales.
Autor: Ana José García

Ejercicio 15

Hemos comprado 32,5 l de leche a 0,92 € el litro. ¿Cuánto hemos pagado?

______-______= __________

Ejercicio 16

Realiza:

a) 15,3 · 12,71 = __________

b) 7,67 · 6,832 = __________

c) 6 · 9,876 = __________

3.3.4) División de un número decimal por la unidad seguida de ceros

Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros, desplazamos la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tiene la unidad. Si no hay suficientes cifras para desplazar la coma, añadimos ceros.

Ejemplos:

36 : 10 = 3,6; 27 : 1000 = 0,027; 4,5 : 1000 = 0,0045

Ejercicio 17

Realiza las siguientes divisiones:

a) 36,38 : 10 = __________

b) 1205 : 1000 = __________

c) 72,81 : 10 = __________

d) 1398, 3 : 100 = __________

e) 45,6587 : 1000 = __________

3.3.5) División de un número decimal entre un número natural

Para dividir un número decimal entre un número natural se divide la parte entera y cuando se llega a la parte decimal se pone la coma en el cociente y se sigue dividiendo.

Ejemplo:

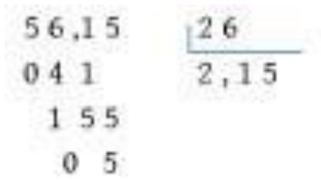


Imagen nº 16. División de número decimal entre número entero. Autor: Ana José García

Ejercicio 18

Realiza las siguientes divisiones:

a) 61,7 : 15 = _________

b) 43,9 : 32 = _________

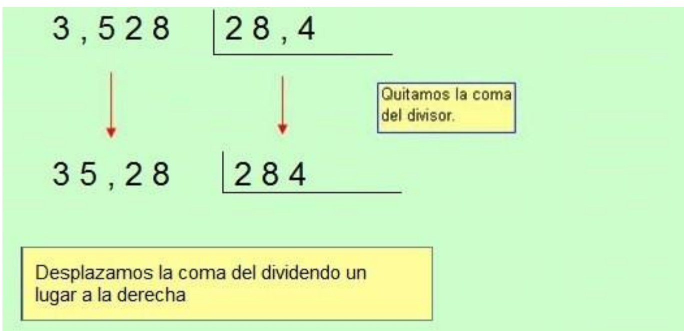
c) 57, 5 : 35 = _________

d) 2,4 : 7 = _________

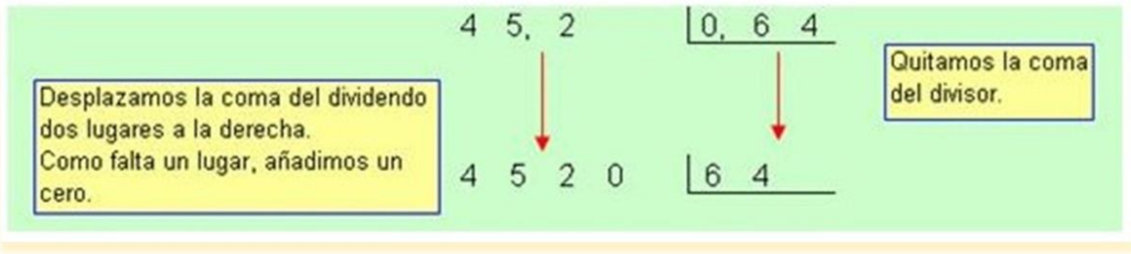
3.3.6) División de dos números decimales

Para dividir dos números decimales lo primero es quitar los decimales del divisor, por lo que en el dividendo se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como cifras decimales tiene el divisor. Si el dividendo tiene menos cifras decimales que el divisor, se añaden ceros a la derecha.

Vamos a ver a continuación varios ejemplos del arreglo previo que hay que realizar en la división de dos números decimales:

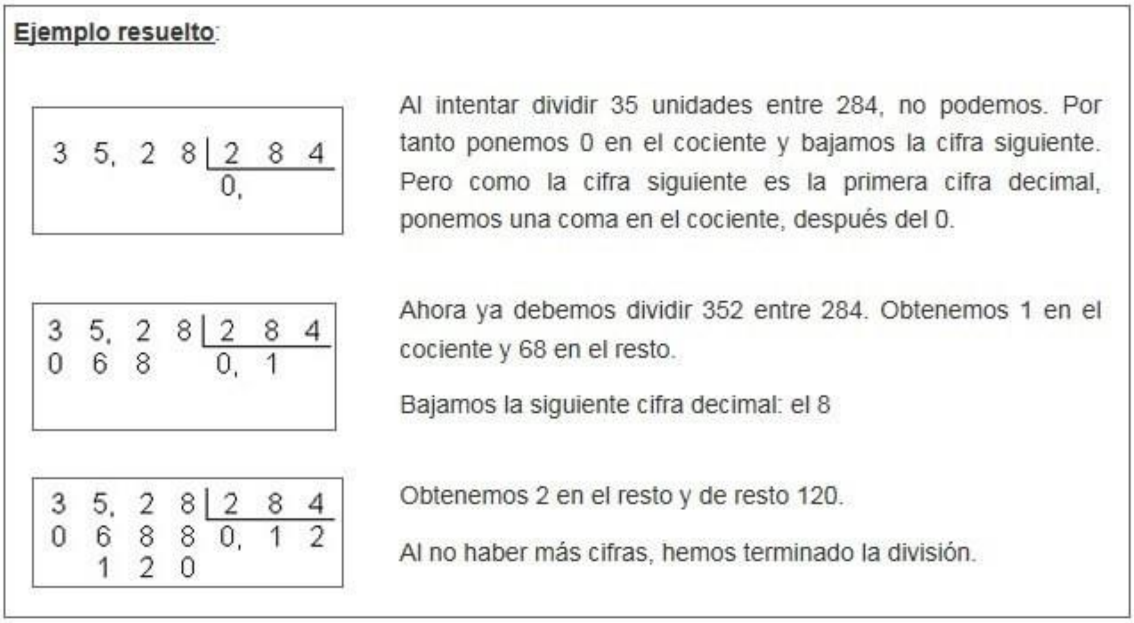


En este otro caso no tenemos bastantes cifras en el dividendo, por lo que deberemos añadir algún cero:



A continuación se realizarían las divisiones como ya sabemos.

Pero vamos a comenzar la primera de las divisiones por tratarse de un ejemplo singular.


Ejemplo resuelto:

Al intentar dividir 35 unidades entre 284, no podemos. Por tanto ponemos 0 en el cociente y bajamos la cifra siguiente. Pero como la cifra siguiente es la primera cifra decimal, ponemos una coma en el cociente, después del 0.

Ahora ya debemos dividir 352 entre 284. Obtenemos 1 en el cociente y 68 en el resto.

Bajamos la siguiente cifra decimal: el 8

Obtenemos 2 en el resto y de resto 120.

Al no haber más cifras, hemos terminado la división.

Recuerda que **aquí también se mantiene la priorización de operaciones** que hemos visto en apartados anteriores. Por tanto, en caso de que en una operación haya paréntesis, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas, se empiezan resolviendo los paréntesis, a continuación las multiplicaciones y divisiones y finalmente las sumas y restas.

Ejercicio 19

Realiza las siguientes divisiones:

a) 34,9 : 2,3 = ___________

b) 1,26 : 5,1 = ___________

c) El tío de Andrés quiere repartir 14,52 euros entre sus tres sobrinos. ¿Cuánto dará a cada uno? ___________

d) Hemos comprado varios litros de leche pagando por la compra 20,4 euros. Si cada litro cuesta 0,85 €, ¿cuántos litros hemos comprado? ___________

3.3.6) Resolución de problemas utilizando números racionales y decimales

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES.

Estrategias para la resolución de problemas matemáticos

PASO 1

Comprender el problema

¿Entiendo todo lo que dice el problema?

¿Puedo plantearlo con mis propias palabras?

¿Distingo cuáles son los datos?

¿Los datos que me proporcionan son suficientes para resolver el problema?

¿Sé a qué quiero llegar?

¿Este problema es similar a otros que haya resuelto antes?

PASO 2

Hacer un plan para resolver el problema. Representación gráfica

PASO 3

En este paso corresponde traducir la representación gráfica del problema en expresiones matemáticas y realizar las operaciones que sugiere.

PASO 4

Comprobar el resultado.

¿Es esta la solución correcta?

¿Puedo demostrar que esta es la solución correcta?

¿Hay alguna solución más sencilla?

¿Puedo emplear este mismo procedimiento en algún otro problema?

Ejercicio 20.

Elena va de compras con 180 €. Se gasta 3/5 de esa cantidad, ¿cuánto le queda?

Ejercicio 21.

Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los 5/11 del trayecto cuando el B ha recorrido los 6/13 del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

Ejercicio 22.

Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los 2/3 de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?

Ejercicio 23.

De un depósito con agua se sacan 184.5 l y después 128.75 l, finalmente se sacan 84.5 l. Al final quedan en el depósito 160 l. ¿Qué cantidad de agua había el depósito?

Ejercicio 24.

Eva sigue un régimen de adelgazamiento y no puede pasar en cada comida de 600 calorías.

Ayer almorzó: 125 g de pan, 140 g de espárragos, 45 g de queso y una manzana de 130 g.

Si 1 g de pan da 3.3 calorías, 1 g de espárragos 0.32, 1 g de queso 1.2 y 1 g de manzana 0.52.

¿Respetó Eva su régimen?

EJERCICIOS PARA PRACTICAR

Ejercicio 25

En las elecciones locales celebradas en un pueblo, 3/11 de los votos fueron para el partido A, 3/10 para el partido B, 5/14 para C y el resto para el partido D. El total de votos ha sido de 15 400. Calcular:

A. El número de votos obtenidos por cada partido.
B. El número de abstenciones sabiendo que el número de votantes representa 5/8 del censo electoral.

Ejercicio 26

Un padre reparte entre sus hijos 1 800 €. Al mayor le da 4/9 de esa cantidad, al mediano 1/3 y al menor el resto. ¿Qué cantidad recibió cada uno? ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero?

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Escribe las siguientes fracciones. Señala el numerador y el denominador de cada una.

	Fracción	Numerador	Denominador
a) Dos tercios	$\frac{2}{3}$	2	3
b) Tres cuartos	$\frac{3}{4}$	3	4
c) Cinco séptimos	$\frac{5}{7}$	5	7
d) Ocho novenos	$\frac{8}{9}$	8	9
e) Un sexto	$\frac{1}{6}$	1	6

Ejercicio 2

Escribe y representa las siguientes fracciones:

	Fracción
a) Tres séptimos	$\frac{3}{7}$
b) Siete octavos	$\frac{7}{8}$
c) Un cuarto	$\frac{1}{4}$
d) Seis sextos	$\frac{6}{6}$
e) Doce quinceavos	$\frac{12}{15}$

Ejercicio 3

Simplifica las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

$$\frac{6}{12}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{54}{81}=\frac{18}{27}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{40}{320}=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$$

$$\frac{180}{640}=\frac{18}{64}=\frac{9}{32}$$

Ejercicio 4

Simplificar las siguientes fracciones: $\frac{6}{12}$, $\frac{54}{81}$, $\frac{40}{320}$, $\frac{180}{640}$

$$\frac{6}{12}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{40}{320}=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$$

$$\frac{54}{81}=\frac{18}{27}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{180}{640}=\frac{18}{64}=\frac{9}{32}$$

Ejercicio 5

Reducir las siguientes fracciones a común denominador $\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{5}{8}$

$$m.c.m.(3,12,8)=24$$

$$\frac{\quad}{24}, \frac{\quad}{24}, \frac{\quad}{24}$$

$$24:3\cdot 2=\boxed{16}\ ,\ 24:12\cdot 7=\boxed{14}\ ,\ 24:8\cdot 5=\boxed{15}$$

$$\frac{16}{24}, \frac{14}{24}, \frac{15}{24}$$

Ejercicio 6

Escribe el signo > o <, donde corresponda. $\frac{3}{7}\square\frac{3}{9}$, $\frac{2}{5}\square\frac{6}{5}$, $\frac{3}{9}\square\frac{3}{4}$, $\frac{2}{7}\square\frac{5}{7}$

$\frac{3}{7}\boxed{>}\frac{3}{9}$, $\frac{2}{5}\boxed{<}\frac{6}{5}$, $\frac{3}{9}\boxed{<}\frac{3}{4}$, $\frac{2}{7}\boxed{<}\frac{5}{7}$

Ejercicio 7

Realiza las siguientes multiplica

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{3 \cdot 12}{4 \cdot 5} = \frac{36}{20} \qquad \frac{36}{20} \overset{:2}{=} \frac{18}{10} \overset{:2}{=} \frac{9}{5}$$

$$\frac{7}{21} \cdot \frac{3}{8} = \frac{7 \cdot 3}{21 \cdot 8} = \frac{21}{21 \cdot 8} \qquad \frac{21}{21 \cdot 8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{24}{56} = \frac{6 \cdot 24}{10 \cdot 56} = \frac{144}{560} \qquad \frac{144}{560} \overset{:16}{=} \frac{9}{35}$$

Nota: hemos dividido por 16 directamente. Esto es lo mismo que dividir por 2 cuatro veces.

Ejercicio 8

Realiza las siguientes divisiones:

$$\frac{8}{6} : \frac{3}{9} = \frac{8 \cdot 9}{6 \cdot 3} = \frac{72}{18} \qquad \frac{72}{18} \overset{:2}{=} \frac{36}{9} \overset{:3}{=} \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{1}{5} : \frac{25}{75} = \frac{1 \cdot 75}{5 \cdot 25} = \frac{75}{125} \qquad \frac{75}{125} \overset{:5}{=} \frac{15}{25} \overset{:5}{=} \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{18} : \frac{12}{24} = \frac{4 \cdot 24}{18 \cdot 12} = \frac{96}{216} \qquad \frac{96}{216} \overset{:2}{=} \frac{48}{108} \overset{:2}{=} \frac{24}{54} \overset{:2}{=} \frac{12}{27} \overset{:3}{=} \frac{4}{9}$$

Ejercicio 9

Realiza las siguientes operaciones.

9.1

$$\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)=3+\frac{1}{4}-2-\frac{1}{6}=1+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{12+3-2}{12}=\frac{13}{12}$$

9.2

$$\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}:\left(\frac{3+4}{12}\right)=\frac{1}{2}:\frac{7}{12}=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$$

9.3

$$\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-2\right)=\left(\frac{5-3}{3}\right)\cdot\left(\frac{7-4}{2}\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{6}{6}=1$$

9.4

$$\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right)=\left(\frac{3+2}{4}\right):\left(\frac{10+1}{6}\right)=\frac{5}{4}:\frac{11}{6}=\frac{30}{44}=\frac{15}{22}$$

Ejercicio 10

Escribe cómo se leen estos números:

a) 3,82 = Tres ***unidades*** ochenta y dos ***centésimas***

b) 5,1 = Cinco ***unidades,*** una ***décima***

c) 4,356 = Cuatro ***unidades,*** trescientas cincuenta y seis ***milésimas***

d) 0,03 = Tres ***centésimas***

Ejercicio 11

Escribe estas fracciones en forma de número decimal.

a) $\frac{53}{100}$ = 0.53

b) $\frac{2}{5}$ = 0.4

c) $\frac{8}{30}$ = 0.26

d) $\frac{82}{11}$ = 7.45

e) $\frac{56}{35}$ = 1.6

Ejercicio 12

Escribe las fracciones generatrices de estos números decimales:

a) 5,1 = Numerador 51; Denominador 10

b) 0,002 = Numerador 2; Denominador 1000

c) 0,555 = Numerador 5: Denominador 9

d) 2,353535 = Numerador 233; Denominador 99

Ejercicio 13

Complete realizando las operaciones que se indican:

a) 57,28 + 35,2 + 4,257 = 96,957

b) 15,75 – 3,251 = 12,499

c) 9,35 + 35,1 – 3,2 = 41,25

Ejercicio 14

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a) 15,56 x 10000 = 155600

b) 13,89 x 100 = 1389

c) 0,567 x 10 = 5,67

d) 52,57 x 1000 = 52570

e) 32,2 x 10 = 322

Ejercicio 15

Hemos comprado 32,5 l de leche a 0,92 € el litro. ¿Cuánto hemos pagado?

32,5 – 0,92 = 30,55

Ejercicio 16

Realiza:

a) 15,3 · 12,71 = 194,463

b) 7,67 · 6,832 = 52,40144

c) 6 · 9,876 = 59,256

Ejercicio 17

Realiza las siguientes divisiones:

a) 36,38 : 10 = 3,638

b) 1205 : 1000 = 1,205

c) 72,81 : 10 = 7,281

d) 1398, 3 : 100 = 13,983

e) 45,6587 : 1000 = 0,0456587

Ejercicio 18

Realiza las siguientes divisiones:

a) 61,7 : 15 = 4,11

b) 43,9 : 32 = 1,37

c) 57, 5 : 35 = 1,64

d) 2,4 : 7 = 0,34

Ejercicio 19

Realiza las siguientes divisiones:

a) 34,9 : 2,3 = 15,17

b) 1,26 : 5,1 = 0,24

c) El tío de Andrés quiere repartir 14,52 euros entre sus tres sobrinos. ¿Cuánto dará a cada uno? 4,84€

d) Hemos comprado varios litros de leche pagando por la compra 20,4 euros. Si cada litro cuesta 0,85 €, ¿cuántos litros hemos comprado? 24 litros

Ejercicio 20.

Elena va de compras con 180 €. Se gasta 3/5 de esa cantidad, ¿cuánto le queda?

$\frac{3}{5} \cdot 180 \qquad 180 \cdot 3 = 540 \qquad 540 : 5 = 108$

$180 - 108 = 72€$

Ejercicio 21.

Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los 5/11 del trayecto cuando el B ha recorrido los 6/13 del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

$$\frac{5}{11}, \quad \frac{6}{13} \qquad\qquad \frac{65}{143}, \quad \frac{66}{143} \qquad\qquad \frac{5}{11} < \frac{6}{13}$$

A $\quad \frac{5}{11} \cdot 572 \qquad\qquad 572 \cdot 5 = 2860$

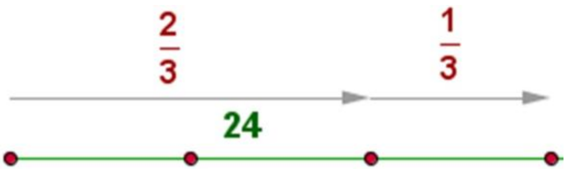
$2860 : 11 = 260\,\text{km}$

B $\quad \frac{6}{13} \cdot 572 \qquad\qquad 572 \cdot 6 = 3432$

$3432 : 13 = 264\text{ km}$

Ejercicio 22.

Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los 2/3 de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?



$24 : 2 = 12 \qquad\qquad 12 \cdot 3 = 36\text{ años}$

Ejercicio 23.

De un depósito con agua se sacan 184.5 l y después 128.75 l, finalmente se sacan 84.5 l. Al final quedan en el depósito 160 l. ¿Qué cantidad de agua había el depósito?

$$\begin{array}{rr} & 184.5 \\ & 128.75 \\ + & 84.5 \\ & 160 \\ \hline & 557.75\ l \end{array}$$

Ejercicio 24.

Eva sigue un régimen de adelgazamiento y no puede pasar en cada comida de 600 calorías.

Ayer almorzó: 125 g de pan, 140 g de espárragos, 45 g de queso y una manzana de 130 g.

Si 1 g de pan da 3.3 calorías, 1 g de espárragos 0.32, 1 g de queso 1.2 y 1 g de manzana 0.52.

¿Respetó Eva su régimen?

1

$125 \cdot 3.3 + 140 \cdot 0.32 + 45 \cdot 1.2 + 130 \cdot 0.52 =$

$= 412.5 + 44.8 + 54 + 67.6 = 578.9$ calorías

2

$578.9 < 600$ Por tanto, sí respetó el régimen.

Ejercicio 25

En las elecciones locales celebradas en un pueblo, 3/11 de los votos fueron para el partido A, 3/10 para el partido B, 5/14 para C y el resto para el partido D. El total de votos ha sido de 15 400. Calcular:

A. El número de votos obtenidos por cada partido.

B. El número de abstenciones sabiendo que el número de votantes representa 5/8 del censo electoral.

A $\frac{3}{11} \cdot 15\,400$ $(15\,400 \cdot 3) : 11 = 4200$ votos

B $\frac{3}{10} \cdot 15400$ $(15\,400 \cdot 3) : 10 = 4620$ votos

C $\frac{5}{14} \cdot 15400$ $(15\,400 \cdot 5) : 14 = 5500$ votos

$$4200 + 4620 + 5500 = 14320$$

D $15\,400 - 14320 = 1080$ votos

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$$

La recta está dividida en 8 partes iguales para saber la cantidad que representa cada parte tenemos en cuenta que las 5 primeras partes (la de los votos) suman 15 400 por tanto una parte será 15 400 dividido entre 5 que es igual a 3080. Y las otras tres partes (la de las abstenciones) se obtendrán multiplicando 3 por 3080.

Abstención $\frac{15400}{5} \cdot 3 = 9240$ abstenciones

Ejercicio 26

Un padre reparte entre sus hijos 1 800 €. Al mayor le da 4/9 de esa cantidad, al mediano 1/3 y al menor el resto. ¿Qué cantidad recibió cada uno? ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero?

Mayor $\frac{4}{9} \cdot 1800$ $(1800 \cdot 4) : 9 = 800$ €

Mediano $\frac{1}{3} \cdot 1800$ $1800 : 3 = 600$ €

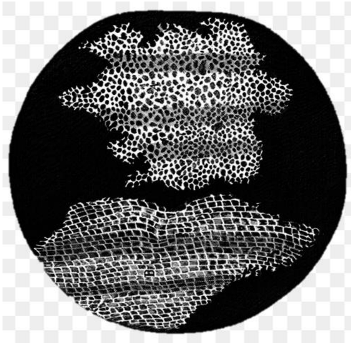
Menor $1 - \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{9-4-3}{9} = \frac{2}{9}$

$\frac{2}{9} \cdot 1800$ $1800 \cdot 2 = 3600 : 9 = 400$ €

PARTE 1. TEMA-I-3. LA CÉLULA

INTRODUCCIÓN

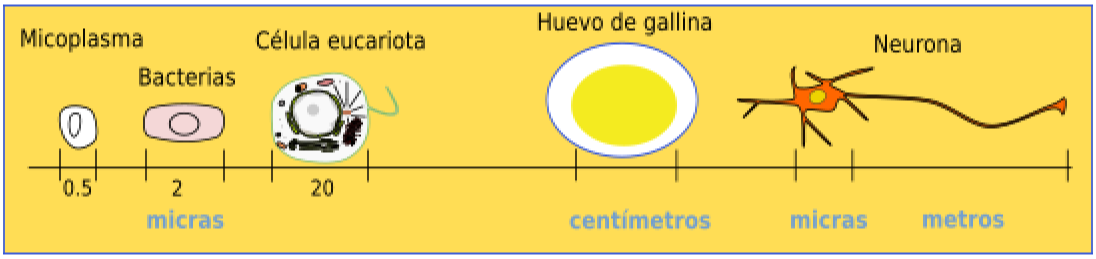
Gracias al microscopio se conoce la estructura de los seres vivos. Por ello se sabeque en todos los seres vivos se repiten unas unidades estructurales llamadas células. La palabra **célula** fue utilizada



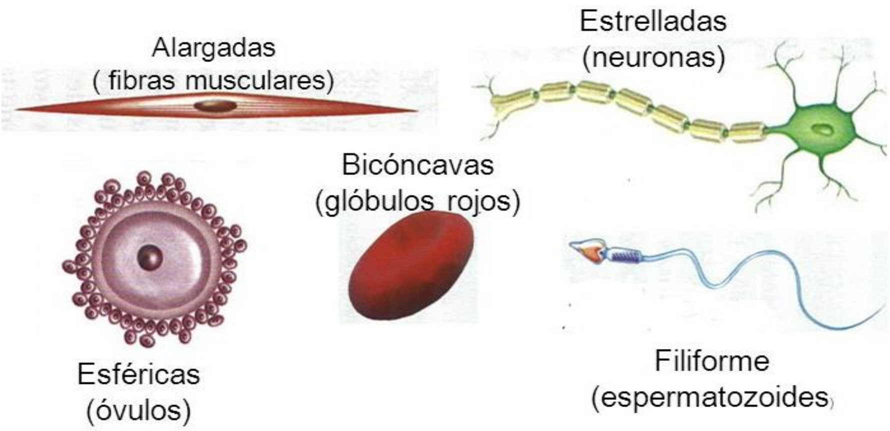
por primera vez por el científico inglés **Robert Hooke** para referirse a las "celdillas" que, en 1665, descubrió observando al microscopio unas laminillas de corcho.

I. CARACTERÍSTICAS DE LAS CÉLULAS

Tamaño. En general es microscópico, entre 1 y 20 micras (1 μ = 10^{-6} m = 0,000001 m). No obstante, hay células de gran tamaño como la yema de huevo del avestruz o algunas neuronas que sobrepasan el metro. El tamaño de la célula es independiente del tamaño del individuo.



Forma. Es muy variada y depende de la función que realizan, como, por ejemplo: las células de la piel son aplanadas, las células de los músculos son alargadas, las células de grasas son redondas, etc.


Alargadas
(fibras musculares)
Estrelladas
(neuronas)
Bicóncavas
(glóbulos rojos)
Esféricas
(óvulos)
Filiforme
(espermatozoides)

II. LA TEORÍA CELULAR.

Los principios de la **teoría celular** son:

1. **La célula es la unidad de origen de los seres vivos**. Es decir, toda célula procede de otra célula.
2. **La célula es la unidad estructural de los seres vivos.** Es decir, todos los seres vivos están formados por una o más células.
3. **La célula es la unidad funcional de los seres vivos**. Es decir, es la parte más pequeña de un ser vivo capaz de realizar todas las funciones vitales: nutrición, relación y reproducción**.**
4. **La célula es la unidad genética de los seres vivos**. Es decir, contiene la información hereditaria necesaria para el control de su desarrollo y funcionamiento, y esta información pasa de la célula madre a las células hijas.

III. ESTRUCTURA CELULAR

Todas las células tienen membrana plasmática, citoplasma y material genético.

La membrana plasmática, es una envoltura muy delgada y elástica que separa la célula del medio. Se encarga de regular la entrada y la salida de sustancias de la célula. También detecta estímulos del medio y permite la comunicación entre células.

El citoplasma, es la sustancia que rellena el interior de la célula y en él se encuentran los orgánulos celulares. En el citoplasma y en los orgánulos se producen las reacciones químicas de la célula o **metabolismo**.

El material genético de las células es el **ADN**, una sustancia química compleja que contiene la información necesaria para regular el funcionamiento de la célula, denominada información genética.

Dependiendo de dónde se localice el ADN, se diferencian dos tipos de células: las células **procariotas** y las células **eucariotas**.

LA CÉLULA PROCARIOTA

Las células procariotas no contienen núcleo, el material genético está disperso en el citoplasma. Los organismos procariotas constituyen el **reino Moneras**, son las **bacterias**.

Las células procariotas son muy pequeñas, su longitud suele estar comprendida entre 1 y 10 µm. De fuera hacia adentro, presentan las siguientes partes:

● **Cápsula:** capa más externa que las protege. No todas la tienen.

● **Pared celular:** envoltura rígida que rodea la membrana plasmática y da forma a la bacteria.

● **Membrana plasmática:** las separa del medio donde viven y controla el paso de sustancias a su través. Tiene repliegues denominados **mesosomas** que realizan funciones como: la respiración celular, fijar el ADN y controlar la división de la célula.

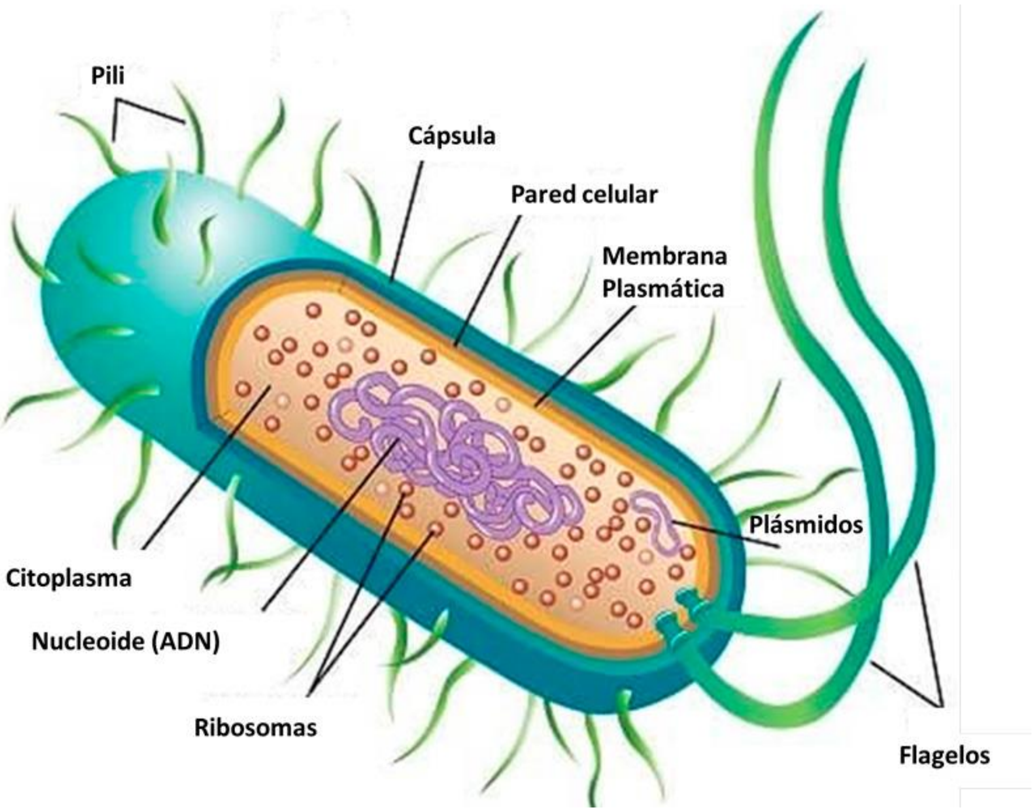
● **Citoplasma:** rodeado por la membrana y formado por agua con gran cantidad de sustancias disueltas, gotas de lípidos o inclusiones de sustancias de reserva como el almidón. No contiene orgánulos, excepto ribosomas (de menor tamaño que los de las células eucariotas).

● **Ribosomas:** orgánulos donde se forman las proteínas.

● **ADN:** material genético que controla la actividad celular. Es circular y se encuentra en una zona del citoplasma denominada **nucleoide**.

● **Plásmidos:** pequeñas secuencias de ADN circular extracromosómico que le confieren a la célula la capacidad de intercambiar material genético con otras células o resistencia frente a antibióticos.

● Algunas especies tienen prolongaciones, como los **flagelos**, que son largos y sirven para la locomoción, o las **fimbrias**, que son cortas y les sirven para fijarse al sustrato.



LA CÉLULA EUCARIOTA

Los organismos con células eucariotas pertenecen a los reinos **Protoctistas (algas y protozoos)**, **Hongos**, **Plantas** y **Animales**, y pueden ser unicelulares o pluricelulares. El tamaño de las células eucariotas está comprendido entre 10 y 100 µm.

Todas las células eucariotas tienen estructuras comunes:

- **Núcleo**: su ADN se encuentra rodeado por una membrana.
- **Citoesqueleto**: red de filamentos que da forma a la célula y permite su movimiento.
- **Gran variedad de orgánulos**: algunos de estos, como las **mitocondrias**, los **ribosomas**, el **aparato de Golgi**, el **retículo endoplasmático**, los **lisosomas** y otras **vesículas**, están presentes en todas las células eucariotas; otros son específicos de las células animales o de las células vegetales. Por ejemplo, las células vegetales tienen **cloroplastos**, **grandes vacuolas** y **pared celular**; las células animales tienen **centriolos** y, en ocasiones, unas estructuras para el movimiento (**cilios** y **flagelos**).

IV. TIPOS DE ORGANISMOS SEGÚN SU NÚMERO DE CÉLULAS

Los organismos, según el número de células, **pueden ser**:

- **Unicelulares**: Formados por una sola célula que realiza todas las funciones vitales. Según sea su célula, estos organismos pueden ser **procariotas** o **eucariotas**. A veces viven en grupos estables, denominados **colonias**, en este caso, unas células realizan un tipo de función y otras células otro. Ejemplos de organismos unicelulares: las **bacterias**, las **levaduras** (un tipo de hongos) los **protozoos** y muchas **algas eucariotas**.
- **Pluricelulares**: Formados por muchas células. Son **todos eucariotas** y sus células se forman a partir de una única célula, por lo que todas ellas tienen la misma información genética, aunque no la expresen de la misma manera. Las células se especializan en funciones concretas y forman los distintos tejidos de un organismo pluricelular. Ejemplos de organismos pluricelulares: los **animales**, las **plantas**, los **hongos** (excepto las levaduras) y muchas **algas eucariotas**.

Actividad 1

¿De dónde viene el nombre de célula?

Actividad 2

¿Tienen todas las células el mismo tamaño y forma?

Si comparásemos las células sanguíneas de un ratón y de un elefante, ¿cuáles serían más grandes?

Actividad 3

Clasifica los seres vivos atendiendo a su complejidad en cuanto al número de células que los forman.

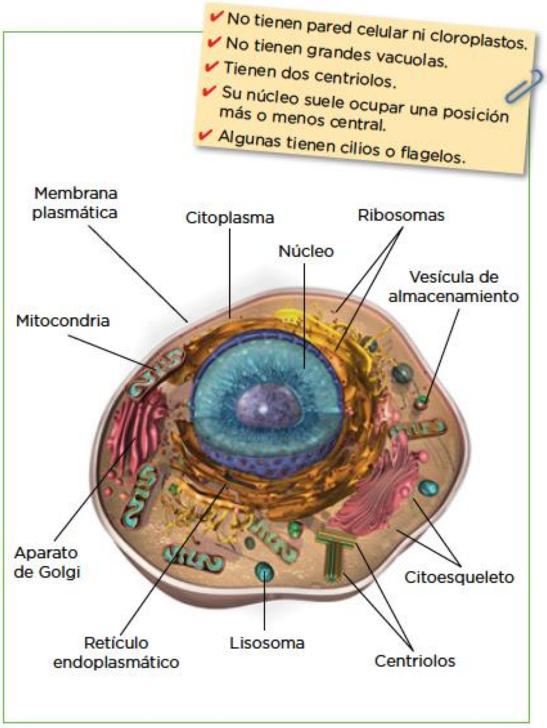
Actividad 4

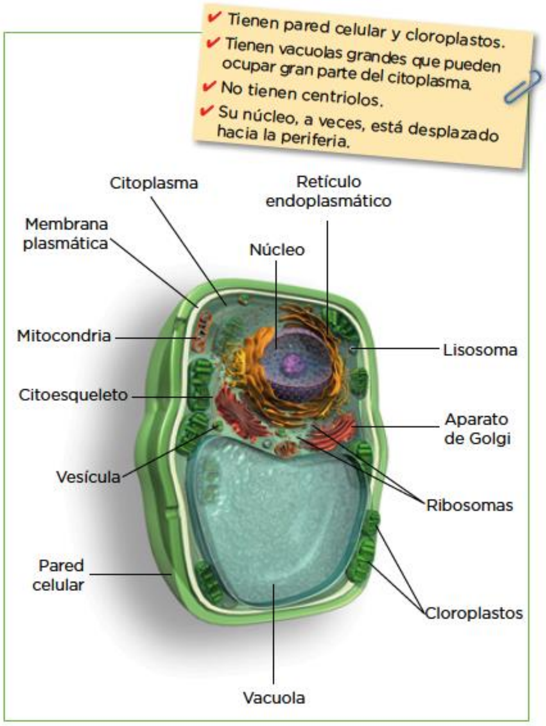
Describe brevemente la célula procariota:

Actividad 5

Organiza en una tabla las estructuras comunes a todas las células eucariotas, las estructuras características de las células vegetales y las propias de las células animales.

PRINCIPALES DIFERENCIAS	
CÉLULA EUCARIOTA ANIMAL	**CÉLULA EUCARIOTA VEGETAL**





Estructuras propias de las células animales	Estructuras comunes de las células eucariotas	Estructuras propias de las células vegetales

Actividad 6

Di qué no has entendido de lo estudiado hasta ahora:

ESTRUCTURA DEL NÚCLEO

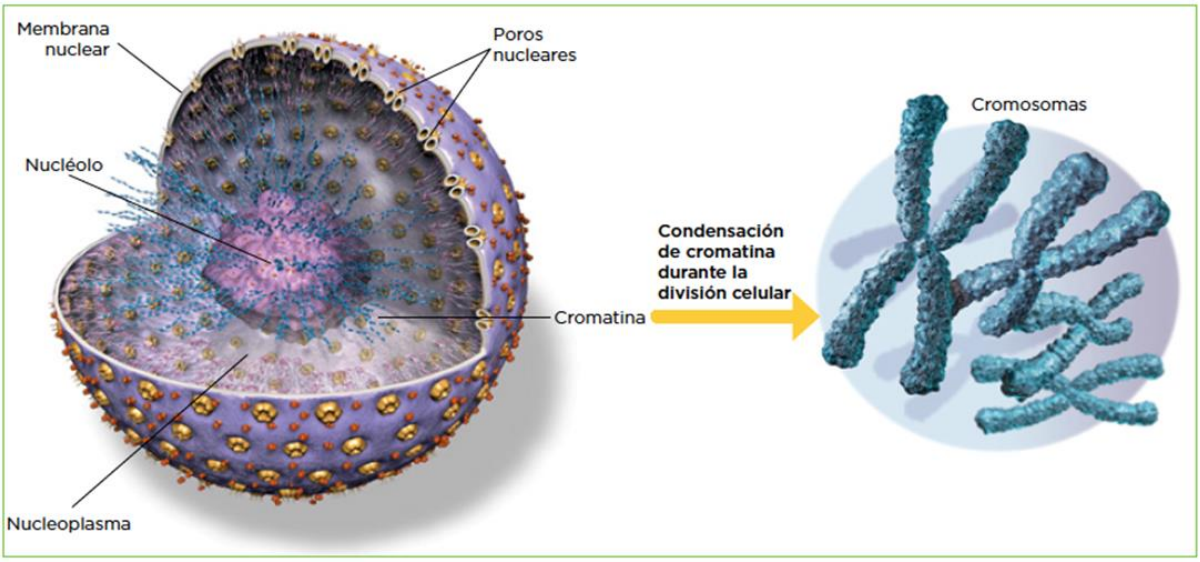
Se encuentra en el centro de la célula animal y en la periferia de las vegetales. Es, generalmente, de forma esférica.

En el núcleo se distinguen las siguientes estructuras:

- **Membrana nuclear.** Es la que envuelve al núcleo y lo separa del citoplasma. Tiene unas perforaciones, denominadas **poros nucleares,** que permiten el intercambio de sustancias entre el núcleo y el citoplasma.
- **Nucleoplasma.** Es el líquido nuclear.
- **Nucléolo.** Es una estructura redondeada en la que se fabrican los ribosomas.
- **Cromatina.** Fibras de ADN (ácido desoxirribonucleico) y proteinas y que son portadoras de la información genética del individuo. Cuando la célula se divide la cromatina se compacta y forma **los cromosomas.**

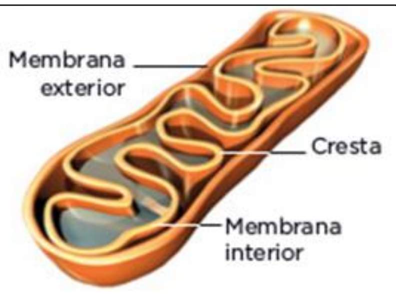
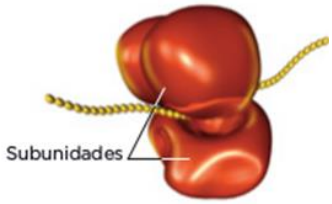
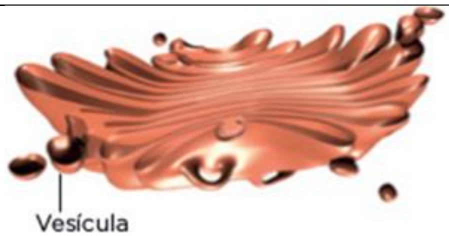
Función del núcleo

- **Contiene el material genético con la información hereditaria** que determina las características de las células y de los organismos formados por ellas.
- **Dirige toda la actividad celular**.



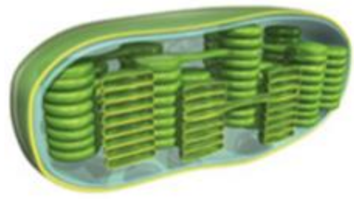
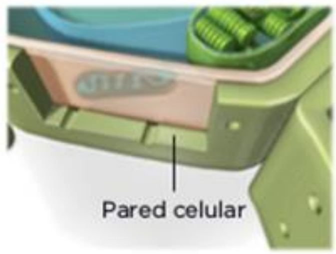
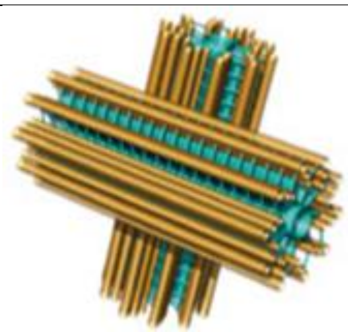
ESTRUCTURA Y FUNCIÓN DE LOS **ORGÁNULOS CELULARES** CONTENIDOS EN

EL **CITOPLASMA DE TODAS LAS CÉLULAS EUCARIOTAS**

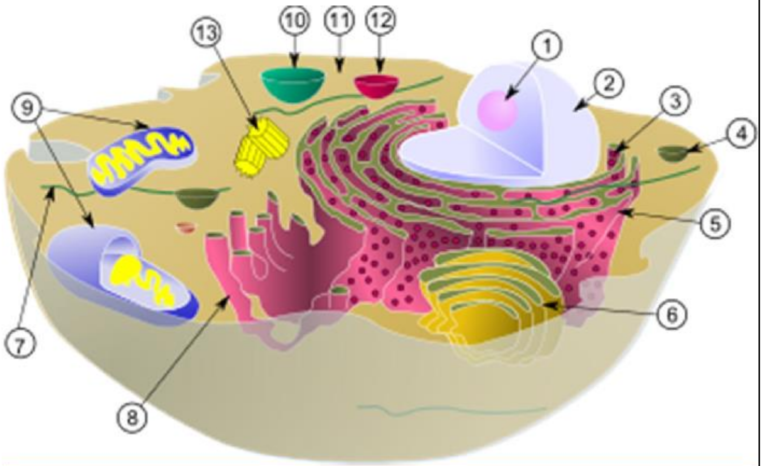
Mitocondrias: Realizan la **respiración celular**, transformando la materia orgánica en la **energía** que la célula necesita para realizar todas sus funciones.	
Ribosomas: Fabrican las proteínas de la célula, gracias a la información suministrada por el ARN mensajero.	
Retículo Endoplasmático: Está pegado a la membrana celular y a la nuclear. Formado por túbulos conectados entre sí. Hay dos tipos: - **Retículo endoplasmático rugoso (RER):** tiene ribosomas adosados y por tanto se encarga de distribuir, recoger, almacenar y transportar las proteínas fabricadas en los ribosomas. - **Retículo endoplasmático liso (REL):** que fabrica lípidos.	
Aparato de Golgi: Son sacos apilados en los que se fabrican los **lisosomas**.	
Lisosomas: Intervienen en el proceso digestivo de la célula.	

ESTRUCTURA Y FUNCIÓN DE **ORGÁNULOS** Y OTRAS ESTRUCTURAS

NO COMUNES A TODAS LAS CÉLULAS EUCARIOTAS

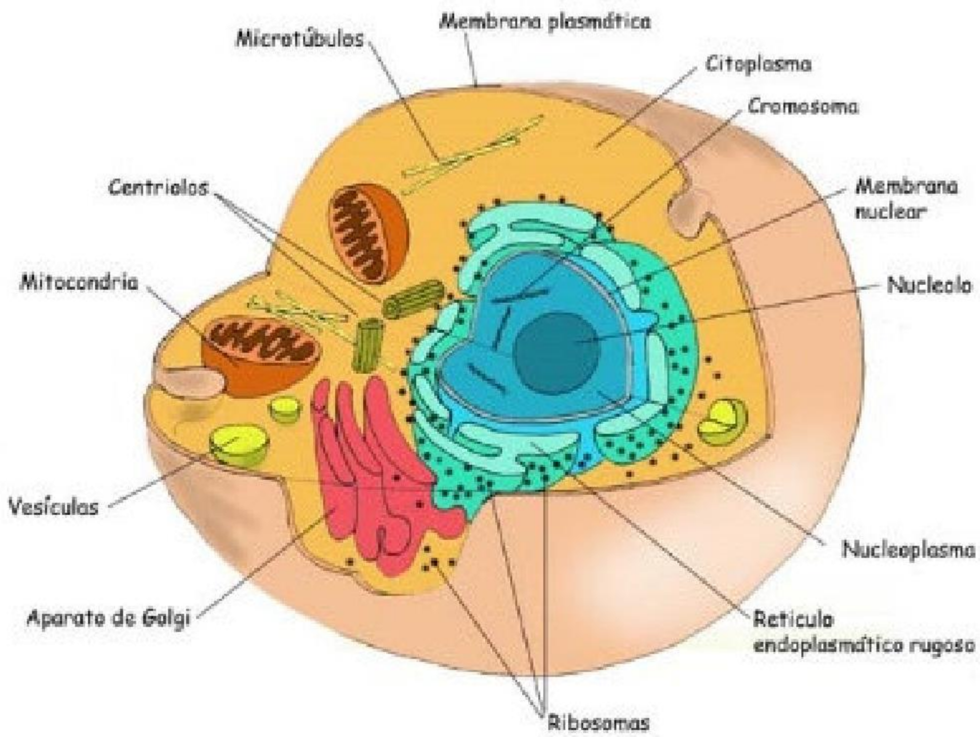
Cloroplastos: Sólo existen en los vegetales, en las partes verdes. Contienen una sustancia, la clorofila, que realiza la **fotosíntesis**: proceso por el que se transformar la energía de la luz solar en energía química. Gracias a la fotosíntesis las plantas realizan una **nutrición autótrofa** que consiste en transformar la materia inorgánica (agua, dióxido de carbono y sales minerales) en materia orgánica(hidratos de carbono).	
Vacuolas: Acumulan sustancias de reserva o de desecho. Son muy grandes en las células vegetales y pequeñas en las animales.	
Pared celular: En las **células vegetales**, la membrana está rodeada por una **pared celular** de **celulosa** que les da una mayor consistencia.	
Centriolos: Son unas estructuras con **forma cilíndrica** que intervienen en la **división celular** de las células animales.	
Cilios y flagelos: Son prolongaciones de la célula. • Si son cortas y numerosas reciben el nombre de **cilios**. • Si son largas y solo hay 1, 2 o unos pocos se denominan **flagelos**.	

COMPARACIÓN ENTRE CÉLULAS ANIMALES Y VEGETALES		
	CÉLULA ANIMAL	**CÉLULA VEGETAL**
Estructuras básicas	• Sin pared celular • Membrana plasmática • Citoplasma • Núcleo (con nucléolo)	• Con pared celular (de celulosa) • Membrana plasmática • Citoplasma • Núcleo (con nucléolo)
Orgánulos	• Retículo endoplasmático rugoso • Retículo endoplasmático liso • Ribosoma • Aparato de Golgi • Mitocondria • Vesículas • Lisosomas • Vacuolas pequeñas • Con centriolos • Sin cloroplastos	• Retículo endoplasmático rugoso • Retículo endoplasmático liso • Ribosomas • Aparato de Golgi • Mitocondria • Vesículas • Lisosomas • Vacuola central y grande • Sin centriolos • Con cloroplastos
Nutrición	• Heterótrofa (**no** realiza la fotosíntesis)	• Autótrofa (realiza la fotosíntesis)
Forma	• Irregular	• Regular (poliédrica)

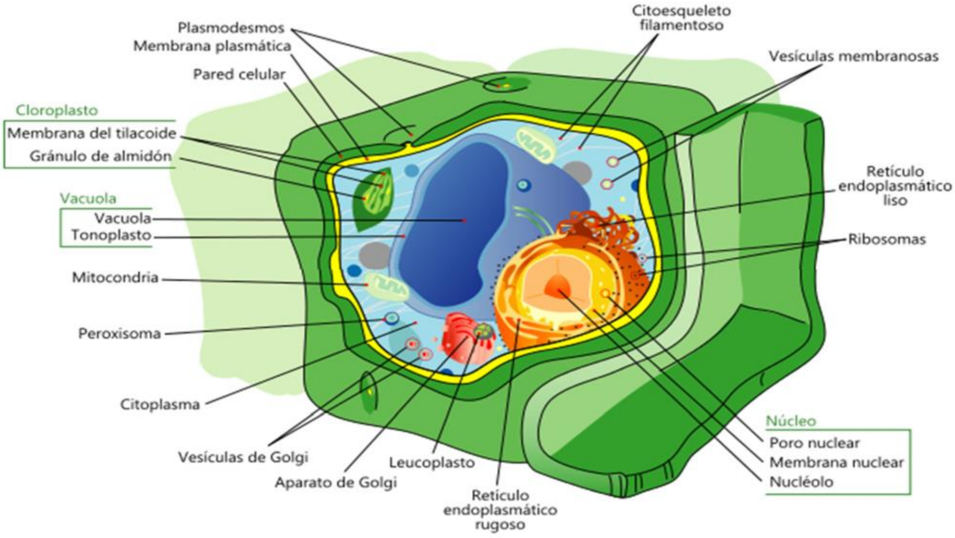


ESTRUCTURA DE UNA CÉLULA ANIMAL TÍPICA

1. Nucléolo,
2. Núcleo,
3. Ribosoma,
4. Vesícula,
5. Retículo endoplasmático rugoso,
6. Aparato de Golgi,
7. Citoesqueleto (microtúbulos),
8. Retículo endoplasmático liso,
9. Mitocondria,
10. Peroxisoma,
11. Citoplasma,
12. Lisosoma.
13. Centriolo.



ESTRUCTURA DE UNA CÉLULA VEGETAL:



Practica lo aprendido

1. Realiza las actividades que encontrarás en los siguientes enlaces: Procariota - eucariota

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/actividad14.htm

Animal - vegetal

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/actividad15.htm

Autótrofa - heterótrofa

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/actividad17.htm

2. En el siguiente enlace podrás aprender algo más sobre la nutrición de las células:

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/4ESO/seruni-pluricelulares/contenidos6.htm

3. También puedes visualizar el siguiente vídeo sobre el funcionamiento de las células.

Vídeo: CÓMO FUNCIONAN LAS CÉLULAS. Autor: Desconocido Fuente: Youtube https://www.youtube.com/watch?v=S3s24ahBsxg

Tema 4. Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebráico.

1. Proporcionalidad numérica

1. 1. Magnitudes y Proporciones

Una **magnitud** es cualquier propiedad de un ente que se pueda **expresar numéricamente, por tanto medirse, es decir, compararse con un patrón.** Son magnitudes: La longitud del lado un cuadrado o la capacidad de una botella de agua o la temperatura a la que esta está.

Razón.

Se entiende por razón la relación de comparación de dos cantidades. Esta comparación la podemos hacer de dos maneras:

1. Hallando en cuanto excede una cantidad a la otra, es decir **restándose**.
2. Hallando cuántas veces contiene una cantidad a la otra, es decir, **dividiéndose.**

De aquí que haya dos clases de razones, **razón aritmética** o por diferencia y **razón geométrica** o por cociente.

- **Razón ARITMÉTICA.** Es la diferencia indicada de dos cantidades que se comparan.

  Así la razón aritmética entre 60 y 12 será 48. Pues 60-12=48

- **Razón GEOMÉTRICA.** Es el cociente entre dos cantidades de magnitudes comparables entre sí.

  Así la razón geométrica entre 60 y 12 será 5. Pues $\frac{60}{12} = 5.$

El antecedente es el dividendo y el consecuente es el divisor.
Al valor de la razón se le denomina **constate de proporcionalidad** y nos referiremos a él como **k**.

Las razones geométricas las expresamos en forma de fracciones, pero al contrario que las fracciones, estas están formadas por dos cantidades independientes, el antecedente y el consecuente que no tienen por qué ser números enteros.

Si $\frac{a}{b}$ es una **fracción,** entonces es un representante de un número Racional, luego **a** y **b** son **números enteros** con **b≠0,** mientras que en la **razón** $\frac{x}{y}$ los números **x** e **y** pueden ser números no enteros.

1. 1. 1. Proporción aritmética

Una proporción es la **igualdad de dos razones**.

Cuando la proporción está formada por razones aritméticas hablamos de EQUIDIFERENCIAS o proporción aritmética.

Se escribe de la forma **a-b=c-d**. Leyéndose: **a** es a **b** como **c** es a **d**.

En una equidiferencia se cumple que la suma de los términos medios es igual a la suma de los términos extremos. **a+d = c+b**.

Si nos dicen que la razón aritmética entre dos equidiferencias es 13, podríamos expresar infinitas equidiferencias que tuviesen dicha razón, una de ellas podría ser:

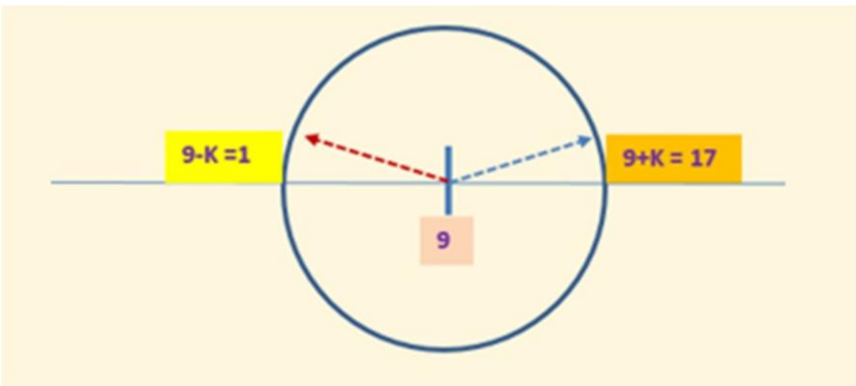
$$23-10 = 15-2 = k = 13$$

Cuando una equidiferencia tiene los números **intermedios iguales** se le denomina **continúa**. El número intermedio se dice que es **media aritmética de los números extremos**.

$$\frac{17+1}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

La siguiente proporción aritmética 17-**9** = **9**-1 es continua, por tanto el número 9 es la media aritmética de 17 y 1, luego:

Como la constante de proporcionalidad aritmética es 8 ocurrirá que nueve es equidistante:



Ejercicio 1

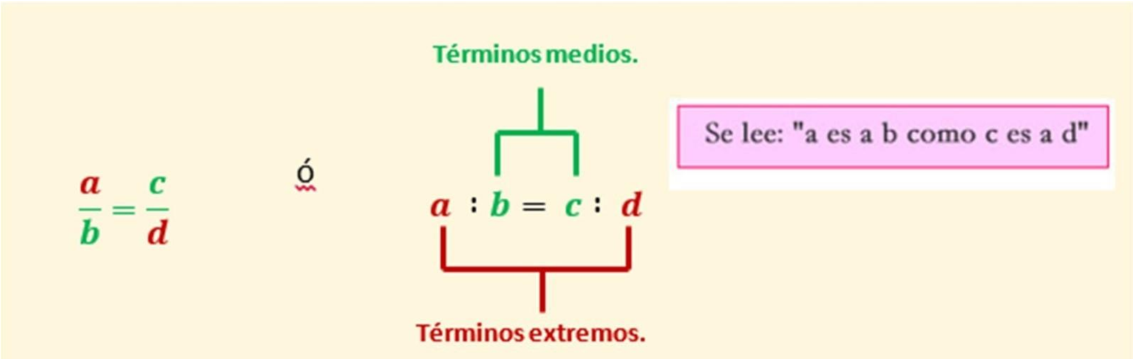
¿Cuál es la razón aritmética de los números?

a) $\frac{11}{12}$ y $\frac{5}{6}$

b) 5,6 y 3,5

1. 1. 2. Proporción geométrica

Cuando igualamos dos razones geométricas, hablamos de proporciones geométricas.



- En toda proporción geométrica, el **producto** de los términos **medios** es igual al **producto** de los términos **extremos**. Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow a.d = b.c$$

Si nos preguntásemos si las razones 15/20 y 3/4 forman una proporción geométrica comprobaríamos que se verifique la igualdad siguiente, por tanto:

$$k = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad 15.\ 4 \ = \ 20\ .\ 3$$

Como se cumple la igualdad, podemos decir que de dichas razones forman una proporción geométrica.

¿Pero cómo podemos caracterizar a una proporción para diferenciarla del resto?

Pues bien, cada proporción se caracterizará por su constante de proporcionalidad, que no es más que el valor que toma el cociente de la razón. Le denominaremos K.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=k$$

Así, la constante de razón del ejemplo anterior será K=3/4=0,75

En una proporción o en una serie de razones iguales, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}$$

Esta propiedad será fundamental para hablar de los repartos directa e inversamente proporcionales.

Si la aplicamos al ejemplo anterior tendríamos:

$$k=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}=\ 0{,}75\ =\frac{15+3}{20+4}=\frac{18}{24}$$

Ejercicio 2

Indica si las siguientes razones representan una proporción. (SI o NO)

$$\left[\frac{3}{2}\right]=\left[\frac{9}{7}\right]$$

$$\left[\frac{2}{5}\right]=\left[\frac{5}{16}\right]$$

$$\left[\frac{6}{24}\right]=\left[\frac{1}{4}\right]$$

$$\left[\frac{24}{6}\right]=\left[\frac{15}{4}\right]$$

1.1.2.a) Cuarto proporcional

Es uno cualquiera de los términos (**conocido o desconocido**) de una proporción geométrica.

Un ejemplo tipo sería el siguiente:

- Determina el cuarto proporcional desconocido, de las siguientes proporciones geométricas

$$a)\ \frac{2}{x}=\frac{4}{10}\ ;\ b)\ \frac{x}{5}=\frac{4}{10}$$

$$a)\quad \frac{2}{x}=\frac{4}{10} \longrightarrow x=\frac{2\cdot 10}{4} \longrightarrow x=5$$

$$b)\quad \frac{x}{5}=\frac{4}{10} \longrightarrow x=\frac{5\cdot 4}{10} \longrightarrow x=2$$

Veremos más adelante, que determinar el cuarto o la cuarta proporcional es una forma de plantear y resolver la regla de tres simple.

<u>Ejercicio 3</u>

Determina la cuarta proporcional de una proporción <u>aritmética</u>, donde sabemos que 50 es a 40 como 25 es a X.

<u>Ejercicio 4</u>

Determina la cuarta proporcional de una proporción <u>geométrica</u>, donde sabemos que 4 es a 7 como 8 es a X.

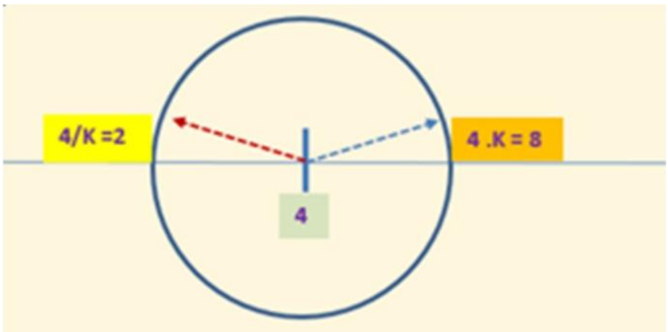
1.1.2. b) Media proporcional

Cuando una proporción tiene los **números medios iguales**, se le denomina **proporción continua**. **El número medio** representa la **media geométrica** o media proporcional de los números extremos.

$$\frac{8}{4}=\frac{4}{2} \Rightarrow$$ Por tanto **4** es media proporcional de 2 y 8

Por lo que podemos decir que: $4^2 = 2.8 = 16$.

Como la constante de proporcionalidad es K=2, podríamos poner:



Para calcular el medio proporcional de una proporción continua se extrae **la raíz cuadrada del producto de los extremos**.

$$\frac{3}{x} = \frac{x}{12} \rightarrow x^2 = 3 \cdot 12 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow x = \pm 6$$

Ejercicio 5

Determina una proporción continua que tenga como media proporcional 6

Ejercicio 6

Determinar la media de la proporción aritmética que tiene como extremos 81 y 4

Ejercicio 7

Determina la media proporcional de la proporción geométrica de extremos 81 y 4

1.1.2. c) Tercero proporcional

En una **proporción continua**, **como los términos medios son iguales,** se denomina tercero proporcional a cada uno de los términos desiguales.

Un tercero proporcional es igual al cuadrado de los términos iguales, dividido por el término desigual.

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{12} \longrightarrow x = \frac{6^2}{12} = 3$$

Ejercicio 8

Hallar la tercera proporcional de 8 y 2.

$\frac{8}{2} = \frac{2}{X}$ ➡ $X.8 = 4$ ➡ $X = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

1. 2. Magnitudes directamente proporcionales. Proporcionalidad directa

Dos variables **(x, y)** relacionadas en un mismo fenómeno, son directamente **proporcionales**, cuando

- al aumentar de valor una aumenta de valor la otra

Si $X \uparrow \leftrightarrow Y \uparrow$

- O si la primera disminuye, disminuye la segunda.

$X \downarrow \leftrightarrow Y \downarrow$

Cuando ocurre esa relación se verificará que: $\frac{y}{x} = k$ es decir, el cociente (división) entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

Veamos la siguiente propuesta: **Indica si las magnitudes siguientes son directamente proporcionales:**

La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro

Respuesta: **Sí**, porque a mayor longitud de sus lados mayor perímetro. (Si una variable aumenta la otra aumenta en la misma razón)

El número de trabajadores y los días que se demoran en hacer un trabajo, si todos trabajan de igual manera:

Respuesta: **No**, porque a mayor cantidad de trabajadores menos cantidad de días. (Si una variable aumenta, la otra disminuye en la misma razón)

En el caso de las magnitudes relacionadas mediante una proporcionalidad directa, dicha relación se puede representar como: $y = k.X$, a la que denominamos **función lineal.** Donde:

x se le denomina variable independiente.

y se le denomina variable dependiente. K constante de proporcionalidad.

Por ejemplo si tenemos la siguiente función: **y = 3 x**. la constante de proporcionalidad sería 3.

Nos indica que por cada unidad que aumentemos la variable x, se aumenta en tres unidades la variable y.

¿Cómo se calcula la constante de proporcionalidad conociendo relaciones entre dos magnitudes?

Como $y = k\,x$ entonces $\longrightarrow k = y / x$

Calcula la constante de proporcionalidad de los valores de la tabla siguiente:

x	3	6	7
y	6	12	14

$$k = \frac{y}{x} = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{14}{7} = 2$$

Analicemos el siguiente ejemplo: Juan ha utilizado 20 huevos para hacer 4 tortillas iguales.

a) ¿Cuántos huevos necesita para hacer 6 tortillas?

b) ¿Y para hacer 2?

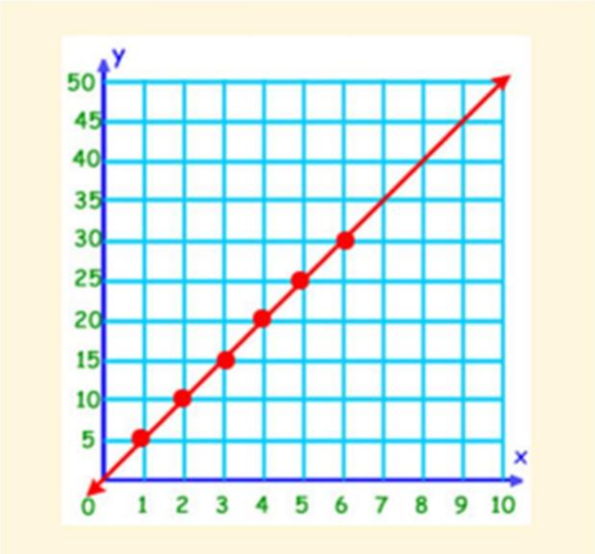
Como las tortillas tienen todas la misma cantidad de huevos, podríamos rellenar la siguiente tabla:

número de tortillas→ X	1	**2**	3	**4**	5	**6**
número de huevos →Y	5	10	15	**20**	25	30

Si llevamos sobre un sistema de **ejes cartesianos**[1] las parejas de valores (x,y) del ejemplo anterior, vemos que estos puntos no se sitúan aleatoriamente en la representación, sino que configuran una línea recta que pasa por el origen del sistema de referencia, punto (0,0).

Así pues, el gráfico que corresponde a una relación de proporcionalidad directa **es una línea recta** que pasa por el origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

Además, si nos fijamos en la tabla, podemos darnos cuenta de que el cociente (división) entre las dos magnitudes (y / x) es constante y representa la constante de proporcionalidad de la relación. En este caso el valor de la constante de proporcionalidad es **5**.



[1] Ejes cartesianos. Cada una de las rectas reales graduadas que se cortan perpendicularmente dividiendo al plano en cuatro cuadrantes.

Ejercicio 8

Indica en qué casos las magnitudes que aparecen son directamente proporcionales: Contesta Si o No.

a) La velocidad de un vehículo y la distancia que recorre en dos horas.	
b) El coste de un lápiz y la cantidad de lápices que se pueden comprar con 10 euros.	
c) La distancia recorrida y el tiempo que se tarda en recorrerla.	
d) El número de litros de agua que contiene un depósito y su peso.	
e) La edad de una persona y su estatura.	

1.3. Magnitudes inversamente proporcionales. Proporcionalidad inversa

Dos variables **(x, y)** relacionadas en un mismo fenómeno, son inversamente proporcionales, cuando

- al **aumentar** de valor una de ellas **disminuye** el valor de la otra
- O si la primera **disminuye**, **aumenta** la segunda.

Cuando ocurre lo anterior se verifica que **(** $x \cdot y = k$ **) , es decir** el producto entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

Esta relación de proporcionalidad inversa se puede representar como una función de la forma: $y = k / x$, donde:

x se le denomina variable independiente.

y se le denomina variable dependiente.

K constante de proporcionalidad inversa.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Indica si la relación entre las variables dadas son o no inversamente proporcionales.

El número de albañiles y el tiempo empleado en hacer una construcción edificio.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales**, ya que con el doble, triple... número de albañiles se tardará la mitad, tercera parte de tiempo en construir el mismo edificio.

La velocidad de un automóvil y el trayecto recorrido en el mismo tiempo.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales** ya que a tiempo constante, con el doble o el triple... de la velocidad, el automóvil recorrerá el doble, triple... de espacio.

La velocidad de un automóvil y el tiempo empleado en recorrer el mismo trayecto.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales,** ya que, a espacio constante, con el doble, triple... velocidad, el auto tardará la mitad, tercera parte... de tiempo en recorrerlo.

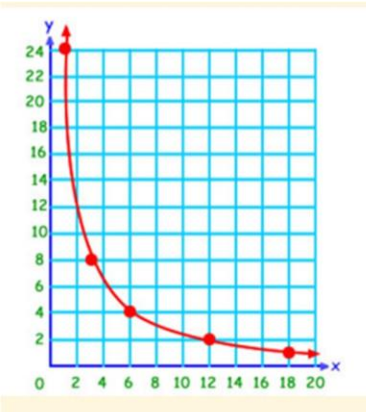
Gráfico de proporcionalidad inversa.

La tabla siguiente representa a los diferentes valores de las variables en una relación inversa.

x	3	6	12	1
y	8	4	2	24

Si representamos sobre un sistema de coordenadas cartesianos dichos valores los puntos representativos forman una curva, llamada **hipérbola**.

Esta gráfica es indicativa de que entre las variables hay una relación de proporcionalidad inversa.



<u>Ejercicio 9</u>

Indica en cuáles de las siguientes situaciones, las magnitudes que aparecen son inversamente proporcionales:

a) El tiempo que trabaja una persona y el salario que recibe.

b) Número de trabajadores en una obra y tiempo que tardan en terminarla.

c) Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia.

d) Precio de un artículo e importe del IVA.

e) Longitud de una circunferencia y de su diámetro.

f) Número de vacas en un establo y tiempo para el que tienen alimento.

2. Comparación de dos o más magnitudes en proporción geométrica

2. 1. Regla de tres simple directa

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B**, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera directamente proporcional (***a más de A, más de B***).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes **A** y **B**, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Sabemos que 4 libros cuestan 8 €, nos gustaría saber cuánto nos costarían 15 libros del mismo tipo.

Tenemos dos magnitudes representada por las variables: A → **número de libros**.
B → coste de los libros.

De esas variables conocemos tres cantidades: $A_1=4$, $B_1=8$, $A_2=15$. Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores $B_2=X$

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto:	**4 libros**	→	**8 €**
Pregunta:	**15 libros**	→	**X €**

Esta forma de plantear el problema se le llama regla de tres simple directa y vamos a ver que hay tres formas de enfrentar su solución:

- **Método de reducción a la unidad.**

Si 4 libros cuestan 8 euros, un libro constará cuatro veces menos, es decir, un libro costará 8/4 = 2 €, por tanto 15 libros costarán 15 veces más que un libro solo, es decir, 2.15=**30€**, que sería la respuesta buscada.

- **Método de las proporciones.**

Como a más libros adquiridos pagaremos más, las dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B** son directamente proporcionales.

La constante de razón (k) de las cantidades homogéneas (*de la misma variable*) son iguales, luego podremos igualar las razones, quedándonos:

$$k = \frac{4}{15} = \frac{8}{\mathbf{X}}$$

Resolviendo tendremos: $4.X = 15.8 \rightarrow X = \frac{120}{4} = 30$ €

- **Método comparativo.**

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud donde se encuentre la incógnita.

Si la relación es de **proporcionalidad directa** entonces **igualaremos los cocientes**, si **fuese inversa** lo que igualaríamos serían los productos de las cantidades relacionadas.

<u>Resolvamos juntos el siguiente supuesto</u>:

Un automóvil a velocidad constante recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?

Las dos magnitudes en juego, **distancia** y **tiempo** para una <u>misma velocidad</u>, con dos medidas cada una, son magnitudes **directamente proporcionales**, ya que **a menos** horas recorrerá **menos** kilómetros y a más horas recorrerá más kilómetros.

Luego podremos hacer el siguiente planteamiento:

Como tenemos una relación directamente proporcional podemos igualar las constantes de razón de las magnitudes relacionadas o lo que es lo mismo, el cociente de las cantidades de esas magnitudes y poner:

$$\frac{240}{3}=\frac{X}{2} \longrightarrow X=\frac{240.2}{3}=\frac{480}{3}=160\ km$$

Ejercicio 10

En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5.200 gramos de sal?

Ejercicio 11

Un automóvil gasta 5 litros de carburante cada 100 km. Si quedan en el depósito 6 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil?

2.2. Regla de tres simple inversa

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B**, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera inversamente proporcional (***a más de una, menos de la otra***).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes **A** y **B**, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos juntos el siguiente ejemplo:

Cuatro grifos iguales, llenan un depósito en **14 horas** ¿Cuánto tardarían en rellenar el mismo depósito si tuviésemos **siete** grifos en vez de cuatro?

Tenemos dos magnitudes representada por las variables: A → **número de grifos**.

B → horas abiertos.

De esas variables conocemos tres cantidades: $A_1=4$, $B_1=14$, $A_2=7$.

Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores $B_2=X$. (Que es la pregunta del enunciado.)

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto: 4 grifos → 14 horas abiertos.

Pregunta: 7 grifos → X horas abiertos

Esta forma de plantear el problema se le llama regala de tres simple, porque **solo hay dos magnitudes relacionadas** e, **inversa**, puesto que si la cantidad de una de las magnitudes crece, la lógica y la intuición nos dice que la cantidad de la otra magnitud decrecerá.

Como en el caso anterior hay tres formas de enfrentar su solución, veámoslas a través del siguiente ejemplo:

Método de reducción a la unidad.

Si cuatro grifos tardan en llenar el depósito 14 horas, un grifo solo tardará en hacerlo cuatro veces más, es decir **4.14 = 56 horas, de** la misma forma que **7** grifos lo harían en **un tiempo de siete veces menos,** es decir**, 56/7=8 horas.**

Eso es, 7 grifos tardarían en llenar el depósito 8 horas, **menos tiempo que tardaban los cuatro grifos iniciales**.

Método de las proporciones.

Como a más grifos abiertos tardaremos menos en llenar el depósito, las dos magnitudes representadas por las variables **A** y **B** son inversamente proporcionales.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Razón de la magnitud grifos: } k_A = \frac{4}{7} \\ \\ \text{Razón de la magnitud horas: } k_B = \frac{14}{X}\end{array}\right\} \text{Pero resulta que: } k_A = \frac{1}{k_B} \text{ o } k_B = \frac{1}{k_A}$$

La constante de razón (**k**) de las cantidades homogéneas (*de la misma variable*) ahora no son iguales, sino que una es la inversa de la otra, luego para igualar las razones deberemos invertir el antecedente y el consecuente de cualquiera de las razones.

Luego igualando las razones a las que representan dichas constantes tendríamos:

$$\frac{4}{7} = \frac{1}{\frac{14}{X}} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{X}{14} \Rightarrow \text{Por tanto } 4.(14) = 7.\mathbf{X}$$

Método comparativo.

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud **donde se encuentre la incógnita**.

Si la relación es de proporcionalidad **inversa** entonces igualaremos los productos de las cantidades relacionadas (d*e la misma variable*), estableciendo una igualdad entre el supuesto y la pregunta.

Resolvamos juntos el siguiente ejemplo:

3 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

El número de obreros y el tiempo que tardan en hacer la construcción, son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que a **más** obreros tardarán **menos** horas.

Datos o Supuesto: **3 obreros** → 12 horas.

Pregunta: **6 obreros → X horas.**

Si tres obreros tardan 12 horas, **un obrero solo** tardará tres veces más, es decir, 3.(12)= 36 h. Pero si en vez de un obrero **trabajasen 6**, evidentemente tardaría seis veces menos en hacer la obra, por tanto:

X=36.h/6= 6 h.

Es decir, 6 obreros realizarían el muro en 6 horas, frente a las 12 h que tardaría 3 obreros.

Ejercicio 12

Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto?

Ejercicio 13

Si 4 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

2. 3. Regla de tres compuesta directa, inversa y mixta

Las reglas de tres compuestas se emplean cuando se relacionan **tres o más magnitudes**, de modo que a partir de las relaciones establecidas entre las cantidades de las magnitudes conocidas obtenemos **la desconocida**.

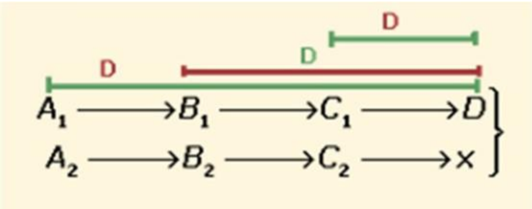
Una **regla de tres compuesta** se compone de varias **reglas de tres simples** aplicadas sucesivamente.

La relación entre las magnitudes puestas en juego podrá ser todas directas, todas inversas o mixtas, es decir, unas directas y otras inversas.

Para no alargar el tema, utilizaremos el método comparativo. Siempre compararemos las magnitudes puestas en juego con la magnitud en la que se encuentra la **cantidad buscada (incógnita),** determinando de esta forma **si la relación es directa o inversa**. Esta magnitud la consideraremos que es el consecuente del problema, siendo el resto de magnitudes el antecedente del mismo.

Regla de tres compuesta y directa.

Señalamos con una **“ D “ (directa)** la relación que existe entre los antecedentes (**A,B,C)** y el consecuente (**D**).



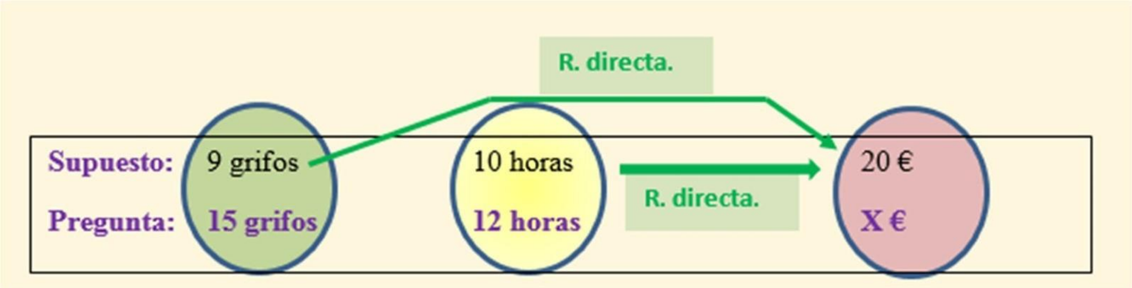
Por ser la relación directa entre las magnitudes participantes, plantearemos la siguiente igualdad entre las razones de los antecedentes y de los consecuentes.

$$\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B_1}{B_2} \cdot \frac{C_1}{C_2} = \frac{D}{x}$$

despejando adecuadamente la variable resulta:

$$x = \frac{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2 \cdot D}{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1}$$

Analicemos el siguiente ejemplo:



$$\frac{9}{15}\cdot\frac{10}{12}=\frac{20}{x} \Longrightarrow \frac{90}{180}=\frac{20}{x}$$ Y despejando resulta: $$x=\frac{20\cdot 180}{90}=40\,€$$

Por tanto multiplicando las razones de los antecedentes e igualándolas a la razón del consecuente no quedaría:

Regla de tres compuesta inversa.

$$\left.\begin{array}{l} A_1 \longrightarrow B_1 \longrightarrow C_1 \longrightarrow D \\ A_2 \longrightarrow B_2 \longrightarrow C_2 \longrightarrow x \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{A_2}{A_1}\cdot\frac{B_2}{B_1}\cdot\frac{C_2}{C_1}=\frac{D}{x} \Longrightarrow x=\frac{A_1\cdot B_1\cdot C_1\cdot D}{A_2\cdot B_2\cdot C_2}$$

Señalamos con una "I" (inversa) la relación que existe entre los antecedentes (A, B, C) y el consecuente (D).

Lo que significa que la cantidad buscada en una relación en la que todas sus magnitudes están relacionadas de manera inversamente proporcional será igual al producto de los antecedentes partido por el producto de los consecuentes.

<u>Analicemos el siguiente ejemplo</u>:

5 obreros trabajando 6 horas diarias construyen un muro en 2 días. ¿Cuánto tardarán 4 obreros trabajando 7 horas diarias?

Tenemos tres magnitudes en juego:
A. número de obreros.
B. número de horas de trabajo diarias
C. duración de la obra.

Como el dato buscado está sobre la variable C "**duración de la obra**", esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con **C** de manera **inversamente** proporcional (**más obreros** menos duración).

B se relaciona con **C** de manera **inversamente** proporcional (**más horas diarias menos duración**).

Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de 20 €. Averiguar el precio del vertido de 15 grifos abiertos 12 horas durante los mismos días.

Tenemos tres magnitudes en juego:

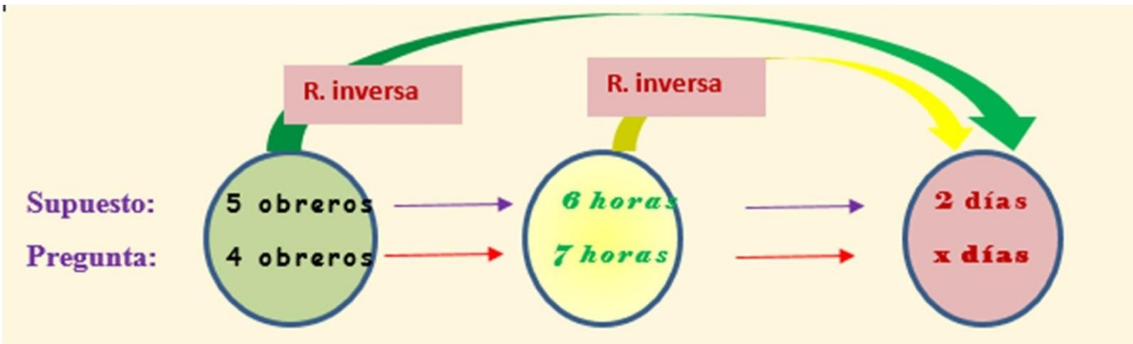
A. número de grifos.
B. número de horas abiertos.
C. coste del vertido.

Como el dato buscado está sobre la variable **C** "**coste del vertido**", esta actuará como consecuente del planteamiento del problema y el resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con **C** de manera **directamente proporcional** (más grifos más coste).

B se relaciona con **C** de manera **directamente proporcional** (más horas vertiendo más coste).

Hacemos el siguiente planteamiento:



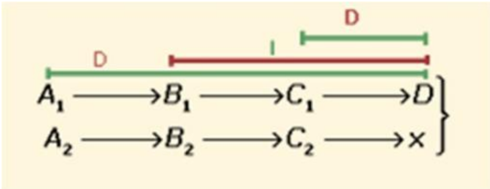
Como la relación es inversamente proporcional invertiremos las razones de los antecedentes y los igualaremos a la razón del consecuente sin invertir, para seguidamente despejar el valor buscado.

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{6}\cdot=\frac{2}{X} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{30}{28}.2=2{,}14 \text{ dias}$$

- **Regla de tres compuesta mixta.**

Aparece cuando en un problema nos encontramos variables que respecto al consecuente actúan de modo directamente proporcional, mientras que otras actúan de manera inversamente proporcional.

Supongamos el siguiente planteamiento donde las magnitudes guardan con el consecuente la relación indicada:



Multiplicaremos las razones de los antecedentes invirtiendo las mismas cuando la relación sea inversa. El resultado lo igualaremos a la razón del consecuente.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Si 8 obreros realizan en 9 días trabajando a razón de 6 horas por día un muro de 30 m. ¿Cuántos días necesitarán 10 obreros trabajando 8 horas diarias para realizar los 50 m de muro que falta?

Tenemos tres magnitudes en juego:

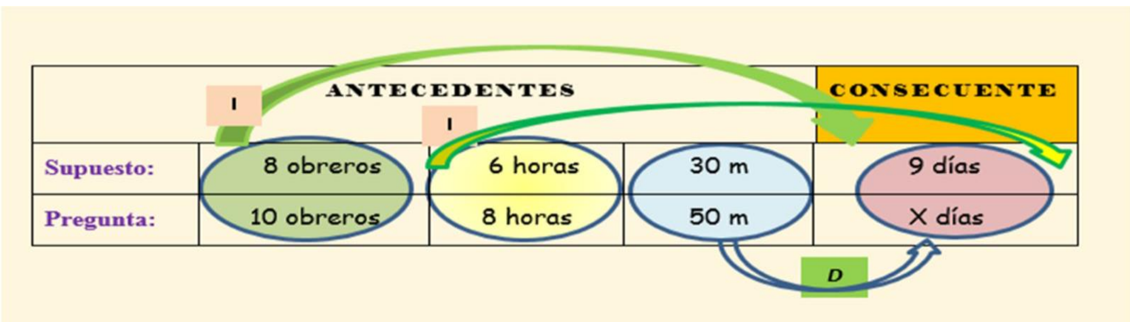
A. número de obreros.
B. número de horas de trabajo diarias.
C. metros construidos.
D. días de trabajo.

Como el dato buscado está sobre la variable D "**duración de la obra**", esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con **D** de manera **inversamente** proporcional (**más obreros, menos duración**).

B se relaciona con **D** de manera **inversamente** proporcional (**más horas diarias, menos duración**).

C se relaciona con **D** de manera **directamente** proporcional (**más construcción, más duración**).



Hacemos el siguiente planteamiento:

Igualando las razones de los antecedentes con la razón del consecuente, invirtiendo aquellas razones que están en proporción inversa resulta:

$$\frac{10}{8}\cdot\frac{8}{6}\cdot\frac{30}{50}=\frac{9}{x} \Rightarrow 1=\frac{9}{x} \Rightarrow x=9$$

Luego 10 obreros trabajando 8 horas diarias realizarán un muto de 50 m en 9 días.

Ejercicio 14

En un mapa de escala 1:200.000 la distancia entre dos puntos es de 15 cm. ¿Cuál es la distancia en la realidad?

Ejercicio 15

En una fábrica 6 máquinas iguales producen en 2 horas 600 piezas. ¿Cuántas piezas producirán 9 de estas máquinas en 3 horas?

3. Repartos

En las reglas de tres simples o compuestas estudiadas anteriormente, comparábamos las cantidades de dos o más magnitudes para hallar **un valor o una cantidad** de alguna de las magnitudes puestas en juego.

Ahora el problema, aunque se sustenta en el concepto visto anteriormente de proporción va a consistir en encontrar **diferentes razones** que tengan **la misma constante de razón**, en lo que se va a llamar **repartos**, que podrán ser **directamente proporcionales**, **inversamente proporcionales** o **mixtos.**

3. 1. Repartos directamente proporcionales

Consiste en repartir una cantidad dada entre varios partes de tal manera, que cada elemento del reparto reciba una cierta cantidad del total, la cual será directamente proporcional a alguna característica que se tome como referencia entre las partes.

Sea **N** una cantidad a repartir por ejemplo en **n** partes, de manera directamente proporcional a una característica de esas partes (edad, altura, peso etc..) representadas por los números a_1, a_2, a_3 a_n.

Cada una de las partes recibirá del total **N**, las cantidades: c_1, c_2, c_3...c_n.

$$k=\frac{c_1}{a_1},\ k=\frac{c_2}{a_2},\ k=\frac{c_3}{a_3}\ldots\ldots\ldots\ k=\frac{c_n}{a_n}$$

El reparto se va a caracterizar porque las constantes de razón entre la cantidad recibida (**c_i**) y la característica que da lugar al reparto (**a_i**) son iguales, es decir:

Luego podemos igualar esas razones.

$$k = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} \ldots\ldots \frac{c_n}{a_n}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. **Por tanto:**

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} \ldots\ldots = \frac{c_n}{a_n}$$

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\frac{C_i}{a_i} = \frac{N}{A} \quad \Rightarrow \quad C_i = \frac{N.a_i}{A}$$

$$i = 1 \ldots\ldots n$$

Donde: $A = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ y $N = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n$

Analicemos este ejemplo:

Un abuelo reparte 450 € entre sus tres nietos de 8, 12 y 16 años de edad, proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Llamamos **x, y, z** a las cantidades que le corresponde a cada uno.

1º El reparto es directamente proporcional luego: $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$

2º Por la propiedad de las razones iguales: $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{x+y+z}{8+12+16} = \frac{450}{36}$

3º Cada nieto recibirá:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{x}{8} = \frac{450}{36} & x = \frac{450 \cdot 8}{36} = 100\ € \\ \frac{y}{12} = \frac{450}{36} & y = \frac{450 \cdot 12}{36} = 150\ € \\ \frac{z}{16} = \frac{450}{36} & z = \frac{450 \cdot 16}{36} = 200\ € \end{array} \right.$$

<u>Ejercicio 16</u>

Compramos un lote de libros por 162 euros. Víctor se quedó con 7 libros, Belén con 5 y Jaime con 6. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

La cantidad que debe pagar cada uno son proporcionales al número de libros que se quedó.

$a_{Víctor} = 7$; $a_{Belén} = 5$; $a_{Jaime} = 6$. por tanto A=7+5+6=18 y la cantidad total pagada N=162=$C_{victor}+C_{Belén}+C_{Jaime}$ €.

$C_{victor} = (162.7)/18 = 63$ $C_{Belén} = (162.5)/18 = 45$ $C_{Jaime} = (162.6)/18 = 54$

3.2. Repartos inversamente proporcionales

Consiste en repartir una cantidad dada entre varios partes de tal manera, que cada elemento del reparto reciba una cierta cantidad del total, la cual será **inversamente proporcional** a alguna característica que se tome como referencia para realizar el reparto entre las partes.

Realizar un reparto inversamente proporcional es lo mismo que realizar un reparto directamente proporcional al valor inverso de la característica de reparto.

Sea **N** una cantidad a repartir por ejemplo en **n** partes de manera **inversamente** proporcional a una característica de esas partes (edad, altura, peso etc..), representadas por los números **a_1, a_2, a_3 a_n.**

Cada una de las partes recibirá del total **N**, las cantidades: **c_1, c_2, c_3…c_n,** las cuales serán de valor inverso a la característica de reparto(***más característica***, *menor trozo de N*).

El reparto se va a caracterizar en este caso, porque las constantes de razón entre la cantidad recibida (C_i) y la **inversa de la característica** que da lugar al reparto (**a_i**) son iguales, es decir:

$$\boxed{k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}},\ k = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}},\ k = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \ldots\ldots\ldots\ k = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}}$$

Luego podremos igualar esas razones.

$$\boxed{k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \ldots\ldots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una **proporción** o en una serie de **razones iguales**, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. **Por tanto:**

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n}} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} \ldots\ldots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Donde:

$c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n = N$ Representa cada una de las partes del reparto.

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n} = A$ Representa la suma de los inversos de las características del reparto.

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\boxed{\frac{C_i}{\frac{1}{a_i}} = \frac{N}{A}} \Rightarrow \boxed{C_i = \frac{N}{A.a_i} \quad i = 1,\ldots,n}$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

Tres hermanos ayudan al mantenimiento familiar entregando anualmente 5900 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuánto aporta cada uno?

Como hemos dicho el reparto inversamente proporcional lo resolvemos como un reparto directamente proporcional a los inversos de las características del reparto. Por tanto.

1º Tomamos los inversos: $\frac{1}{20}, \frac{1}{24}, \frac{1}{32}$

2º Ponemos a común denominador: $\frac{24}{480}, \frac{20}{480}, \frac{15}{480}$

3º Y como los numeradores de las fracciones reducidas a común denominador guardan la relación de proporcionalidad de la originales, realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores: 24, 20 y 15.

$$\frac{x}{24} = \frac{y}{20} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{24+20+15} = \frac{5900}{59}$$

$$\frac{x}{24} = \frac{5900}{59} \qquad x = \frac{5900 \cdot 24}{59} = 2400\ €$$

$$\frac{y}{20} = \frac{5900}{59} \qquad y = \frac{5900 \cdot 20}{59} = 2000\ €$$

$$\frac{z}{15} = \frac{5900}{59} \qquad z = \frac{5900 \cdot 15}{59} = 1500\ €$$

Como podemos observar en el resultado, el de menor edad aporta más dinero que el hijo de mayor edad.

Ejercicio 17

Una persona decide repartir la cantidad de 4.400 euros entre 3 niños. El reparto ha de efectuarse en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 4, 8 y 12 años. ¿Cuánto corresponderá a cada uno?

3.3. Repartos sobre dos o más características. Repartos compuestos

Este tipo de reparto se realiza proporcional mente a varios grupos de índices o características que afectan a los elementos del reparto.

Los repartos proporcionales compuestos pueden ser:

- ***DIRECTOS:*** Si el reparto se realiza en partes directamente proporcionales a los índices.
- ***INVERSOS:*** Si el reparto se realiza en partes inversamente proporcionales a los índices.
- ***MIXTOS:*** Si el reparto se realiza en partes directamente proporcionales a algunos índices e inversamente proporcionales a otros.

Para efectuar un reparto compuesto se siguen los siguientes pasos:

1º) Se convierte las relaciones que haya inversamente proporcionales a directas invirtiendo los índices del reparto.

2º) Se multiplican los índices correspondientes de cada grupo, obteniéndose de esta manera un único índice de reparto.

3º) Se efectúa el reparto de manera directamente al índice resultante.

Veamos cada uno de los casos con un ejemplo.

- **Repartos compuestos directos**

Una institución educativa va a repartir 15.000 € entre los tres mejores estudiantes seleccionados de una ciudad. La distribución del premio se hará en **proporción directa** a la **nota media** y a las **asignaturas cursadas**.

José tiene una nota media de 9,75 y 22 materias acreditadas, Patricia tiene una nota media de 9,86 y 19 materias acreditadas y Ricardo tiene promedio de 9,03 y 31 materias acreditadas, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

Hay un reparto directamente proporcional a dos características o índices: **Nota media** y Asignaturas cursadas.

Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto
José	9,75	22	214,5
Patricia	9,86	19	187,34
Ricardo	9,03	31	279,93

-

Calculamos el índice compuesto que le corresponde a cada elemento del reparto multiplicando para ello los factores directos de las diferentes características de reparto.

$$\frac{\text{José}}{214,5} = \frac{\text{Patricia}}{187,34} = \frac{\text{Ricardo}}{279,93} = \frac{15.000\ €}{214,5 + 187,34 + 279,93} = \frac{15.000\ €}{681,77}$$

- Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así.

Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto	Cantidad Recibida.
José	9,75	22	214,5	$214,5.\frac{15.000\ €}{681,77} = 4719,34$
Patricia	9,86	19	187,34	$187,34.\frac{15.000\ €}{681,77} = 4121,77$
Ricardo	9,03	31	279,93	$279,93.\frac{15.000\ €}{681,77} = 6158,89$
Total Repartido.				15000 €

- <u>Repartos Compuestos indirectos</u>

Se repartió un premio de 8.750 € entre tres tele operadores de una empresa en proporción inversa a los clientes perdidos y a los errores cometidos. Juan perdió 12 clientes y tuvo cuatro errores, Ana perdió nueve clientes y tuvo 2 errores y Carmen perdió dos clientes y tuvo 10 errores ¿Cuánto le correspondió a cada uno?

- Hay un reparto inversamente proporcional a dos características o índices: **Clientes perdidos** y errores cometidos.
- Calculamos el índice que le corresponde a cada elemento del reparto invertido el factor de reparto original, para proceder seguidamente a multiplicarlos para obtener así el índice de reparto compuesto para los diferentes miembros del reparto.

Reducimos las fracciones a común denominador y utilizamos el denominador de las mismas para determinar el índice compuesto.

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Clientes	Asignatura	
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{48} = \frac{15}{720}$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{18} = \frac{40}{720}$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10} = \frac{1}{20} = \frac{36}{720}$

mcm (48,18,20)= 720.

○ Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{Juan}{15} = \frac{Ana}{40} = \frac{Carmen}{36} = \frac{15.000\ €}{15+40+36} = \frac{8\,750\ €}{91}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Clientes	Asignatura		
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	15	$15.\frac{8\,750\ €}{91} = 1442{,}31$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	40	$40.\frac{8\,750\ €}{91} = \mathbf{3846},15$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	36	$36.\frac{8\,750\ €}{91} = 3461{,}54$
Total Repartido.				8750 €

- <u>Compuestos mixtos</u>

La junta de Castilla la Mancha va a gratificar a cuatro docentes con 12000 € de manera directamente proporcional a los años de servicios e inversamente proporcional al número de días de baja que han tenido en esos años.

El profesor A, tiene 25 años de servicio y 20 días de baja. El profesor B tiene 32 años de servicios y 120 días de baja. El profesor C tiene 34 años de servicio y 365 días de baja.

¿Cuál será la cantidad que recibirá cada uno?

- Hay un reparto mixto. Atendiendo a una característica el reparto es directamente proporcional (**años de servicio**), pero atendiendo a los días de baja el reparto es inversamente proporcional.

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Años Servicio	Bajas	
A	25	$\frac{1}{20}$	$\frac{25}{20}=\frac{10950}{8760}$
B	32	$\frac{1}{120}$	$\frac{32.}{120}=\frac{2336}{8760}$
C	34	$\frac{1}{365}$	$\frac{34}{365}=\frac{816}{8760}$

m.c.m (20,120,365)= 8760

- Procederemos calculando el índice del reparto compuesto tras haber invertido el factor que representaría al reparto inversamente proporcional.

- Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{A}{10950}=\frac{B}{2336}=\frac{C}{816}=\frac{12000€}{10950+2336+816}=\frac{12000€}{14102}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Clientes	Asignatura		
A	25	$\frac{1}{20}$	10950	$10950\frac{12000\,€}{14102}$ =9317,83
B	32	$\frac{1}{120}$	2336	$2336.\frac{12000\,€}{14102}=1987,80$
C	34	$\frac{1}{365}$	816	$816\frac{12000€}{14102}=694,37$
Total Repartido.				12000 €

Ejercicio 18

Se reparten 1200 puntos entre tres niños de manera proporcional a su edades de 10,12,16 años e inversamente proporcional al número de amonestaciones impuestas en el campeonato que ha sido 2,1,2 y al número de faltas a los entrenamientos que fueron respectivamente de 12, 14,8.

Determinar los puntos que le corresponde a cada uno de los niños.

4. Introducción al álgebra

4. 1. Introducción.

Ya sabemos que una **expresión algebraica** es aquella en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones para reflejar, de forma generalizada, la relación que existe entre varias magnitudes y poder así realizar un cálculo de esa relación en función de los valores que tomen las diferentes magnitudes. Observa los siguientes ejemplos de expresiones algebraicas:

Diferencia de dos números: **a - b**

Doble de un número menos triple de otro: **2x - 3y**

Suma de varias potencias de un número: $x^4 + x^3 + x^2 + x$

Actividad 1

Ten en cuenta que una expresión algebraica es como una máquina de fabricar valores. Para cada número que se introduce, "fabrica" un valor numérico diferente. Por lo tanto el **valor numérico** depende del valor que asignemos a las letras en cada momento.

¿Cuál será el valor numérico de la expresión algebraica siguiente cuando le asignamos a la x los valores 10 y -2?

$$2x^2 + 6x + 21$$

Actividad 2

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$x^2 - 4x + 2$ para $x = -1$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

Actividad 3

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$-3x^2 + xy - 2y$ para $x = -1$, $y = 3$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

4. 2. Ecuaciones de primer grado.

Recuerda que no siempre se conoce el valor de todos los elementos de una igualdad. Cuando eso ocurre se nos origina una **ecuación**, que es una igualdad con números y letras que expresa una condición que deben cumplir esas letras para ser cierta. A las letras que aparecen en la ecuación se les llama **incógnitas.**

Las ecuaciones con una sola letra con exponente 1 se conocen como ecuaciones de primer grado.

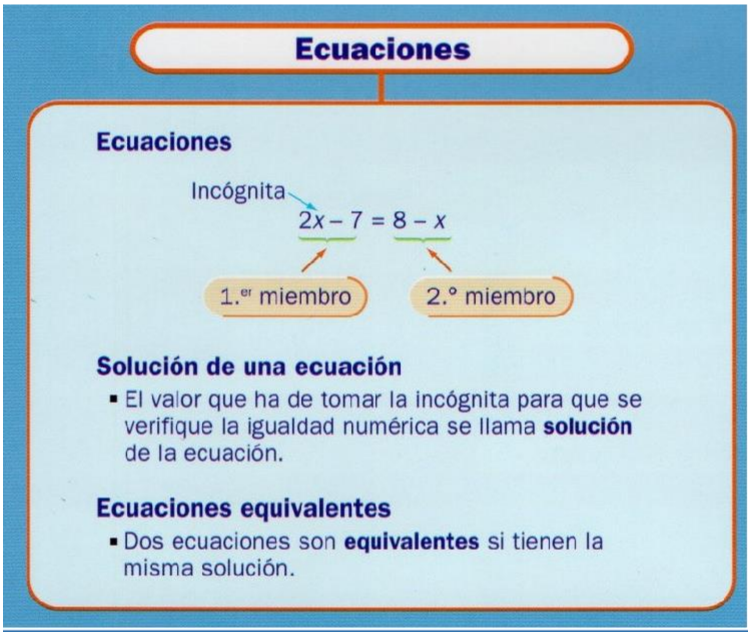


Imagen nº 1: Elementos ecuaciones

4. 2. 1. Pasos para resolver una ecuación de primer grado

1. <u>**Eliminación de denominadores:**</u>

Si existen denominadores se eliminarán aplicando el procedimiento del mínimo común múltiplo (m.c.m). Es decir, se halla el mínimo común múltiplo de todos los denominadores y éste se divide entre cada denominador antiguo, multiplicando después ese resultado por su respectivo numerador.

$$\frac{x}{4}+\frac{5}{2}-\frac{x}{6}=5$$

Calculamos el m.c.m de los denominadores (2, 4 y 6), cuyo valor es 12. Ahora multiplicamos todos los numeradores por el m.c.m.

$$\frac{12x}{4}+\frac{12*5}{2}-\frac{12x}{6}=12*5$$

A continuación, quitamos los denominadores realizando las divisiones:

$$3x+30-2x=60$$

Una vez eliminados los denominadores, se continúa con los siguientes pasos.

Eliminación de paréntesis:

Si existen paréntesis se opera para eliminarlos, teniendo buen cuidado de ir multiplicando los signos correspondientes. Para ello hay que tener en cuenta las reglas de los signos para la multiplicación:

Ejemplo:

(+)·(+) = (+)

(-) ·(-) = (+)

(+)·(-) = (+)

(-) ·(+) = (-)

$$9(x-5)-1(x-5)=4(x-1)$$
$$9x-45-x+5=4x-4$$

Trasposición de términos:

Se adopta el criterio de dejar en un miembro los términos que posean la incógnita y se pasan al otro miembro los demás. La transposición de términos se rige por:

- Regla de la suma: si se suma o se resta a los dos miembros de una ecuación el mismo número, se obtiene una ecuación equivalente.

Esta regla de la suma se entiende más fácilmente diciendo "lo que está en un miembro sumando, pasa al otro miembro restando y viceversa".

- Regla del producto: si se multiplica o divide los dos miembros de una ecuación por un mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.

Al igual que antes, la regla del producto se aplica directamente al decir "lo que está en un miembro multiplicando, pasa al otro miembro dividiendo y viceversa"

Si continuamos con el ejemplo anterior:

$$9x - 45 - x + 5 = 4x - 4$$

Agrupo los términos con x en el primer miembro y los términos independientes (sin x) en el segundo:

$$9x - x - 4x = 45 - 5 - 4$$

Simplificamos:

Reduzco términos semejantes haciendo las operaciones con los términos:

$$8x - 4x = 40 - 4$$

$$4x = 36$$

Despejamos la incógnita:

Como el 4 está multiplicando a x, pasa al otro miembro dividiendo:

$$x = \frac{36}{4} = 9$$

Ejemplos de resolución de ecuaciones:

a) $3x - 4 = 24 - x$

Agrupo las x en el primer miembro y los números en el segundo:

$3x + x = 24 + 4$

Reduzco los términos y despejo la incógnita:

$$4x = 28$$

$$x = \frac{28}{4} = 7$$

b) $3 * (x-7) = 5 * (x-1) - 4x$

Primero eliminamos paréntesis:

$3x - 21 = 5x - 5 - 4x$

Agrupamos las x en el primer miembro y los números en el segundo:

$3x - 5x + 4x = 21 - 5$

Reduzco términos y despejo la incógnita:

$$2x=16$$

$$x=\frac{16}{2}=8$$

c) $\frac{7+x}{3}=-\frac{x-2}{6}$

Primero hallamos el m.c.m. de los denominadores (6,3) = 6

Ahora multiplicamos los numeradores por el valor del m.c.m., poniendo paréntesis si es necesario y teniendo cuidado con los signos:

Quitamos los paréntesis y realizamos la división, eliminando así los denominadores:

$$\frac{42+6x}{3}=-\frac{6x-12}{6}$$

$$14+2x=-x+2$$

Ahora agrupamos y despejamos la incógnita:

$$2x+x=-14+2$$

$$3x=-12$$

$$x=-\frac{12}{3}=-4$$

4. 3. El lenguaje algebraico

La parte realmente práctica de todos los contenidos estudiados hasta ahora, consiste en traducir problemas de la vida cotidiana a un lenguaje matemático para poder resolverlos. En general llamamos incógnita a la cantidad que desconocemos y que es objeto de cálculo y la identificamos habitualmente con la letra “x” (aunque puede utilizarse cualquier letra).

Ejemplos:

El doble de un número: 2x

La mitad de un número: $\frac{a}{2}$

El doble de un número más ese mismo número: 2x + x

El triple de un número menos la cuarta parte de otro número: $3x-\frac{y}{4}$

Actividad 4

Expresa en lenguaje algebraico las siguientes expresiones. El cuadrado de un número.

a. El cuadrado de un número.
b. El cubo de un número más el doble del mismo número.
c. Un número par.
d. Un número impar.
e. Dos números enteros consecutivos.

4. 3. 1. Resolución de problemas mediante ecuaciones

Para resolver problemas mediante ecuaciones es conveniente seguir los siguientes pasos:

1. Leemos el enunciado con atención.

2. Expresamos la información en lenguaje algebraico.

3. Planteamos la ecuación.

4. Resolvemos la ecuación

5. Comprobamos el resultado.

Ejemplo resuelto: Pedro tiene 14 años, y su hermana Ana 2. ¿Cuántos años deben de transcurrir para que la edad de Pedro sea el triple que la de su hermana Ana?

Leemos el problema con atención e interpretamos la información.

Expresamos la información en lenguaje algebraico:

Años que tienen que pasar: x
Edad de Pedro dentro de x años: $14 + x$
Edad de Ana dentro de x años: $2 + x$

Planteamos la ecuación:

$14 + x = 3 (2 + x)$

Resolvemos la ecuación:

$14 + x = 6 + 3x \Rightarrow 14 - 6 = 3x - x \Rightarrow 8 = 2x \Rightarrow x = 4$

Comprobamos que el resultado sea correcto:

$14 + 4 = 3(2 + 4) \Rightarrow 18 = 3(6) \Rightarrow 18 = 18$

TEMA 5. LOS SERES VIVOS

1. INTRODUCCIÓN

Nuestro planeta, la Tierra, está plagado de seres vivos. Son de todo tipo de colores, formas y tamaños. Pueblan desde las montañas más altas a las profundidades de los mares, desde los desiertos hasta los glaciares; están en el aire y bajo el suelo, entre las rocas y dentro de otros seres vivos.

La **biodiversidad** o diversidad biológica es la cantidad y variedad tanto de las formas de vida como de ecosistemas que hay en nuestro planeta.

Nadie sabe con certeza cuántas especies pueblan la Tierra. La diversidad de seres vivos es tan grande que nuestra mente no puede concebirla. Durante siglos los naturalistas han intentado clasificar las especies conocidas siguiendo diversos criterios. Se necesita un sistema de clasificación que sirva para dar nombre a todos los seres vivos y que, a la vez, valga para agruparlos de forma lógica. La **Taxonomía** nos da las pautas para conseguir estos objetivos, clasificando los seres vivos en especies, que se agrupan en géneros, familias, órdenes...

Actividad inicial

¿Son de la misma especie una ballena y un cachalote? ¿Qué es un pangolín? ¿Y el muérdago? ¿A qué grupo pertenece un paramecio?

2. CONCEPTO DE SER VIVO

Todo **ser vivo o biótico** debe cumplir las siguientes **condiciones**:

- Deben de estar formados por una o más células.
- Deben realizar las llamadas funciones vitales, que son: nutrición, relación y reproducción.

Ejemplos de seres vivos son las plantas, los animales, las bacterias, los hongos, etc.

Los **seres no vivos**, **abióticos** o **inertes** son los que no cumple alguna de las condiciones anteriores.

Ejemplos de seres no vivos son las piedras, que no pueden reproducirse ni alimentarse, es decir carecen de vida.

Ejercicio 1

¿Dónde hay mayor diversidad?

a) En el patio del instituto
b) En el salón de tu casa
c) En los Pirineos
d) En un campo arado

Ejercicio 2

¿Qué es la biodiversidad?

a) Un tipo de clasificación de los seres vivos
b) Los distintos seres vivos que hay en una zona
c) El nombre de un parque zoológico
d) Las diferencias que hay entre dos seres vivos de distinta especie

Ejercicio 3

¿Dónde hay mayor diversidad de seres vivos?

a) En una pescadería
b) En un terrario de cien mil hormigas
c) En una tienda de animales
d) En tu clase

3. CLASIFICACIÓN DE LOS SERES VIVOS

En La Tierra se conocen 1.700.000 especies distintas y se piensa que puede haber más de 3.000.000 todavía sin descubrir. Esta gran variedad de individuos se conoce como biodiversidad y los científicos, para poder estudiarlos, necesitan ordenarlos en grupos, es decir, clasificarlos.

Se denomina **Taxonomía** a la **ciencia** que estudia la **clasificación de los seres vivos.**

Las primeras clasificaciones se hicieron siguiendo **criterios artificiales**, como puede ser por el lugar donde vive el individuo, o por el tipo de comida que toma. Esto provocó grandes errores de clasificación, como incluir en un mismo grupo a un pájaro y a una abeja por el simple hecho de volar. En la actualidad se utilizan **criterios naturales**, basados en el parentesco evolutivo entre las especies.

Ejercicio 4

Un criterio de clasificación natural sería:

a) El lugar donde viven (hábitat)
b) La existencia de una estructura corporal con la misma organización, como la mano y el ala de un ave
c) La capacidad de volar
d) La forma de buscar alimento

Ejercicio 5

Las clasificaciones actuales se basan:

a) En criterios artificiales
b) En lo que dicen los investigadores
c) En criterios naturales
d) En lo que dicen los libros

Ejercicio 6

La taxonomía es la ciencia que

a) Nombra a los seres vivos
b) Ordena los seres vivos
c) Clasifica los seres vivos
d) Ordena los animales

Ejercicio 7

Un criterio de clasificación artificial de los seres vivos sería:

a) El parentesco evolutivo
b) Una característica común, como la presencia de pelo
c) La existencia de una estructura corporal similar, como un brazo y una pata delantera de un caballo
d) La forma de buscar comida

3.1. CONCEPTO DE ESPECIE. NOMENCLATURA BINOMIAL.

Al referirnos a un ratón, una rosa, un pino o un salmón, sabemos que estamos hablando de individuos distintos, que pertenecen a especies distintas. Piensa ahora en dos tipos de perros, un mastín, o un caniche. ¿Nos estamos refiriendo a especies distintas? ¿Son de la misma especie?

Los individuos que pertenecen a una misma especie pueden reproducirse entre sí. Además, su descendencia es fértil, es decir, puede engendrar una nueva generación.

Si un mastín y un caniche se cruzan entre sí pueden tener descendencia fértil. Pese a su diferencia de aspecto, son de la misma especie.

¿Sabes que ocurre cuando un burro se cruza con una yegua? Al cruzarse estos animales originan un híbrido que se conoce con el nombre de mulo, pero no es fértil, no puede tener descendencia. Por lo tanto, el burro y la yegua son de distinta especie.

¿Sabes qué es el diente de león? ¿Y la achicoria amarga? ¿O el amargón? Los tres nombres corresponden a la misma planta. Aquí hemos recogido tres nombres, pero quizá en tu población tenga otro distinto. ¿Qué nombre le ponemos?

NOMENCLATURA BINOMIAL

Hace ya tiempo, en el siglo XVIII, un médico sueco, Karl Von Linné, más conocido como Linneo, se planteó este mismo problema.

Las plantas y los animales que conocía recibían distintos nombres en distintas regiones de su país, cuando quería hablar de alguna especie con otros científicos no sabía cómo referirse a ella. Por ello, ideó un sistema que en la actualidad se denomina **nomenclatura binomial**.

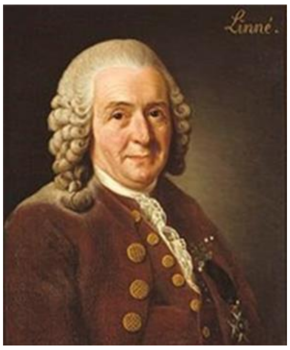


Imagen nº 1. Karl Von Linné
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Carlos_Linneo.
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio

Consiste en asignar a las distintas especies un nombre formado por dos palabras. El primer nombre se empieza a escribir con mayúscula y nos informa del género al que pertenece el individuo que se nombra. El segundo nombre se escribe con minúscula y nos informa de alguna característica del propio individuo. Estos dos nombres se resaltan del resto de las palabras porque tienen una estructura latina, a la vez que se escriben en letra cursiva, o subrayados.

Por ejemplo, el gorrión lo nombraríamos como *Passer domesticus*; el pulpo, como *Octopus vulgaris*; o el pino canario, como *Pinus canarensis*.

Como hemos dicho la Taxonomía es la ciencia que tiene como objetivo clasificar a los seres vivos, atendiendo a las características que presentan, desde las más generales, a las más específicas.

Cada nivel o escalón de clasificación recibe el nombre de **taxón** o categoría taxonómica.

De este modo, las **Especies** se agrupan en el taxón denominado **Género**, los Géneros en **Familias**, las Familias en **Órdenes**, los Órdenes en **Clases**, las Clases en **Tipos** (en vegetales se llama División) y los Tipos en **Reinos**.

Ejercicio 8

El mulo, ¿a qué especie pertenece?

a) A ninguna, es un híbrido entre dos especies
b) A la especie a la que pertenezca la madre
c) Al caballo, porque es más grande que el burro
e) A la especie a la que pertenecen todos los mulos, *Mulus domesticus*

Ejercicio 9

La yegua y el caballo

a) Pertenecen a la misma especie porque su descendencia es el mulo
b) No pertenecen a la misma especie porque su descendencia, el mulo, no es fértil
c) Pertenecen a la misma especie porque su descendencia es fértil
f) No pertenecen a la misma especie porque su descendencia no es fértil

Ejercicio 10

Especie es:

a) El conjunto de seres vivos que se reproducen entre sí
b) El conjunto de seres vivos con características comunes
c) El conjunto de seres vivos que se reproducen entre sí y cuya descendencia es fértil
g) El conjunto de animales que se reproducen entre sí

4. LOS REINOS

Todas las formas de vida conocidas se reúnen en grandes grupos, a los que llamamos **Reinos.** Todos los individuos del mismo Reino tienen las características básicas iguales. La clasificación más utilizada agrupa los seres vivos en **cinco** Reinos:

REINOS	CARACTERÍSTICAS
Moneras	**Procariotas** (sin núcleo). **Unicelulares**
Protactistas	**Eucariotas** (con núcleo). Unicelulares o pluricelulares sin formar tejidos. Autótrofos o heterótrofos.
Hongos (Fungi)	**Eucariotas**. Pluricelulares sin formar tejidos. **Heterótrofos**
Vegetales	**Eucariotas**. Pluricelulares que forman tejidos. **Autótrofos**
Animales	**Eucariotas**. Pluricelulares que forman tejidos. **Heterótrofos**

4.1. REINO MONERAS

En este reino se incluyen organismos muy pequeños, que sólo pueden ser observados con microscopios muy potentes. Todos los individuos de este Reino se caracterizan por ser **procariotas**: en el interior de la célula no existen compartimentos y no se aprecia núcleo.

BACTERIAS

Las bacterias son el grupo más abundante de organismos dentro del Reino Moneras. Las bacterias presentan distintos tipos de formas:

- **Cocos**: bacterias esféricas
- **Bacilos**: bacterias alargadas
- **Vibriones**: bacterias con forma de coma ortográfica
- **Espirilos**: bacterias en forma de muelle, o helicoidales.

Con relación a su nutrición, las bacterias pueden ser:

- **Autótrofas**: crean la materia orgánica que necesitan para vivir, a partir de la materia inorgánica.
- **Heterótrofas**: crean la materia orgánica que necesitan a partir de materia orgánica que captan del medio donde viven.

Según el tipo de ambiente en el que viven, las bacterias pueden ser:

- **Aerobias**: necesitan vivir en ambientes con oxígeno.
- **Anaerobias**: necesitan vivir en ambientes con CO_2.
- **Anaerobias estrictas**: sólo pueden vivir en ausencia de oxígeno, son las llamadas.

IMPORTANCIA DE LAS BACTERIAS

Hay bacterias perjudiciales que producen enfermedades, ya que muchas de ellas son **parásitas**.

Otras bacterias son **beneficiosas**, como:

- Las que utilizamos para la producción de alimentos, como el yogur o el vino.
- Las **descomponedoras**, que actúan sobre la materia orgánica, transformándola en materia inorgánica. Este tipo de bacterias son **saprófitas**.
- Las que viven en **simbiosis** con nosotros, en nuestro intestino, forman la flora intestinal y se encargan de producir vitaminas para nosotros y evitan que tengamos infecciones intestinales. Son **indispensables** para nuestra supervivencia.
- Las **Cianofíceas**, son de vital importancia para todos los ecosistemas de La Tierra, ya que producen grandes cantidades de oxígeno, más que todos los árboles de la Selva Amazónica. Además, son fuente de alimento de gran cantidad de microorganismos.

<u>Ejercicio 11</u>

Los seres del Reino Moneras:

a) Viven formando grandes colonias

b) Viven como parásitos en el interior de otros individuos

c) Todos tienen vida libre

d) Pueden vivir en cualquier ambiente de la Tierra

<u>Ejercicio 12</u>

El Reino Moneras incluye a seres:

a) Procariotas, unicelulares

b) Procariotas, pluricelulares

c) Procariotas y macroscópicos

d) Procariotas con núcleo

4.2. REINO PROTOCTISTAS

Están formados por células eucariotas. Se agrupan aquí individuos muy heterogéneos, por lo que se les divide en:

- **Protozoos**: son seres unicelulares, generalmente móviles y heterótrofos. Suelen ser de vida libre, aunque hay algunos que son parásitos y producen enfermedades como la malaria o paludismo.
- **Algas**: son seres unicelulares (que pueden ser de vida libre o agruparse para formar colonias) o pluricelulares. Son autótrofas ya que realizan la **fotosíntesis**: forman materia orgánica a partir de materia inorgánica, utilizando la luz como fuente de energía.

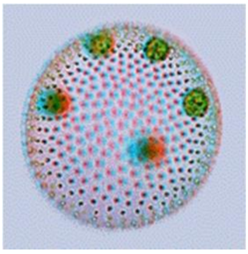



Imagen nº 2. Algas Unicelulares. Autor: Intef. Licencia: CC

Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/clasica/contenidos.htm

Las algas pluricelulares tienen una estructura muy sencilla, no forman tejidos como los seres vivos más complejos. Su color varía en función de los pigmentos que posean para realizar la fotosíntesis. Se clasifican en tres grupos: **algas verdes**, **algas pardas** y **algas rojas**.

Las algas se utilizan en la **industria alimentaria** como espesantes de mermeladas y salsas. En **medicina** se utilizan para hacer los medios de cultivo de las bacterias. También se extraen de ellas sustancias para producir **medicamentos**.

Ejercicio 13

La característica común a todos los protoctistas es:

a) Que son autótrofos
b) Que son microscópicos
c) Que tienen células eucariotas
d) Que son unicelulares

Ejercicio 14

En el Reino Protoctistas se incluyen:

a) Protozoos, bacterias y cianofíceas
b) Bacterias y protozoos
c) Protozoos y algas cianofíceas
d) Protozoos y algas

4.3. REINO HONGOS

En este Reino se incluyen individuos que seguramente conoces. Son las levaduras, los mohos y las setas. Todos los individuos de este grupo se caracterizan por estar formados por células **eucariotas**, que son aquellas que tienen el núcleo diferenciado. Todos estos seres tienen nutrición heterótrofa, es decir que forman materia orgánica a partir de otra materia orgánica. No pueden realizar la fotosíntesis.

Dependiendo de dónde cojan la materia orgánica, se habla de hongos **parásitos**, si el alimento lo extraen de un ser vivo al que causan un perjuicio, o **saprófitos**, si descomponen la materia orgánica procedente de los restos de otros seres vivos.

Los individuos de este reino pueden ser:

- **Unicelulares**, como en el caso de las **levaduras**. Se utilizan en industria para producir bebidas alcohólicas, pan, bizcochos.
- **Pluricelulares**, formados por células asociadas que no forman tejidos. Esta asociación celular se llama **hifa**. Las hifas se ramifican formando una red llamada **micelio**. El micelio se encuentra generalmente en el suelo y si no se arranca, se mantiene de una temporada a la siguiente.

  Son hongos pluricelulares los **mohos** que crecen sobre sus alimentos, como la fruta o el pan; y las **setas**, como los champiñones o los níscalos

Imagen nº 3. Hongos. Autor: Intef. Licencia: CC
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/clasica/contenidos.htm

LÍQUENES

Quizás has visto alguna roca con manchas en la superficie, de color negro, marrón, naranja o verde. A veces aparecen también estas manchas en troncos de árboles o tejados de casas viejas. Estas manchas son líquenes.

Los líquenes se forman por **asociación** de un **alga** y un **hongo**.

Imagen nº 4. Líquenes. Autor: Intef. Licencia: CC
Fuente: http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/clasica/contenidos.htm

Ejercicio 15

Los Hongos o Reino Fungi son individuos:

a) Que realizan la fotosíntesis
b) Microscópicos y heterótrofos
c) Heterótrofos y la mayoría pluricelulares
d) Macroscópicos y autótrofos

4.4. REINO VEGETAL

El Reino vegetal agrupa a unas 260.000 especies de plantas que pueden encontrarse en el medio terrestre o en el medio acuático.

Las plantas tienen nutrición autótrofa: gracias a la fotosíntesis, son capaces de formar materia orgánica a partir de materia inorgánica.

Las plantas se clasifican en dos grandes grupos:

a) Las plantas sin flores ni semillas, llamadas **Criptógamas**, que forman esporas, como los **musgos (Briofitas)** y los **helechos (Pteridofitas)**.

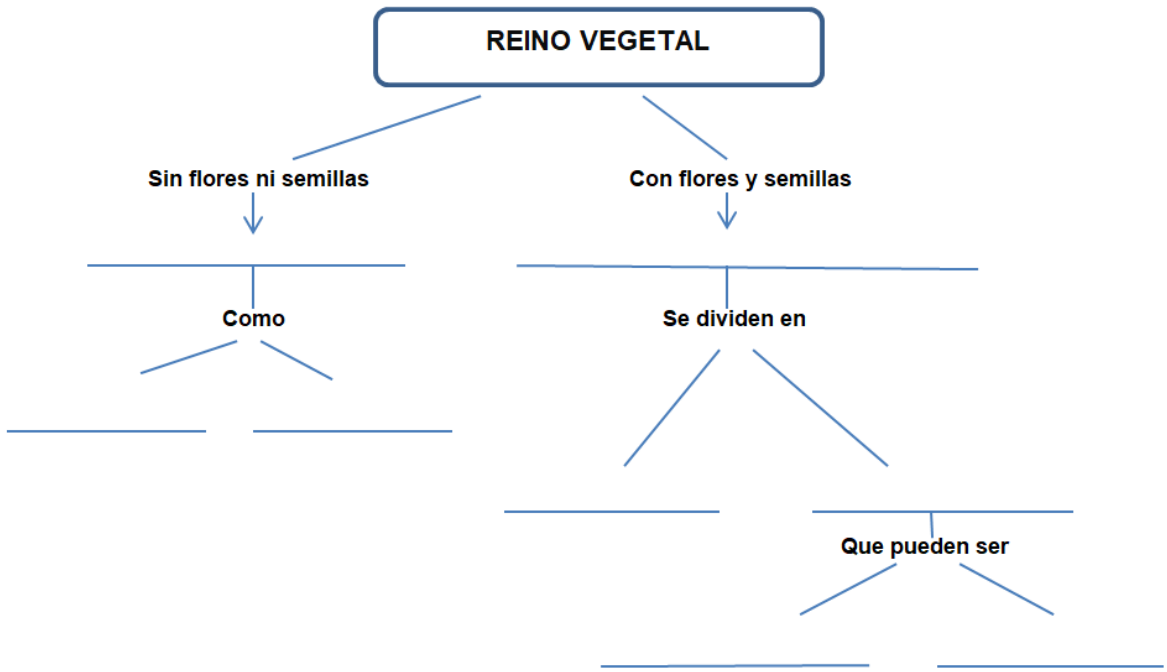
b) Las plantas con flores y semillas, llamadas **Espermatofitas** o **Fanerógamas**, que a su vez se dividen en:

- **Gimnospermas**: Con semillas desnudas, es decir, **sin fruto** que las proteja, como el pino.
- **Angiospermas**: Con semillas protegidas por un **fruto**, como el almendro. Estas, a su vez, se dividen en **Monocotiledóneas** y **Dicotiledóneas**, según tengan uno o dos cotiledones, que son las primeras hojas que salen al germinar. Son monocotiledóneas las judías y dicotiledóneas las gramíneas como el trigo.

<u>Ejercicio 16</u>

Realiza un mapa conceptual utilizando la siguiente lista de palabras.

Angiospermas	**Espermatofitas**	**Criptógamas**
Briofitas	**Gimnospermas**	**Pteridofitos**
Dicotiledóneas	**Monocotiledóneas**	



4.5. REINO ANIMAL

El reino animal está formado por seres vivos **pluricelulares** (presentan más de una célula) y **eucariotas** (con un núcleo verdadero en sus células), que necesitan alimentarse de otros seres vivos, **nutrición heterótrofa**, han desarrollado sistemas para relacionarse con el medio en el que viven (el acaso más evolucionado sería nuestro sistema nervioso) y que tienen capacidad de moverse, se desplazan, por ejemplo, para buscar alimento.

Los animales son uno de los grupos de seres vivos con mayor biodiversidad y han colonizado todos los ambientes existentes. Podemos encontrar animales viviendo en el aire, en el agua y en la tierra.

La ciencia que estudia los animales se denomina **Zoología**.

Según la presencia o ausencia de una columna vertebral que recorre internamente el animal, podemos clasificarlos en:

- Vertebrados: Animales con un esqueleto interno o endoesqueleto. Puede ser de tejido óseo o cartilaginoso.
- Invertebrados: Animales sin esqueleto interno, aunque pueden tener un esqueleto externo o exoesqueleto.

La clasificación completa puedes estudiarla en el siguiente enlace: recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/1ESO/animales/troncos.htm

Ejercicio 17

Realiza un esquema con los cinco reinos taxonómicos.

1.1.1) Características principales de los invertebrados y los vertebrados

Como ya hemos visto, la diferenciación entre los dos grandes grupos de animales: vertebraos e invertebrados, se hace en función de la presencia o ausencia de una columna vertebral que hace de esqueleto interno, pero no es la única característica que los diferencia.

En la tabla siguiente se resumen las características de ambos grupos.

INVERTEBRADOS	VERTEBRADOS
• Animales sin esqueleto interno, aunque pueden tener un esqueleto externo o **exoesqueleto**. • Algunos grupos con **simetría radiada**, no se puede trazar un plano que divida el animal en dos partes simétricas, otros grupos con **simetría bilateral**. • Características distintivas para cada subgrupo (**filum**).	• Animales con un esqueleto interno o **endoesqueleto**. Puede ser de tejido **óseo** o **cartilaginoso**. • Animales con **simetría bilateral**, es decir, su cuerpo podría dividirse mediante un plano imaginario en dos partes simétricas • División del cuerpo en tres regiones bien diferenciadas: **cabeza**, **tronco** y **extremidades**. • **Tetrápodos**: dos pares de extremidades. • **Sistema nervioso** muy desarrollado. • **Órganos de los sentidos** muy desarrollados.

a) Invertebrados

Los invertebrados constituyen un grupo muy diverso con características muy diferenciadas, existen cerca de un millón de especies de invertebrados. Según sus características se dividen en seis subgrupos, taxonómicamente denominados ***Filum***.

- ***Filum Poriferos*** (esponjas)
- ***Filum Cnidarios*** (pólipos, medusas, hidras)
- ***Filum Anélidos*** (lombrices, gusanos marinos, sanguijuelas)
- ***Filum Moluscos*** (mejillones, caracoles, calamares, pulpos)
- ***Filum Artrópodos*** (arañas, gambas, ciempiés, saltamontes)
- ***Filum Equinodermos*** (estrellas de mar, erizos de mar, holoturias.)

b) Vertebrados

Los vertebrados constituyen uno de los grupos del ***Filum Cordados***. Se diferencian varios grupos:

- **Peces**
- **Anfibios** (ranas, sapos, tritones, salamandras)
- **Reptiles** (serpientes, tortugas, lagartos, cocodrilos)
- **Aves** (águilas, patos, gorriones)
- **Mamíferos** (delfín, caballo, murciélago, especie humana)

Para finalizar este apartado, podéis ver el siguiente vídeo, resumen de todos los reinos.

Vídeo nº 1. Los cinco reinos Fuente: http://www.youtube.com/watch?v=EU-mRA6q8Hs

Antes de pasar al siguiente apartado, repasemos todo lo anterior:

Ejercicio 18

Escribe el concepto atendiendo a su definición.

Ciencia que estudia la clasificación de los seres vivos	
Ideó un sistema que en la actualidad se denomina nomenclatura binomial	
Las Especies se agrupan en…	
En este reino se incluyen organismos muy pequeños, que sólo pueden ser observados con microscopios muy potentes	
Las levaduras pertenecen a este reino	
Plantas con frutos	
Plantas sin frutos	
Animales sin esqueleto interno	

5. LAS FUNCIONES VITALES DE LOS SERES VIVOS

Las funciones vitales de los seres vivos son: nutrición, relación y reproducción.

5.1) FUNCIÓN DE NUTRICIÓN

Hay dos tipos de Nutrición: la nutrición **autótrofa** y la nutrición **heterótrofa**.

5.1.1) NUTRICIÓN AUTÓTROFA

Consiste en obtener materia orgánica y energía a partir de sustancias inorgánicas: agua, dióxido de carbono y sales minerales. Para ello, se necesita la presencia de luz solar y clorofila, sustancia que se encuentra en las partes verdes de la planta.

Con las raíces, las plantas toman el agua y las sales del suelo y con las hojas el dióxido de carbono del aire.

La raíz, además de fijar el vegetal al suelo, absorbe el agua y las sales minerales que forman la savia bruta. Esta se transporta desde la raíz a la hoja por el tallo, en el interior de unos vasos conductores llamados xilema.

Una vez que ha llegado la savia bruta a la hoja, ésta absorbe el dióxido de carbono y, con la energía del sol, en los cloroplastos de las células, que contienen clorofila, se transforma la savia bruta en savia elaborada. Esta savia elaborada, rica en azúcares y otra materia orgánica, es distribuida al resto del vegetal por el floema, otro tipo de vasos conductores del tallo.

Cuando las células necesitan energía para realizar sus funciones, parte de la materia orgánica entra en las mitocondrias y en ellas, con la presencia de oxígeno, se realiza la respiración celular consistente en tomar materia orgánica y transformarla en energía y dióxido de carbono.

RECUERDA: El proceso de la respiración celular en las mitocondrias es idéntico al que realizan los animales, salvo que ellos deben tomar la materia orgánica de otros seres vivos ya que no pueden fabricarla a partir de materia inorgánica.

5.1.2) NUTRICIÓN HETERÓTROFA

Los seres con nutrición heterótrofa, como los animales, no poseen la capacidad de transformar la materia inorgánica en orgánica, por lo que dependen de la materia orgánica sintetizada por otros organismos.

Los seres unicelulares toman directamente del medio externo las sustancias orgánicas que necesitan.

Los seres pluricelulares tienen que conseguir que las sustancias orgánicas necesarias lleguen a todas sus células. Para ello las células se especializan en **tejidos**, éstos se asocian en **órganos** y éstos a su vez en **aparatos o sistemas que realizan funciones específicas dentro del organismo.**

Los aparatos que intervienen en la función de nutrición de los animales son:

1. Aparato Digestivo: que prepara los alimentos y los transforma en nutrientes útiles para las células.
2. Aparato Respiratorio: toma el oxígeno necesario para la respiración celular y expulsa el dióxido de carbono generado en ese proceso.

3. Aparato Excretor: elimina del organismo todas las sustancias tóxicas que produce la célula en su funcionamiento.
4. Aparato Circulatorio: Distribuye nutrientes y oxígeno por todas las células del cuerpo y recoge los residuos y el dióxido de carbono llevándolo a los órganos excretores.

Ejercicio 19

Realiza un esquema resumen que explique las diferencias entre la nutrición autótrofa y heterótrofa de los seres vivos.

5.2) FUNCIÓN DE RELACIÓN

Ningún ser vivo puede vivir ajeno a lo que ocurre en el medio en el que vive. Necesita capturar el alimento, fabricarlo, buscar pareja, defenderse de los depredadores..., en definitiva, necesita **relacionarse**.

Así pues, la función de relación, permite al ser vivo conocer mejor el medio que le rodea para asegurar así su supervivencia, respondiendo lo mejor posible ante posibles cambios.

Comunicación dentro del animal:

Una vez que el ser vivo ha recibido los estímulos, su sistema nervioso integra y analiza la información. Este sistema es diferente según el grupo animal que se analice. Así el sistema nervioso de **invertebrados** es mucho más simple que el de los **vertebrados.**

Los **vertebrados** tienen un **sistema nervioso central**: con un cordón nervioso que recorre el cuerpo y se ensancha en la cabeza para formar un encéfalo; un **sistema nervioso periférico**: formado por prolongación de las células nerviosas y que unen el sistema central con las vísceras, músculos y superficie del cuerpo; y un **sistema nervioso autónomo**: que regula las funciones involuntarias del cuerpo como el latido cardiaco, la digestión y la respiración.

Existen además actos reflejos: se producen de forma automática y siempre igual. Los estímulos no llegan al cerebro, solo llegan a la médula espinal (Ej.: cuando el médico nos toca la rodilla con el martillo de analizar reflejos).

Las funciones de relación en los vegetales:

Los vegetales no se pueden desplazar, sin embargo son capaces de detectar los cambios en el ambiente en el que viven y reaccionar ante ellos de forma adecuada. Por ejemplo, los tallos de las plantas crecen hacia la luz y las raíces hacia el interior de la tierra.

5.3) FUNCIÓN DE REPRODUCCIÓN

La reproducción es la función que permite a los seres vivos dejar copias de sí mismos, tener descendientes que impidan que su especie se extinga y desaparezca.

Hay dos tipos de reproducción, tanto en seres unicelulares, como en seres pluricelulares, en animales o en plantas, que son: reproducción asexual y reproducción sexual

LA REPRODUCCIÓN EN ANIMALES:

En los animales la reproducción varía según se van haciendo más complejos los seres vivos. Desde los seres unicelulares a los animales invertebrados y luego a los vertebrados va desapareciendo la reproducción asexual hasta quedar sólo la sexual.

- Reproducción asexual en animales:

  Es más importante en invertebrados, y se suele dar en animales primitivos, como cnidarios, gusanos, equinodermos, etc. Se necesita un único individuo y da lugar a animales genéticamente iguales al que los ha originado, por lo que su función no es la mejora genética, sino producir muchos descendientes lo antes posible.

- Reproducción sexual en animales:

  La reproducción sexual se da en todos los grupos animales, aunque en los invertebrados más primitivos puede tener menos importancia que la reproducción asexual

Los gametos masculinos se llaman ESPERMATOZOIDES y se producen en los TESTÍCULOS, y los gametos femeninos se llaman ÓVULOS y se producen en los OVARIOS.

LA REPRODUCCIÓN EN VEGETALES.

La reproducción en los vegetales es mucho más variada y compleja que en animales. Existen formas exclusivas de reproducción que sólo se dan en vegetales. Además, la reproducción asexual ocurre en todos los grupos de vegetales, ya sean primitivos o evolucionados.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

¿Dónde hay mayor diversidad?

a) En el patio del instituto
b) En el salón de tu casa
c) En los Pirineos X
d) En un campo arado

Ejercicio 2

¿Qué es la biodiversidad?

a) Un tipo de clasificación de los seres vivos
b) **Los distintos seres vivos que hay en una zona X**
c) El nombre de un parque zoológico
d) Las diferencias que hay entre dos seres vivos de distinta especie

Ejercicio 3

¿Dónde hay mayor diversidad de seres vivos?

a) En una pescadería
b) En un terrario de cien mil hormigas
c) En una tienda de animales X
d) En tu clase

Ejercicio 4

Un criterio de clasificación natural sería:

a) El lugar donde viven (hábitat)
b) La existencia de una estructura corporal con la misma organización, como la mano y el ala de un ave X
c) La capacidad de volar
d) La forma de buscar alimento

Ejercicio 5

Las clasificaciones actuales se basan:

a) En criterios artificiales
b) En lo que dicen los investigadores
c) En criterios naturales X
d) En lo que dicen los libros

Ejercicio 6

La taxonomía es la ciencia que

a) Nombra a los seres vivos
b) Ordena los seres vivos
c) **Clasifica los seres vivos X**
d) Ordena los animales

Ejercicio 7

Un criterio de clasificación artificial de los seres vivos sería:

a) El parentesco evolutivo
b) Una característica común, como la presencia de pelo
c) La existencia de una estructura corporal similar, como un brazo y una pata delantera de un caballo
d) La forma de buscar comida X

Ejercicio 8

El mulo, ¿a qué especie pertenece?

a) A ninguna, es un híbrido entre dos especies X
b) A la especie a la que pertenezca la madre
c) Al caballo, porque es más grande que el burro
d) A la especie a la que pertenecen todos los mulos, *Mulus domesticus*

Ejercicio 9

La yegua y el caballo

a) Pertenecen a la misma especie porque su descendencia es el mulo
b) No pertenecen a la misma especie porque su descendencia, el mulo, no es fértil
c) Pertenecen a la misma especie porque su descendencia es fértil X
d) No pertenecen a la misma especie porque su descendencia no es fértil

Ejercicio 10

Especie es:

a) El conjunto de seres vivos que se reproducen entre sí
b) El conjunto de seres vivos con características comunes
c) El conjunto de seres vivos que se reproducen entre sí y cuya descendencia es fértil X
d) El conjunto de animales que se reproducen entre sí

Ejercicio 11

Los seres del Reino Moneras:

a) Viven formando grandes colonias
b) Viven como parásitos en el interior de otros individuos
c) Todos tienen vida libre
d) Pueden vivir en cualquier ambiente de la Tierra

Ejercicio 12

El Reino Moneras incluye a seres:

a) **Procariotas, unicelulares X**
b) Procariotas, pluricelulares
c) Procariotas y macroscópicos
d) Procariotas con núcleo

Ejercicio 13

La característica común a todos los protoctistas es:

a) Que son autótrofos
b) Que son microscópicos
c) **Que tienen células eucariotas X**
d) Que son unicelulares

Ejercicio 14

En el Reino Protoctistas se incluyen:

a) Protozoos, bacterias y cianofíceas
b) Bacterias y protozoos
c) Protozoos y algas cianofíceas
d) Protozoos y algas

Ejercicio 15

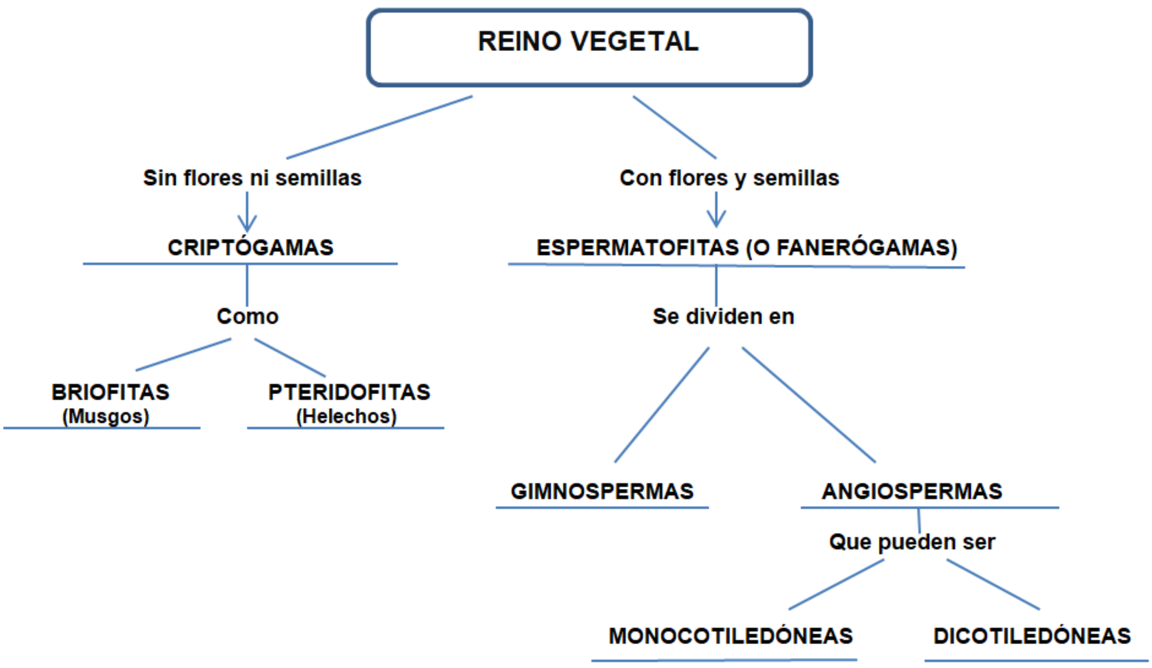
Los Hongos o Reino Fungi son individuos:

a) Que realizan la fotosíntesis
b) Microscópicos y heterótrofos
c) **Heterótrofos y la mayoría pluricelulares X**
d) Macroscópicos y autótrofos

Ejercicio 16

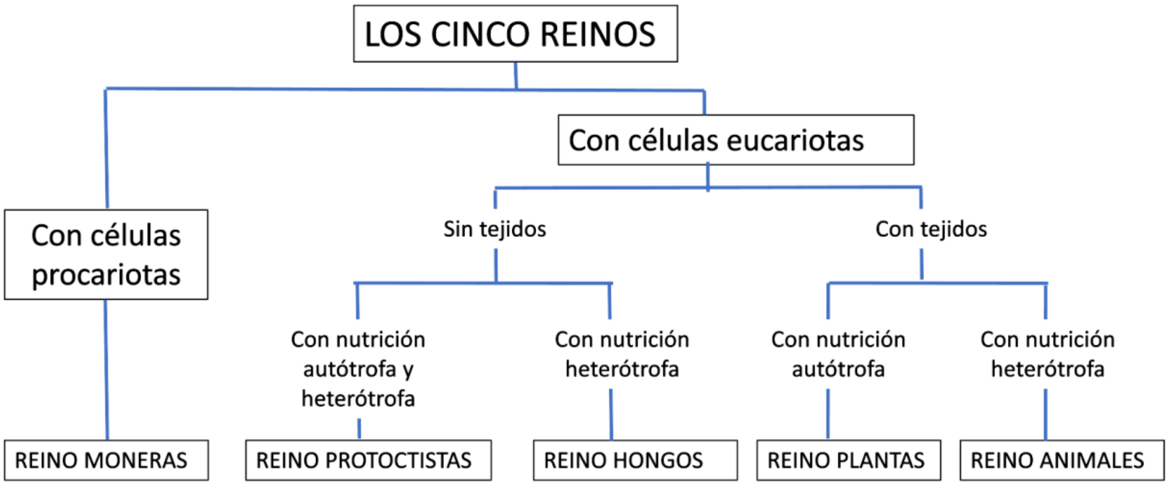
Realiza un mapa conceptual utilizando la siguiente lista de palabras.

Angiospermas, Briofitas, Dicotiledóneas, Espermatofitas, Gimnospermas, Monocotiledóneas, Criptógamas, Pteridofitas



Ejercicio 17

Realiza un esquema con los cinco reinos taxonómicos.



Ejercicio 18

Escribe el concepto atendiendo a su definición.

Ciencia que estudia la clasificación de los seres vivos	Taxonomía
Ideó un sistema que en la actualidad se denomina nomenclatura binomial	Linneo
Las Especies se agrupan en…	Géneros
En este reino se incluyen organismos muy pequeños, que sólo pueden ser observados con microscopios muy potentes	Moneras
Las levaduras pertenecen a este reino	Hongos
Plantas con frutos	Angiospermas
Plantas sin frutos	Gimnospermas
Animales sin esqueleto interno	Invertebrados

Ejercicio 19

Realiza un esquema resumen que explique las diferencias entre la nutrición autótrofa y heterótrofa de los seres vivos.

NUTRICIÓN AUTÓTROFA	NUTRICIÓN HETERÓTROFA
• Fabrican su propio alimento • Toman del medio sustancias inorgánicas • La realizan las plantas, las algas y algunas bacterias	• Se alimentan de otros seres vivos • Toman del medio sustancias orgánicas • La realizan los animales los hongos, los protozoos y muchas bacterias.

Tema 6. Investigación científica.

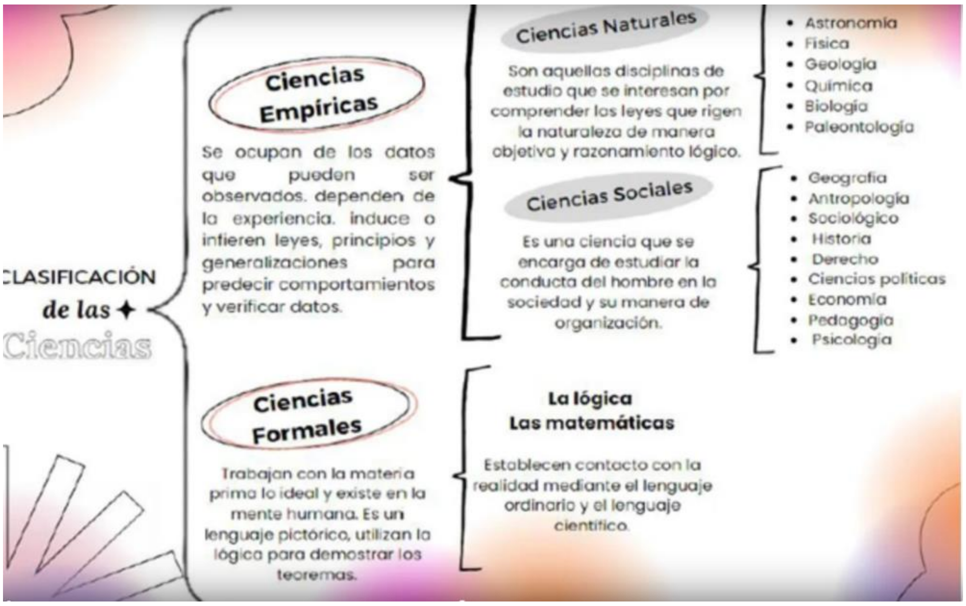
Introducción

Los avances científicos y tecnológicos, especialmente en los últimos 150 años, han hecho posible una mejora importante en la calidad de vida del ser humano. Todo ello gracias a la investigación y al esfuerzo colectivo de muchas generaciones.

El método científico representa una **metodología** crucial para adquirir **nuevos conocimientos**, una característica distintiva en la historia de la ciencia. Este método se basa en la **observación** meticulosa, la **medición**, la **experimentación** y la **formulación**, **análisis** y **revisión** de hipótesis. Dos elementos clave de un método científico válido son su capacidad para hacer pruebas que contradigan la hipótesis (falsabilidad) y la capacidad de que otros puedan replicar y repetir los resultados, verificados mediante la revisión de expertos (reproducibilidad y repetibilidad).

Dentro del **método científico**, se encuentran prácticas que la comunidad científica ha aceptado como válidas para presentar y respaldar sus teorías. Estas **normas y principios** buscan minimizar la influencia subjetiva del científico en su trabajo, fortaleciendo la credibilidad de los resultados y, por lo tanto, del conocimiento generado.

No todas las ramas de la ciencia tienen los mismos requisitos. Por ejemplo, la experimentación no es posible en disciplinas como la física teórica. Además, el requisito de reproducibilidad y repetibilidad, fundamental en muchas áreas, no es aplicable a otras, como las ciencias sociales y humanas, donde los fenómenos no pueden replicarse controlada o artificialmente, ya que su naturaleza es intrínsecamente irrepetible, como en el caso de la historia.



Es importante destacar que no existe un único modelo de método científico. Los científicos pueden emplear diversos enfoques, como métodos definitorios, clasificatorios, estadísticos, empírico-analíticos, hipotético-deductivos y procedimientos de medición, entre otros. Por lo tanto, cuando nos referimos al "método científico", nos referimos a un conjunto de estrategias utilizadas para construir conocimiento de manera rigurosa. Estas estrategias pueden mejorarse o sustituirse en el futuro. Cada disciplina científica e incluso cada tipo de investigación específica puede requerir su propio modelo de método científico.

En las ciencias empíricas, no se puede lograr una verificación absoluta; es decir, no existe un "conocimiento perfecto" o completamente probado. Cada teoría científica siempre está abierta a ser desafiada y refutada. En contraste, en las ciencias formales, las deducciones o demostraciones matemáticas generan pruebas solamente dentro del marco definido por ciertos axiomas y reglas de inferencia específicas.

1. La importancia de la ciencia

La **ciencia** es el conjunto de conocimientos y saberes contrastados que el ser humano posee sobre la naturaleza y la sociedad de la que forma parte.

Hay tantas ciencias como conocimientos: exactas, sociales etc. Pero nosotros hablaremos de Ciencias Naturales: Física, Química, biología, Geología…

Física: estudia los fenómenos naturales en los que no hay transformación de la materia.

Química: estudia los fenómenos naturales en los que hay transformación de la materia.

Actividad 1. Enumera diferentes avances científicos o tecnológicos de la medicina, química, física, tecnología, informática…

Actividad 2. Cita cinco ejemplos de fenómenos naturales.

Actividad 3. Cita cinco ejemplos de fenómenos con transformación de materia.

Actividad 4. ¿Qué es la Biología? ¿Qué es la Geología?

La importancia de la ciencia en nuestra sociedad es innegable y profunda. La **ciencia es el motor** que impulsa el **progreso** humano, transformando nuestras vidas de innumerables maneras. A través de la investigación y el conocimiento sistemático, la ciencia ha desbloqueado secretos del universo y ha proporcionado **soluciones** a problemas que alguna vez parecían insuperables. A continuación, exploraremos la importancia de la ciencia en cuatro dimensiones fundamentales.

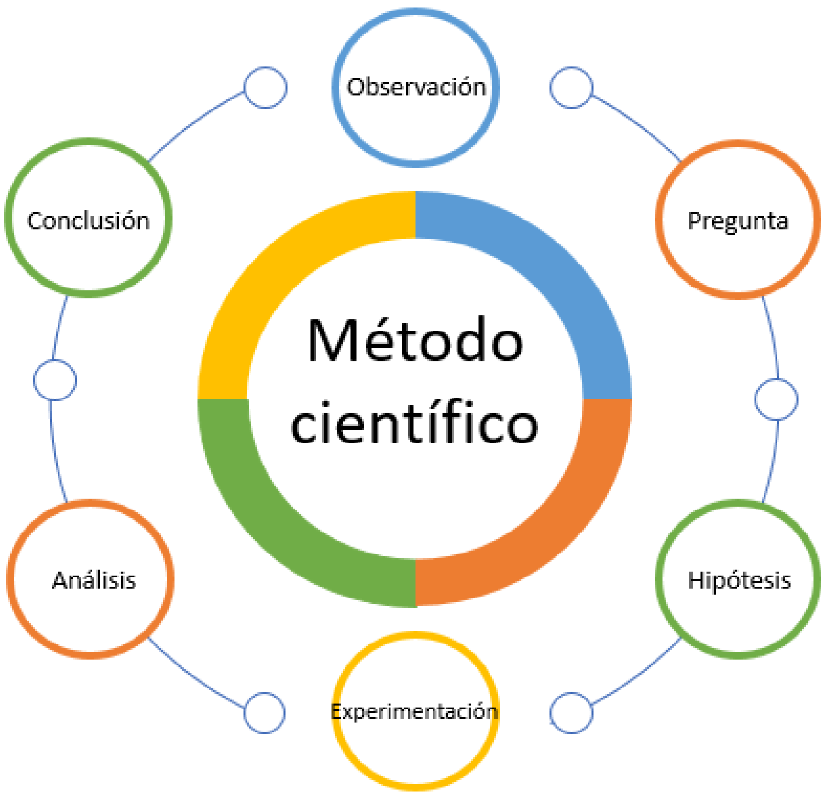
1. *Avance tecnológico y mejora de la calidad de vida*: La ciencia impulsa el desarrollo tecnológico que, a su vez, mejora la calidad de vida de las personas. Desde la revolución industrial hasta la era de la información, la ciencia ha creado avances en campos como la medicina, la comunicación, la energía y el transporte. Los avances en la medicina han salvado innumerables vidas, mientras que la tecnología de la información ha conectado al mundo y revolucionado la forma en que trabajamos y vivimos.
2. *Comprender el mundo natural:* La ciencia nos brinda la oportunidad de comprender el mundo natural que nos rodea. Desde la física que gobierna el comportamiento de las partículas subatómicas hasta la ecología que estudia los ecosistemas, la ciencia nos permite desentrañar los misterios de la naturaleza. Este conocimiento no solo nos ayuda a adaptarnos al entorno, sino que también nos permite tomar decisiones informadas sobre cómo proteger y conservar nuestro planeta.
3. *Resolución de problemas globales:* En un mundo cada vez más complejo y globalizado, la ciencia desempeña un papel vital en la resolución de problemas mundiales. Desde el cambio climático hasta las pandemias, los desafíos que enfrentamos a nivel global requieren soluciones respaldadas por la ciencia. La investigación científica proporciona datos sólidos y análisis críticos que guían las políticas y acciones necesarias para abordar estos problemas de manera efectiva.
4. *Fomentar la curiosidad y el pensamiento crítico:* La ciencia no es solo un conjunto de hechos, sino un proceso de indagación constante. Fomenta la curiosidad y el pensamiento crítico, alentando a las personas a hacer preguntas, buscar evidencia y cuestionar suposiciones. Este enfoque en el pensamiento lógico y analítico es esencial para la educación y el desarrollo personal, ya que capacita a las personas para tomar decisiones informadas y participar activamente en la sociedad.

En resumen, la ciencia es un pilar fundamental de nuestra civilización moderna. Su importancia radica en su capacidad para **impulsar el avance tecnológico**, **comprender y preservar el mundo natural, abordar problemas globales y fomentar la curiosidad y el pensamiento crítico**. Como sociedad, debemos valorar y apoyar la investigación científica, ya que es la clave para un futuro mejor y más prometedor. La ciencia no solo nos proporciona respuestas a preguntas fundamentales, sino que también nos inspira a hacer preguntas nuevas y a seguir explorando los límites de nuestro conocimiento.

2. El Método científico.

Las ciencias de la naturaleza tienen en común un mismo método de trabajo fundamentado en la experimentación por eso se llaman también Ciencias experimentales.

El método científico es un enfoque sistemático y ordenado que los científicos utilizan para investigar y comprender el mundo que les rodea. Se compone de varias fases clave que guían la investigación y la obtención de conocimiento científico. Aquí, describiremos las principales fases del método científico.



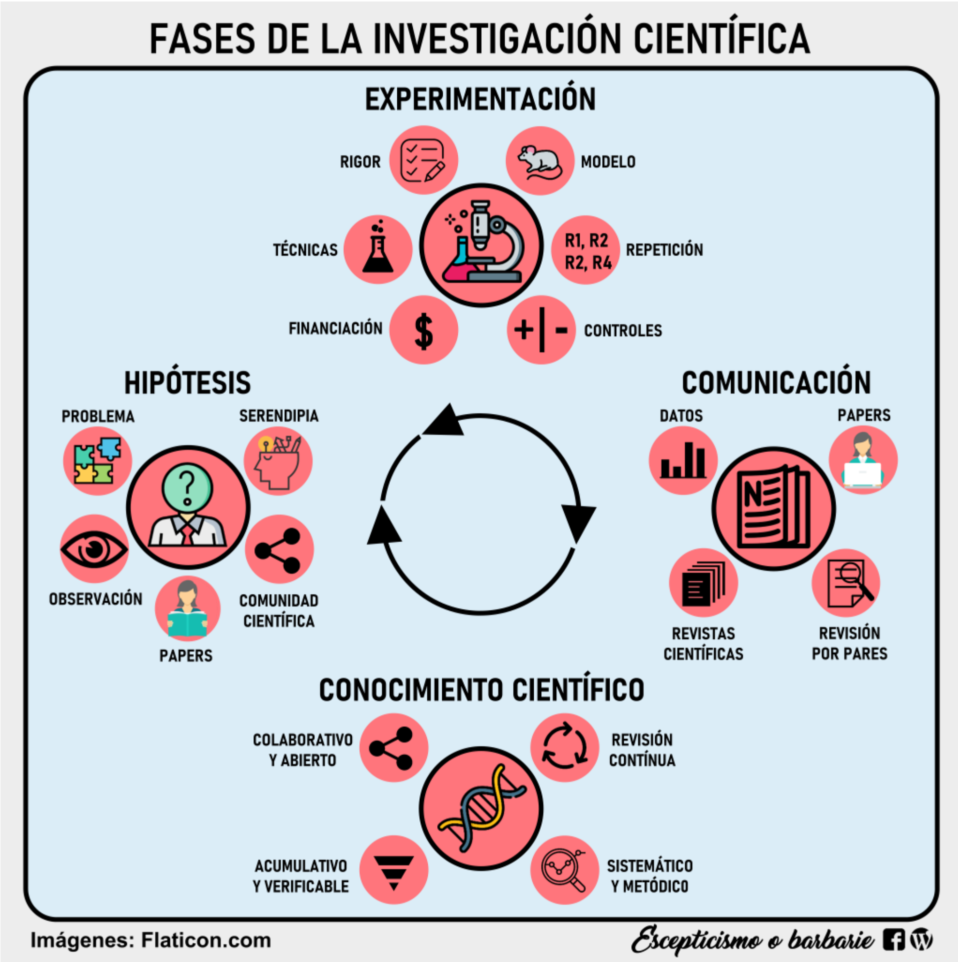
2.1. Fases del método científico

El método científico se desarrolla en cuatro fases: Observación, Elaboración de hipótesis, Experimentación y Obtención de conclusiones.

- Observación: Se trata de observar y obtener la máxima información posible de un fenómeno. La primera fase del método científico implica observar cuidadosamente un fenómeno o un conjunto de datos. Esto puede ser algo que el científico nota en la naturaleza o un problema que busca resolver. La observación es el punto de partida de la investigación y conduce a la formulación de preguntas o hipótesis.
- Elaboración de hipótesis: Se trata de dar una primera explicación a partir de la información recogida. La hipótesis es una explicación sin comprobar. Es un planteamiento teórico. : En esta etapa, el científico propone una explicación tentativa o una suposición educada sobre el fenómeno observado. La hipótesis debe ser específica, falsificable y basada en el conocimiento previo. Se utiliza como una declaración que se someterá a pruebas en etapas posteriores del método científico.
- Experimentación: Es la fase más importante del método científico y determina la validez de la hipótesis. Experimentar es reproducir el fenómeno y medir. La experimentación nos permite validar o rebatir las hipótesis. La fase experimental implica el diseño y la realización de experimentos o investigaciones para probar la hipótesis. Durante esta etapa, se recopilan datos objetivos y observaciones precisas. Los experimentos deben ser controlados, lo que significa que se deben manipular variables de manera deliberada para evaluar su impacto en el fenómeno estudiado.
- Análisis de datos: Una vez que se han recopilado los datos, se realiza un análisis estadístico y cualitativo para determinar si los resultados respaldan o refutan la hipótesis. Los científicos

utilizan métodos estadísticos y herramientas analíticas para interpretar los datos y llegar a conclusiones basadas en evidencia.

- Obtención de conclusiones: Comprobada la hipótesis se convierte en ley científica que se suele expresar en un lenguaje matemático mediante fórmulas. En esta etapa, el científico resume los resultados del análisis de datos y determina si la hipótesis original es respaldada o rechazada. Las conclusiones pueden llevar a la revisión de la hipótesis o a la generación de nuevas preguntas para futuras investigaciones.



Es importante destacar que el método científico es un proceso cíclico. Las hipótesis científicas están en permanente revisión, ya que deben estar en permanente concordancia con los datos experimentales obtenidos a partir de los fenómenos que se pretenden estudiar. Las conclusiones de una investigación pueden generar nuevas preguntas, lo que lleva a la formulación de nuevas hipótesis y la realización de más experimentos. Esta repetición continua de las fases del método científico es lo que impulsa el avance del conocimiento científico y la resolución de problemas en una amplia gama de disciplinas. La certeza absoluta en ciencia no existe. Basta descubrir nuevos hechos que contradigan la hipótesis.

Ejemplo: 1. La TV no funciona, no obedece el mando. Serán las pilas. Se cambian. Si funciona entonces eran las pilas si no otra hipótesis, la de las pilas no vale.

Ejemplo: 2. Un ejemplo muy claro es la estructura del átomo y cómo su conocimiento ha ido cambiando a lo largo de la historia.

2.2. El informe científico

Es el informe final referente al proceso de investigación y las conclusiones de la misma. Tiene los siguientes apartados:

- Título del informe, nombre del autor y fecha de realización del trabajo.
- Resumen: Es un resumen breve que describe el trabajo desarrollado.
- Procedimiento experimental: Explica el procedimiento, materiales y montajes realizados.
- Datos recopilados: Donde se recogen los datos y cálculos realizados.
- Conclusiones: Se exponen las conclusiones finales.
- Bibliografía: Se citan libros, revistas páginas web consultadas indicando el título y autor.

Este debería ser el mismo esquema para exponer y realizar cualquier trabajo de clase.

Una fuente de información es cualquier tipo de recurso, escrito, audiovisual o digital, en el cual se puede encontrar información sobre un tema concreto.

¿Qué se entiende por divulgación científica?

3. La experimentación en el laboratorio.

El laboratorio es el lugar específicamente diseñado para realizar experimentos, cuenta con el material necesario y las medidas de seguridad adecuadas para el trabajo experimental.

El uso del laboratorio científico es esencial en el proceso de investigación y descubrimiento en diversas disciplinas, desde la química y la biología hasta la física y la medicina. Estos espacios controlados y equipados con instrumentos de precisión desempeñan un papel fundamental en el avance del conocimiento científico por varias razones.

- En primer lugar, los laboratorios proporcionan un entorno controlado donde los científicos pueden llevar a cabo experimentos y pruebas de manera meticulosa. La capacidad de controlar variables, condiciones ambientales y parámetros específicos es esencial para garantizar resultados confiables y reproducibles. Esto es particularmente crucial en la ciencia, donde la precisión y la exactitud son fundamentales.
- Los laboratorios ofrecen la oportunidad de realizar investigaciones de vanguardia. Equipados con tecnología de punta y herramientas especializadas, los científicos pueden abordar preguntas complejas y desafiantes que no podrían resolverse fuera de un entorno de laboratorio. Esto ha llevado a avances significativos en campos como la medicina, donde se desarrollan nuevos tratamientos y terapias mediante la investigación en laboratorios.
- Además, los laboratorios promueven la colaboración y el intercambio de conocimientos. Los científicos de diferentes disciplinas a menudo trabajan juntos en proyectos interdisciplinarios en laboratorios compartidos. Esta colaboración fomenta la creatividad y la innovación al abordar problemas desde múltiples perspectivas.
- Por último, el laboratorio científico es un lugar donde se pueden llevar a cabo investigaciones de manera ética y segura. Los científicos están capacitados para seguir protocolos estrictos que garantizan la seguridad tanto para ellos como para el entorno circundante. Esto es particularmente relevante en investigaciones que involucran sustancias químicas peligrosas o microorganismos patógenos.

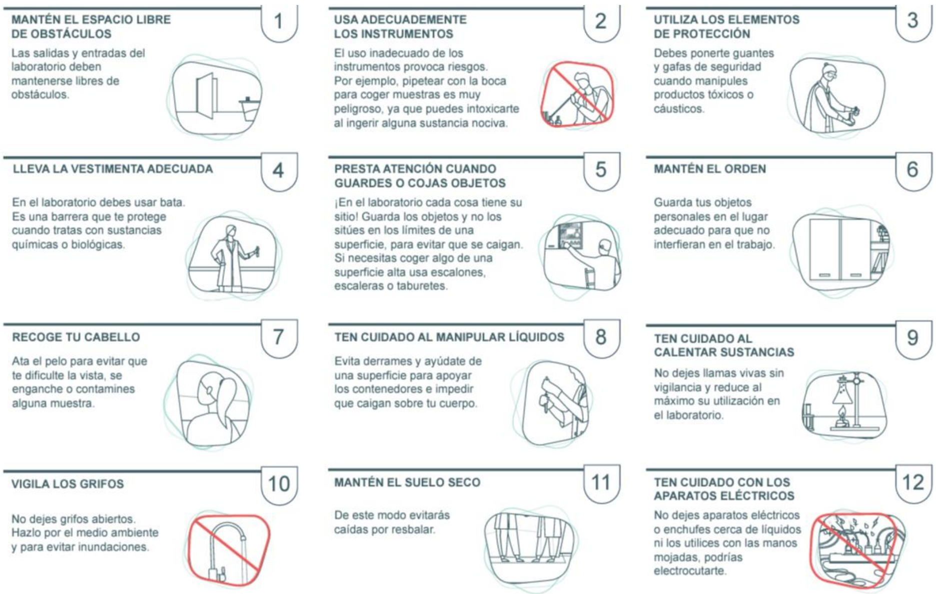
Estos espacios son cruciales para resolver problemas complejos, desarrollar nuevas tecnologías y mejorar nuestra comprensión del mundo que nos rodea. Por lo tanto, el laboratorio científico seguirá siendo un pilar fundamental en el proceso de búsqueda del conocimiento y la innovación.

El laboratorio en la enseñanza:

Es un lugar de trabajo donde la manipulación de ciertos equipos o productos e puede ntrañar riesgos. Esto implica unas ciertas normas de comportamiento como son no usar nada de ropa de abrigo, ni mochilas. Estas se dejan en los lugares adecuados para ello.

- Debemos mantener limpio y ordenado el lugar y la mesa de trabajo.
- Evitar distracciones, siguiendo en todo momento las indicaciones de la persona a cargo.
- Uso de mascarillas o gafas de protección cuando se nos indique.
- Leer detenidamente los guiones de prácticas y seguir las instrucciones.

En la siguiente infografía puedes ver las principales normas de un laboratorio científico escolar



4. Problemas: La ciencia y su método

1. La Física y la Química son dos ramas de la ciencia. ¿Qué es lo que estudia cada una de estas disciplinas científicas? ¿Qué tienen en común con la Biología y la Geología?

2. Elabora un esquema en tu cuaderno con las distintas fases que comprende el método científico, indicando en qué consiste cada una de ellas.

3. En algunos periódicos aparece el horóscopo. ¿Se pueden aceptar estas predicciones como científicas? ¿Y la predicción del tiempo? ¿Por qué?

4. Diseña un experimento para comprobar si esta hipótesis es verdadera o falsa: “Un cubito de hielo se funde antes cuanto mayor es la temperatura exterior”. Indica que variables has utilizado.

5. Cuando queremos preparar un plato y no estamos seguros de cómo debemos hacerlo, podemos mirar la receta en algún libro de cocina. ¿Podríamos considerar un libro de cocina como una fuente de información? Explica tu respuesta.

6. Durante el desarrollo del método científico, tras la observación, y antes de elaborar la hipótesis, es recomendable llevar a cabo una investigación bibliográfica ¿En qué consiste esta investigación? ¿Por qué es necesario realizarla antes de formular la hipótesis?

7. Imagina que buscas información en Internet sobre un fenómeno y, en dos páginas web, encuentras datos contradictorios. ¿Qué harías?

Tema 7: La energía

1 ¿Qué es la energía?

A lo largo de este curso hemos estudiado diferentes cambios que pueden ocurrir en la naturaleza: de posición, de temperatura, de forma, de aspecto, de estado de agregación, de composición química… pero no hemos visto aún cuál es la causa de que se produzcan. ¿Por qué los cuerpos pueden producir cambios? Pues porque poseen **energía**.

La energía es la *capacidad que tiene un cuerpo para producir cambios, ya sea en sí mismo o en otros cuerpos*.

Veamos algunos ejemplos:

Al quemar un combustible (papel, butano, gasolina, madera…) podemos producir cambios, como calentar a otros cuerpos. El combustible posee energía debido a su composición química.

El viento, aire en movimiento, posee energía ya que puede producir cambios debido a la velocidad que lleva. Puede mover objetos, como un barco, o las aspas de un aerogenerador.

Los alimentos poseen energía debido a su composición química. A través de la digestión y la respiración celular aprovechamos esa energía para realizar nuestra actividad física y mental.

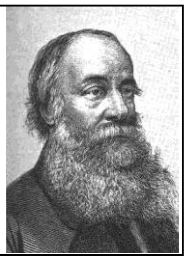
Las microondas son un tipo de radiación (de luz). La energía de las microondas permite realizar cambios de temperatura en el agua y los alimentos.

Si dejamos caer una piedra sobre un montón de arena, hará un hoyo. Si la dejamos caer desde más altura, el cambio producido será mayor. Lo mismo ocurrirá si la piedra es más pesada.

La luz (radiación), posee energía que le permite realizar cambios, como calentar, producir electricidad, o la fotosíntesis de las plantas.

Unidades de medida de la energía.

El nombre de la unidad de energía en el S.I, el julio, se ha elegido en honor a **James Prescott Joule**, científico británico del s.XIX, que estudió la relación entre el trabajo y el calor, formas de transferencia de energía.



La unidad de medida de la energía en el S.I es el **julio (J)**. Un múltiplo muy usado es el kJ = 1000 J.

Otra unidad muy usada es la **caloría (cal)**. 1 cal = 4,18 J.

Cómo pasar de calorías a julios. Por ejemplo, 25 cal a J $25\ \cancel{cal} \cdot \dfrac{4{,}18\ J}{1\ \cancel{cal}} = 104{,}5\ J$

Cómo pasar de julios a calorías. Por ejemplo, 100 J a cal $100\ \cancel{J} \cdot \dfrac{1\ cal}{4{,}18\ \cancel{J}} = 23{,}92\ cal$

Otro ejemplo: 3 kJ a cal: $3\ \cancel{kJ} \cdot \dfrac{1000\ \cancel{J}}{1\ \cancel{kJ}} \cdot \dfrac{1\ cal}{4{,}18\ J} = \dfrac{3000\ cal}{4{,}18} = 717{,}7\ cal$

También se usa mucho el kilovatio-hora (kWh), sobre todo para medir la energía eléctrica que consumimos en casa
1 kWh = 3 600 000 J

Ejercicio 1.1. Expresa en J estas cantidades, usando factores de conversión:
a) 500 cal b) 2 kcal c) 240 cal d) 0,5 kcal

Ejercicio 1.2. Expresa en cal estas cantidades, usando factores de conversión:
a) 10 J b) 3 kJ c) 2000 J e) 0,2 kJ

Ejercicio 1.3. Busca en casa cinco alimentos envasados y copia de la etiqueta su contenido energético.

Ejercicio 1.4: Investiga. De todos los nutrientes que contienen los alimentos (vitaminas, proteínas, etc), no todos nos proporcionan energía. ¿Cuáles son los nutrientes que sí proporcionan energía?

2. Tipos de energía:

La energía puede presentarse de muy diversas formas. Para clasificar los distintos tipos, nos fijamos en la causa de que el cuerpo posea energía, es decir, qué característica del cuerpo es la que le hace tener energía:

ENERGÍA MECÁNICA: Suma de las energías cinética y potenciales del cuerpo.

ENERGÍA CINÉTICA

Debida al movimiento (velocidad). Cuanta mayor velocidad tenga el cuerpo, mayor energía cinética poseerá.

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (Energía gravitatoria)

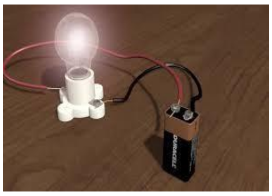
Debida a la atracción gravitatoria y a la altura. Un mayor peso del objeto, o una mayor altura, hacen que almacene más energía gravitatoria.

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA (Energía elástica)

La almacenan los cuerpos elásticos (muelles, goma…) al ser estirados o comprimidos

ENERGÍA POTENCIAL ELECTRICA (Energía eléctrica)

Energía almacenada por las cargas eléctricas. Es la que hace funcionar los aparatos eléctricos.



ENERGÍA INTERNA: Energía debida a características internas (temperatura, composición).

ENERGÍA TÉRMICA

Energía debida a la temperatura. A mayor temperatura, mayor energía térmica.

ENERGÍA QUÍMICA

Energía debida a la composición química. Los combustibles, las pilas, los alimentos, poseen energía de este tipo.

ENERGÍA NUCLEAR
Energía almacenada en el núcleo de los átomos. Se pone de manifiesto en la reacciones nucleares de fisión (centrales nucleares) y fusión (interior de las estrellas, como el Sol)

ENERGÍA RADIANTE (LUMINOSA)
Energía que transportan los distintos tipos de radiación (de luz): luz visible, infrarrojos, UVA, microondas, ondas de radio, Rayos X…

Los cuerpos pueden tener varios tipos de energía al mismo tiempo.

Cuando estudiamos qué tipos de energía tiene un cuerpo, nos centramos en aquellos que son más importantes. Por ejemplo:
En un coche es importante su energía cinética, pero también lo es la energía química del combustible.
En una pila es importante la energía química que almacena, y la energía eléctrica que produce.
En un cuerpo caliente es importante su energía térmica, y si es un alimento también lo será su energía química.
En un objeto que está a cierta altura, será importante su energía gravitatoria.

Ejercicio 2.1. ¿Cuál o cuáles son los principales tipos de energía que hay en estos cuerpos?

a) Agua caliente.
b) La gasolina
c) Una pila
d) Una bombilla encendida
e) El viento
f) Una viga sostenida por una grúa.
g) La wi-fi
h) Azúcar
i) Un ventilador
j) La luz
k) Un balón en movimiento
l) El Sol
m) Una central nuclear
n) Un muelle comprimido
ñ) Horno microondas.
o) El agua almacenada en un embalse.

3. Características de la energía.

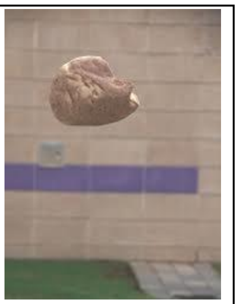
En este apartado vamos a ver que la energía:

- Puede transformarse de un tipo en otro.
- Puede transferirse (pasar de un cuerpo a otro)
- Puede almacenarse y transportarse.
- Se conserva, pero se degrada.

Transformaciones de energía:

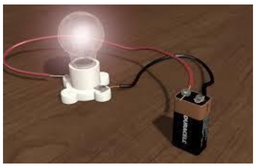
La cantidad de energía de un cuerpo puede cambiar si se produce algún cambio, ya sea físico o químico.

Una piedra que cae:
La piedra posee energía gravitatoria, que disminuye al caer (está cada vez a menos altura).
Mientras tanto, se mueve cada vez más rápido: su energía cinética aumenta.
En resumen: disminuye la energía gravitatoria de la piedra y aumenta la energía cinética de la piedra



Un vaso de agua caliente se enfría:
El agua caliente posee energía interna térmica, que disminuye al enfriarse y disminuir la temperatura.
Por otro lado, el aire que está en contacto con el vaso aumenta su temperatura, con lo que su energía térmica aumenta.
En resumen: Disminuye la energía térmica del agua y aumenta la energía térmica del aire.

Una linterna a pilas:
Las sustancias que contiene la pila almacenan energía química, que disminuye conforme las sustancias reaccionan y se produce la corriente eléctrica (energía eléctrica). Posteriormente, esta energía eléctrica se transforma en energía luminosa en la bombilla, y una parte en energía térmica (la bombilla se calienta)
En resumen, disminuye la energía química de la pila y aumenta la energía luminosa y la energía térmica en la bombilla



Una moto que acelera:
La moto aumenta su velocidad, por lo que su energía cinética aumenta.
¿De dónde proviene esa energía? Pues de la gasolina, que se consume. La energía química de la gasolina disminuye.
También el motor se calienta. Aumenta su energía térmica.

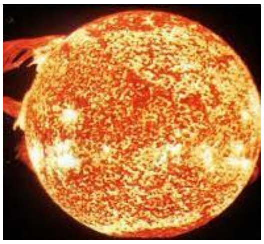
En resumen: Disminuye la energía química de la gasolina y aumenta la energía cinética de la moto y su energía térmica.

Un muelle se descomprime:
El muelle comprimido almacena energía elástica. Esto ocurre al darle cuerda a un juguete, por ejemplo.
Al soltar el muelle, este se descomprime (disminuye su energía elástica) y pone en marcha el mecanismo del juguete, aumentando su energía cinética.
Disminuye la energía elástica del muelle y aumenta la energía cinética del juguete

Un automóvil que frena:
Al frenar, disminuye la energía cinética del automóvil, hasta que se hace cero (se para). ¿Dónde se va esa energía?
Si analizamos la frenada, vemos que el automóvil frena por el rozamiento de

los discos de freno, y de las ruedas con el suelo. Los frenos, las ruedas, el suelo, el aire de alrededor… se calientan.
En resumen: disminuye la energía cinética del automóvil y aumenta la energía térmica de frenos, ruedas, aire…

La energía solar:
La energía que desprende el Sol proviene de las reacciones nucleares que ocurren en su interior. Se desprende radiación (luz) y la temperatura del Sol aumenta (5500 ºC en la superficie y 15 millones de ºC en el interior).
En resumen: disminuye la energía nuclear del sol, y aumenta su energía térmica y la energía radiante de la luz.



La fotosíntesis de las plantas:
Las plantas producen materia orgánica mediante la fotosíntesis aprovechando la energía de la luz.
Por lo tanto, disminuye la energía radiante de la luz y aumenta la energía química de la materia orgánica.

Conservación de la energía:

En todos estos ejemplos podemos comprobar que, **siempre que un cuerpo pierde energía** de algún tipo, **otro cuerpo** (a veces el mismo, a veces varios) **gana energía**, del mismo tipo o de otro tipo. Esto ocurre siempre en la naturaleza. Y la cantidad de energía que pierden los cuerpos por un lado, otros cuerpos la terminan ganado por otro. De esta forma, la cantidad de energía total permanece constante (eso sí, con otro "aspecto").
Esto se conoce como principio de conservación de la energía:

En toda transformación, la energía total permanece constante

O lo que es más conocido: *La energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma*

Degradación de la energía:

Si observamos con detalle los cambios que hemos estudiado, en todos ellos la energía total se conserva, pero también ocurre algo más: parte de esa energía termina produciendo un calentamiento de los objetos, del suelo, del aire... se dice que se disipa en forma de calor. Es algo inevitable. Podemos reducirlo en algunos casos, pero siempre parte de la energía termina pasando al entorno en forma de calor.
Y esa energía que pasa al entorno, ya no podemos aprovecharla. No ha desaparecido, está ahí, pero no podemos usarla. Parece que ha "perdido calidad". Se dice que la energía se ha **degradado**.

En todo cambio, una parte de la energía pasa al entorno en forma de calor. La energía total se conserva, pero también se degrada.

La energía eléctrica: el generador eléctrico (alternador, dinamo)

La energía eléctrica es la más versátil, la que mejor y más eficientemente puede transportarse (mediante cables) y transformarse en otros tipos de energía, como:

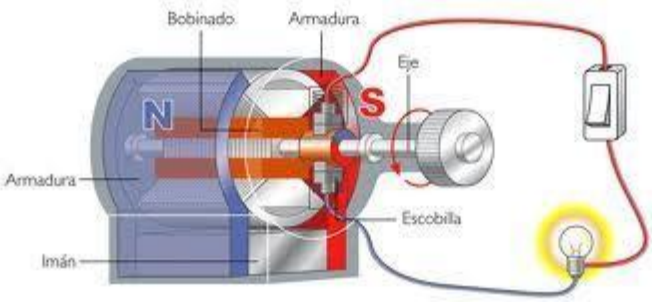
- Radiante (bombilla)
- Térmica (estufa)
- Cinética (motor eléctrico)

Y puede almacenarse como energía química en baterías y pilas recargables.




Pero, cómo podemos transformar otros tipos de energía en energía eléctrica? Pues con un aparato llamado **generador de corriente** (puede ser un alternador, si produce corriente alterna, o dinamo, si produce corriente continua)

Un generador de corriente consiste en una bobina (cable de cobre enrollado) que gira dentro del campo magnético que produce un imán. Al girar, el campo magnético del imán pone en movimiento los electrones del metal, produciendo una corriente eléctrica.
¿Qué transformación de energía se produce? De energía cinética (al girar la bobina) a energía eléctrica en los cables.

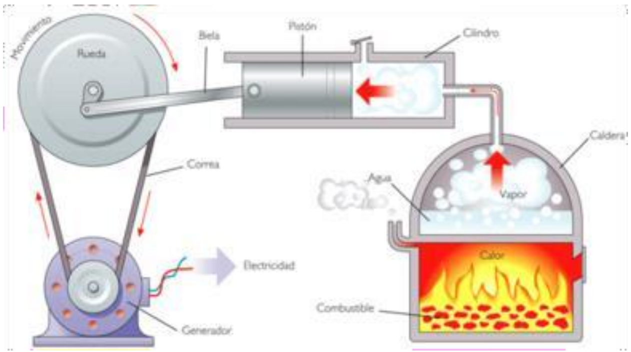


Lógicamente, para hacer girar el generador, necesitamos energía. Esta puede proceder:

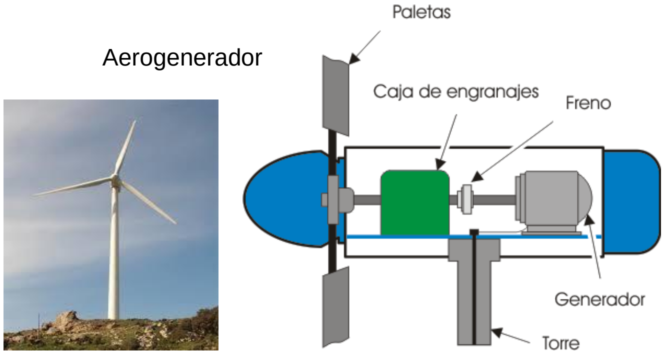
- Del viento (si conectamos el generador a las palas de un molino)
- Del agua (si almacenamos agua en un embalse y la dejamos salir a presión, moviendo las palas de una turbina conectada al generador)

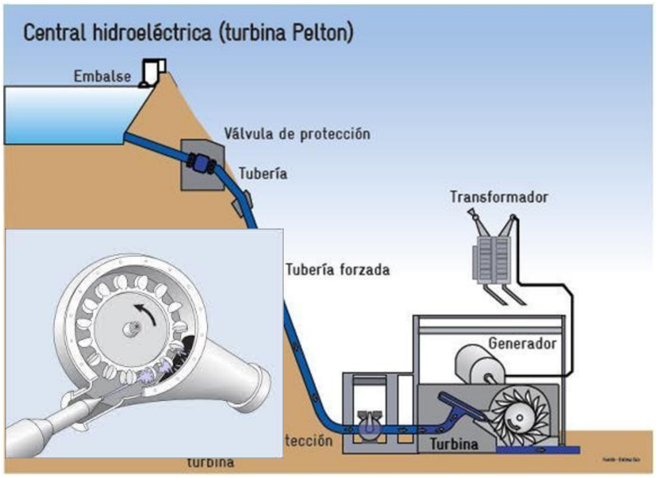
- De los combustibles. Al quemarlos, calentamos agua, que se transforma en vapor. Ese vapor sale a presión y mueve una turbina conectada al generador).
- De la energía nuclear. La reacción de fisión del uranio se usa para calentar agua que, como antes, se transforma en vapor, y mueve la turbina).

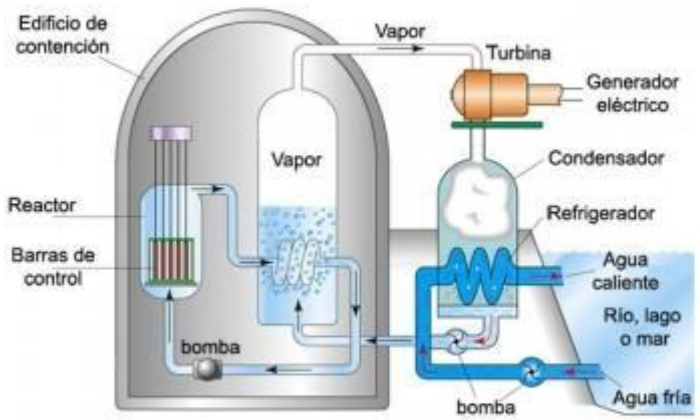
Central térmica



Aerogenerador







Central nuclear

Ejercicio 3.1:
Explica qué transformaciones de energía ocurren en cada situación (recuerda que tienes que indicar qué cuerpo gana energía y de qué tipo, y qué cuerpo pierde energía y de qué tipo).
a) Calentamos agua en una cocina eléctrica.
b) Encendemos el ventilador
c) Vamos en bicicleta y la dinamo hace que se encienda la bombilla.
d) La fotosíntesis de las plantas.
e) María ha desayunado bien.
f) Un día de frío, nos frotamos las manos para entrar en calor.
g) Una central eléctrica de carbón.
h) Una central hidroeléctrica
i) Un panel solar fotovoltaico
j) Un coche frena hasta que se para.

Ejercicio 3.2:
Pon ejemplos de aparatos u objetos en los que se produzcan estas transformaciones:
a) Energía eléctrica → Energía cinética
b) Energía eléctrica → Energía interna (térmica)
c) Energía eléctrica → Energía luminosa
d) Energía cinética → Energía mecánica gravitatoria
e) Energía elástica → Energía cinética
f) Energía cinética → Energía eléctrica
g) Energía luminosa → Energía eléctrica
h) Energía química → Energía luminosa

Ejercicio 3.3:
a) ¿Qué ventajas posee la energía eléctrica?
b) ¿Cómo se llama el aparato que transforma en energía eléctrica otros tipos de energía? Explica brevemente en qué consiste y su funcionamiento.
c) Explica el significado de esta frase: "*La energía se conserva pero se degrada*"

4. Formas de intercambiar energía: trabajo y calor.

Ya hemos visto que la energía puede pasar de unos cuerpos a otros. Pues bien, puede hacerlo de dos formas:
- Mediante **trabajo**.
- Mediante **calor**.

Trabajo (W)

Podemos darle o quitarle energía a un cuerpo aplicándole una fuerza. Pero sólo con aplicar la fuerza no es suficiente. Es necesario que el cuerpo se mueva. Cuando esto ocurre, se dice que el intercambio de energía se ha producido mediante trabajo.

El trabajo es la energía transferida (intercambiada) al aplicar una fuerza durante un desplazamiento.

Si la fuerza se aplica a favor del movimiento, le damos energía al cuerpo. En las fotos, al empujar el coche, aumentamos su energía cinética, y la grúa, al tirar del peso hacia arriba, aumenta su energía potencial.

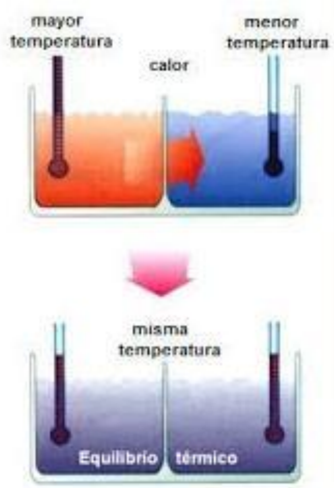
Si la fuerza se aplica en contra del movimiento, lo frenamos, le quitamos energía al cuerpo, como ocurre cuando un automóvil frena, o cuando un portero para un balón.

Si no hay desplazamiento, la fuerza no da ni quita energía al cuerpo, no se realiza trabajo. Es lo que ocurre con la fuerza que ejercen las columnas sobre el dintel.

Calor (Q):

El calor es la energía transferida (intercambiada) debido a una diferencia de temperatura.

Cuando ponemos en contacto dos cuerpos a distinta temperatura, sabemos que pasa energía del cuerpo a más temperatura, hasta el cuerpo a menor temperatura. De esta forma, el cuerpo más caliente se enfría y el más frío se calienta, hasta que se igualan las temperaturas. Se llega así al equilibrio térmico.



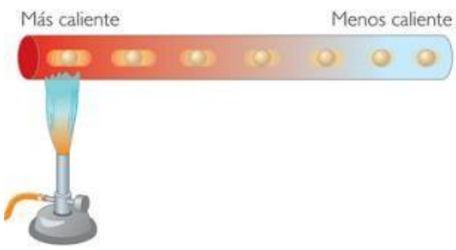
La energía que ha pasado del cuerpo caliente al cuerpo frío, es el calor.

Formas de transmisión del calor:

Son tres: conducción, convección y radiación.

Conducción:

En la conducción, la energía se transmite a través de la sustancia, mediante el choque de unas partículas con otras. Se da sobre todo en los sólidos.



Por ejemplo, calentamos el extremo de una barra de hierro, teniéndola sujeta por el otro extremo. Las partículas del extremo que calentamos se mueven más rápido, y chocan con las partículas que tienen al lado, transmitiéndoles energía. Así, poco a poco, van moviéndose más rápido las partículas de toda la barra, aumentando su temperatura. En poco tiempo notamos en la mano este aumento de temperatura. El calor se ha transmitido a través del hierro.

- Existen sustancias que transmiten bien el calor: son buenos **conductores térmicos**, como los metales. Su conductividad eléctrica es muy alta.

- Otras sustancias son malas conductoras: son **aislantes térmicos** (aire, madera, plásticos, poliuretano, aerogeles). Su conductividad eléctrica es muy baja

Conductividad térmica de algunas sustancias (W/K m)					
Diamante	2300	Agua	0,58	Corcho	0,04
Plata	410	Vidrio	0,5 - 1,0	Fibra de vidrio	0,04
Cobre	380	Ladrillo	0,5 - 1,0	Poliestireno	0,04
Oro	308	Madera	0,13	Poliuretano	0,023
Aluminio	237			Aire	0,02
Hierro	80				

Convección:

Esta forma de transmisión del calor se da en fluidos (líquidos y gases). El calor se transmite mediante el movimiento del fluido, formándose corrientes de convección.

Fijémonos en un radiador colocado en la parte baja de la pared. Calienta el aire que está en contacto con él. Este aire, al calentarse se dilata, y su densidad disminuye. Como el aire caliente es menos denso que el aire frío que está en el techo, el aire caliente sube y el aire frío baja, volviéndose a calentar, y produciendo una corriente de aire que termina calentando la habitación.
Las corrientes de convección se producen en el océano, la atmósfera, cuando se calienta agua al fuego, con una vela encendida…

Radiación:

En la radiación se transmite el calor mediante ondas electromagnéticas (luz): ondas de radio, microondas, infrarrojos, luz visible, rayos UVA, rayos X, Rayos gamma.

Estas radiaciones pueden transmitirse por medios transparentes, y también por el vacío. Es la forma en la que la energía del Sol llega a la Tierra.
Todo cuerpo, por el hecho de estar a una cierta temperatura, emite radiación. Cuanto más alta sea la temperatura, más energía tendrá esa radiación. Nuestro cuerpo, a una temperatura entre 36 y 37ºC, emite sobe todo radiación infrarroja, que puede captarse mediante cámaras térmicas. Cuando un hierro se calienta, llega un momento en que se pone "al rojo". El filamento de una bombilla, a más de 2000 ºC, emite luz blanca. El espacio entre las galaxias está muy frío, a una temperatura de sólo 2,7 K (- 70,3 ºC), de ahí nos llega el "fondo de radiación de microondas".

Ejercicio 4.1: Explica si en los siguientes cambios se ha transferido energía mediante calor o mediante trabajo.
a) Una piedra que cae b) Un cubito de hielo se funde. c) Un coche frena
d) Empujamos el carrito de la compra e) Una estufa calienta la habitación.

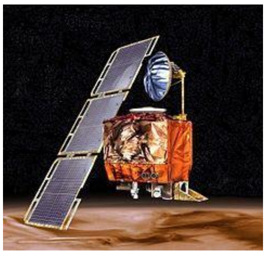
Ejercicio 4.2:
a) ¿Por qué se colocan los radiadores de calefacción en la parte baja de la pared, y los aparatos de aire acondicionado cerca del techo?
b) ¿Existe alguna forma de transmisión de calor que pueda hacerse a través del vacío? ¿Cuál?
c) ¿Por qué las sartenes tienen mangos de plástico o madera?
d) ¿Cómo llega la energía del Sol hasta la Tierra?

Ejercicio 4.3:
a) ¿Qué aísla mejor térmicamente, una pared de ladrillo o una de madera del mismo espesor? ¿Qué tipo de transmisión del calor se da en este caso?
b) ¿"Dan calor" realmente los edredones de pluma o fibra? ¿Qué hacen realmente? ¿Por qué?
c) ¿Por qué los metales, cuando los tocamos, nos dan la sensación de que están fríos, a pesar de estar a la misma temperatura que el ambiente? ¿Qué tipo de transmisión del calor se da en este caso?
d) ¿Por qué la llama de una vela adquiere posición vertical?

5. Fuentes de energía renovables y no renovables.

Para realizar cualquier actividad, ya sea doméstica o industrial, necesitamos energía. Las distintas fuentes de las que podemos obtener esa energía las clasificamos en:

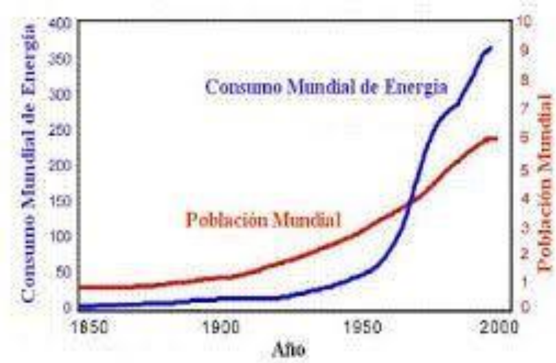
No renovables	Se agotan, la cantidad que disponemos es limitada. No podemos volver a producir las sustancias de las que hemos obtenido esa energía.		
Combustibles fósiles	**Carbón** 	**Petróleo** 	**Gas Natural** 
Nuclear	**Fisión (Uranio y Plutonio)** 		

Renovables	No se agotan, la cantidad que disponemos es ilimitada.		
Eólica 	**Hidroeléctrica** 	**Biomasa** 	**Geotérmica** 
Solar Fotovoltaica 	**Solar Térmica** 	**Hidrógeno** 	**Mareomotriz** 

Ejercicio 5.1: Usando distintas fuentes de información, elabora una tabla para cada fuente de energía, completando la información siguiente:

a) ¿Renovable o no renovable?
b) Tipo de energía que se aprovecha.
c) Ventajas   d) Inconvenientes.

6. Ahorro energético y consumo responsable.



Vivimos en un mundo cuya población, durante el último siglo, se viene duplicando cada 40 años aproximadamente. En la actualidad, 7500 millones de seres humanos pueblan la Tierra. Las mejoras en los cultivos, la medicina y la tecnología han hecho posible esto.

Pero el desarrollo y el aumento de la población trae también muchos inconvenientes, como:

El aumento del consumo de energía: Los países desarrollados cada vez necesitan consumir más energía por habitante (más industrias, más electrodomésticos, mayor número de automóviles…)

El agotamiento de los recursos: Cada vez se dedica más terreno a suelo cultivable, haciendo desaparecer espacios naturales, como bosques y selva tropical, los "pulmones" del planeta, que absorben CO_2 y producen oxígeno. Esto hace que muchas especies animales y vegetales estén en peligro de extinción.
También las fuentes de energía que usamos se agotan, ya que la mayor parte de la energía que utilizamos para obtener electricidad, para el transporte, la industria… procede de fuentes no renovables (combustibles fósiles, uranio), que además es más contaminante.

La contaminación del aire, del agua y los cultivos: Al quemar carbón, petróleo o gas natural, se desprenden a la atmósfera grandes cantidades de CO_2 (uno de los causantes del calentamiento global), así como óxidos de nitrógeno y azufre, causantes, de alergias, enfermedades respiratorias, lluvia ácida…
Los residuos radiactivos que genera una central nuclear son altamente contaminantes, y hay que mantenerlos en bidones de acero y hormigón durante cientos de años hasta que su actividad radiactiva disminuya.

El aumento de las desigualdades: La diferencia de nivel de vida entre países ricos y países empobrecidos está aumentando. La lucha por el control de las fuentes de energía provoca guerras, millones de refugiados, sostiene dictaduras…

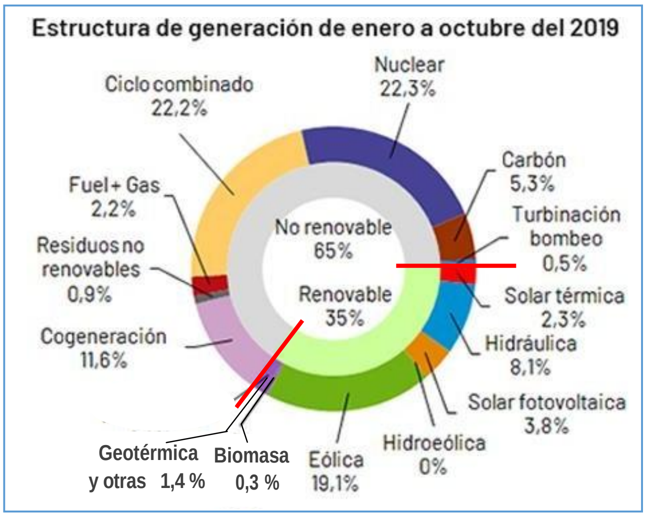
Por todo ello, se hace necesario no sólo tender al uso de fuentes de energía renovables, sino a concienciarnos de que hay que consumir menos energía, al menos eliminar gastos de energía superfluos.

Algunas medidas para ahorrar energía:

- Tener las luces encendidas sólo si es necesario. Aprovechar todo lo que sea razonable la luz solar. Usar en casa lámparas de bajo consumo, o LED.
- Los aparatos eléctricos en *standby* (con el piloto encendido) consumen mucha energía a lo largo del año. Mejor apagarlos cuando no se estén usando.
- Usar más el transporte público, o la bicicleta, o caminar, para moverte por la ciudad.
- Poner en casa la calefacción o el aire acondicionado a una temperatura razonable: 20ºC para la calefacción en invierno, y 24ºC para el aire acondicionado en verano, permiten estar confortables, y ahorrar energía.
- Comprar aparatos eléctricos eficientes, de clase A consumen hasta el 30% de un electrodoméstico antiguo.
- Aislar térmicamente la casa, poniendo aislamiento en las paredes (poliestireno, poliuretano) y ventanas de doble cristal y rotura de puente térmico (con una capa de aire entre los dos cristales y aislante entre las partes metálicas).
- Reciclar también ahorra energía, además de recursos naturales. La energía necesaria para fabricar una botella de vidrio reciclada es mucho menor que a partir de la materia prima (arena).

El origen de la energía que utilizamos:

Como ves en este gráfico, correspondiente a España en 2019, aún el 65% de la energía eléctrica la obtenemos a partir de fuentes no renovables. Se hace necesario potenciar la renovables, Resulta sorprendente que en un país con tanto días de sol al año, el porcentaje de energía solar sea tan bajo, menor que otros países con menor insolación.



¿Sabes a qué contenedor va realmente cada residuo?

NO bombillas, vasos, copas, platos, ni cristales de ventana. Son vidrios plomados.

SÓLO envases y envoltorios. **NO** juguetes, ni electrodomésticos, ni muebles metálicos.

¿Dónde va un juguete, un mueble, un electrodoméstico? Si está en buen estado, puede donarse a una ONG. Si está en mal estado, hay que llevarlo al Punto Limpio de tu localidad.

¿Dónde va una bombilla, un tubo fluorescente? Es muy contaminante tirarlo. Hay que llevarlo a un contenedor especial. Los hay en todas las tiendas de electricidad e iluminación.

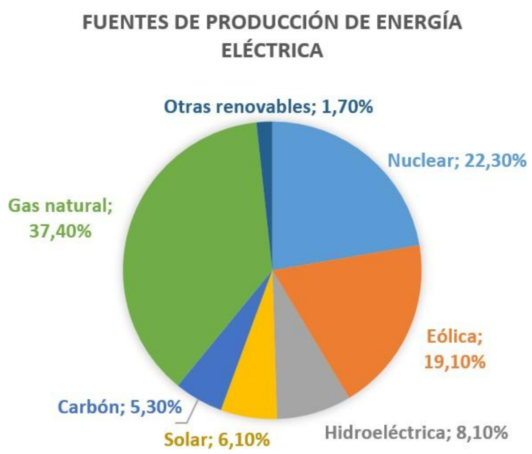
Ejercicio 6.1: Explica por qué las ventanas con doble cristal permiten aislar una casa.

Ejercicio 6.2: ¿En qué contenedor hay que poner…?

a) Un periódico	b) Un lata de refresco	c) Una botella de vidrio
d) Un juguete de plástico	e) Un “cartón” de leche	f) Un plato de cerámica
g) Pilas	h) Un envase de detergente	i) Las sobras de la comida

Ejercicio 6.3: A partir de este gráfico del origen de la electricidad:

a) ¿Qué porcentaje es producido con energías renovables?
b) ¿Qué porcentaje es producido a partir de combustibles fósiles?
c) ¿Qué porcentaje es producido a partir de la fisión del uranio?



7. Producción de energía eólica en Castilla-La Mancha.

Castilla-La Mancha es una de las comunidades autónomas con mayor potencial eólico de España. La región cuenta con una superficie de más de 70.000 kilómetros cuadrados, de los cuales más de 30.000 son susceptibles de acoger instalaciones eólicas.

En 2023, Castilla-La Mancha cuenta con una potencia eólica instalada de 3.600 megavatios. Esta potencia supone el 21% del total de la potencia eólica instalada en España.

La producción eólica en Castilla-La Mancha está generando importantes beneficios económicos y sociales. La región cuenta con una industria eólica muy consolidada, que da empleo a miles de personas.

Desarrollo

La energía eólica es una fuente de energía renovable que aprovecha la energía del viento para generar electricidad. Los aerogeneradores, que son las máquinas que convierten la energía del viento en electricidad, están formados por una torre, un rotor y un generador.

El rotor está compuesto por unas aspas que, al girar, mueven el generador. El generador, a su vez, transforma la energía mecánica del rotor en energía eléctrica.

La energía eólica es una fuente de energía limpia y sostenible. No produce gases de efecto invernadero, por lo que contribuye a reducir el calentamiento global.

En Castilla-La Mancha, los vientos son fuertes y constantes, lo que hace de la región un lugar ideal para la producción de energía eólica. La región cuenta con una gran superficie de terreno que puede ser utilizada para la instalación de aerogeneradores.

La producción eólica en Castilla-La Mancha ha experimentado un fuerte crecimiento en los últimos años. En 2000, la región contaba con una potencia eólica instalada de apenas 100 megavatios. En 2023, esta cifra ha aumentado hasta los 3.600 megavatios.

Este crecimiento ha contribuido a reducir la dependencia de Castilla-La Mancha de las fuentes de energía no renovables, como el carbón y el gas natural.

Beneficios

La producción eólica en Castilla-La Mancha está generando importantes beneficios económicos y sociales. La industria eólica de la región da empleo a miles de personas, tanto en la construcción y mantenimiento de los parques eólicos como en la producción de componentes eólicos.

La producción eólica también está contribuyendo a reducir la contaminación atmosférica y el impacto medioambiental de Castilla-La Mancha.

Castilla-La Mancha es una región con un gran potencial eólico. La producción eólica en la región está generando importantes beneficios económicos y sociales, y está contribuyendo a reducir la contaminación atmosférica y el impacto medioambiental.

Los principales parques eólicos de Castilla-La Mancha son:

- Parque eólico Campo de Calatrava: Situado en la provincia de Ciudad Real, es el parque eólico más grande de España, con una potencia instalada de 1.000 megavatios.

Parque eólico Campo de Calatrava, Castilla-La Mancha

- Parque eólico La Mancha: Situado en las provincias de Ciudad Real y Toledo, cuenta con una potencia instalada de 875 megavatios.
- Parque eólico Sierra Norte de Albacete: Situado en la provincia de Albacete, cuenta con una potencia instalada de 800 megavatios.

Parque eólico Sierra Norte de Albacete, Castilla-La Mancha

- Parque eólico Los Altos del Guadiana: Situado en las provincias de Ciudad Real y Toledo, cuenta con una potencia instalada de 600 megavatios.

Parque eólico Los Altos del Guadiana, Castilla-La Mancha

- Parque eólico Sierra de Cuenca: Situado en la provincia de Cuenca, cuenta con una potencia instalada de 500 megavatios.

Parque eólico Sierra de Cuenca, Castilla-La Mancha

Estos parques eólicos generan una gran cantidad de energía limpia y sostenible, que contribuye a reducir la dependencia de Castilla-La Mancha de las fuentes de energía no renovables.

Los principales parques eólicos de la provincia de Albacete son:

- Parque eólico Sierra Norte de Albacete: Situado en los municipios de Higueruela, Hoya Gonzalo, Pozocañada y Nerpio, cuenta con una potencia instalada de 800 megavatios.
- Parque eólico Higueruela: Situado en el municipio de Higueruela, cuenta con una potencia instalada de 376 megavatios.
- Parque eólico Hoya Gonzalo: Situado en el municipio de Hoya Gonzalo, cuenta con una potencia instalada de 243 megavatios.
- Parque eólico Portachuelo: Situado en el municipio de Pozocañada, cuenta con una potencia instalada de 161 megavatios.

UNIDAD 8 : DISPOSITIVOS DIGITALES.

1.Introducción.

Los dispositivos digitales son aquellos aparatos electrónicos que se conectan a una red de computadoras para intercambiar y almacenar datos. Estos dispositivos se han convertido en una parte indispensable de nuestras vidas. Desde teléfonos inteligentes hasta computadoras portátiles, se usan para una gran variedad de tareas, desde el envío de mensajes, la navegación por Internet, la edición de documentos y la reproducción de música y vídeos. Estos dispositivos digitales también pueden usarse para realizar actividades como la realización de compras en línea y la administración de cuentas bancarias.
Suelen contar con tecnología de última generación, que ofrece una variedad de opciones para el usuario. Estas opciones incluyen la conectividad inalámbrica, la conexión a redes locales, la seguridad en línea y la protección de datos. Algunos dispositivos digitales también incluyen tecnología avanzada como la realidad aumentada, la impresión 3D, la robótica y la inteligencia artificial. Estas tecnologías pueden mejorar la productividad y la eficiencia en el trabajo.

2.Tipos de dispositivos digitales. Los dispositivos digitales más utilizados en nuestra día a día son:

- Ordenadores
- Dispositivos de entrada
- Dispositivos de salida
- Dispositivos de almacenamiento
- Smartphones
- Tablet
- Servidores
- Relojes inteligentes
- Libros electrónicos
- GPS

Videoconsolas

A continuación vamos a pasar a estudiar en detalle el primero de ellos.

3.¿Qué es un ordenador?

Máquina electrónica y programable **capaz de almacenar y tratar información**.

Un sistema informático posee **hardware** y **software**.

También se conoce como dispositivo digital y sistema informático.

3.1.Componentes de un ordenador.

HARDWARE: Elementos FÍSICOS de un ordenador. Por ejemplo: monitor, teclado, ratón, placa base, memoria RAM, disco duro. Lo conocemos como lo que podemos tocar físicamente.

SOFTWARE: Elementos VIRTUALES de un ordenador. Por ejemplo: Windows, Android, Word, PowerPoint, Excel. Lo conocemos como lo que no podemos tocar físicamente y sólo existe dentro del ordenador.

Ambos componentes son NECESARIOS para el funcionamiento de un ordenador.

EJERCICIOS

1-Enumera los dispositivos digitales que más utilices.

2-Explica las diferencias entre el Hardware y el Software de un ordenador y enumera tres elementos de cada uno de ellos.

3.2.Tipos de ordenador:

Ordenador de mesa.

Conocida también como PC (del *inglish*, "personal computer"), es una computadora diseñada para uso individual en un entorno doméstico o corporativo, es decir, de casita o de chamba en oficina. A diferencia de las laptops y las tablets, las PCs de escritorio típicamente **tienen una CPU** (unidad central de procesamiento), **monitor, teclado y ratón** en formato todo-en-uno. Esto hace que sean más fáciles de usar y configurar para el hogar multimedia y los videojuegos.

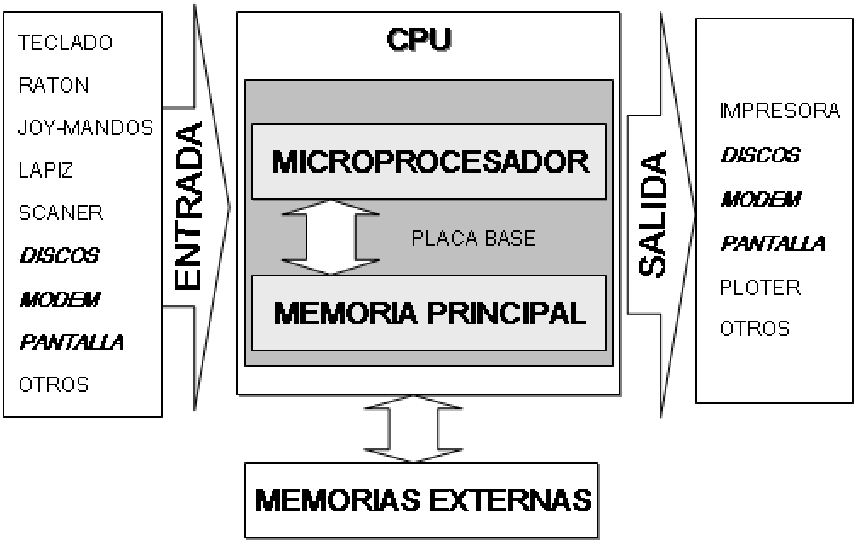
Las **computadoras de escritorio** son aquellas que se colocan sobre una mesa o escritorio, ahora sí que como dice su nombre, ¿vea? Son más grandes y pesadas que las laptops, y tienen un diseño más complejo. La mayoría de las personas usan un teclado y un mouse con ellas en lugar de la pantalla táctil de algunas laptops. Las computadoras de escritorio también están diseñadas para ser utilizadas con monitores externos para que puedas chambear con 2 o más monitores a la vez.

Ordenador portátil

Un ordenador portátil es un ordenador personal que puede ser fácilmente transportado y utilizado en gran variedad de sitios. La mayoría de los portátiles están diseñados para tener toda la funcionalidad de un ordenador de sobremesa, lo que significa que generalmente pueden ejecutar el mismo software y abrir los mismos tipos de archivos. Sin embargo, en comparación los portátiles tienden a ser más caros que los ordenadores de sobremesa.

3.3.CPU (Central Process Unit)

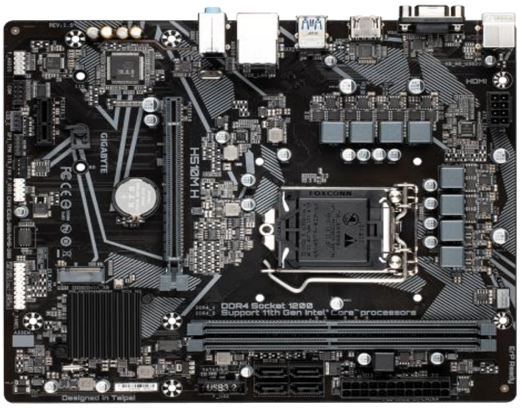
Conjunto de elementos en los cuales **se llevan a cabo los cálculos** requeridos sobre los datos que llegan a través de los dispositivos de entrada.



Partes de una CPU

- Microprocesador: Es un dispositivo que realiza las funciones de la CPU en un único circuito integrado. Se pone en marcha cuando inicias tu ordenador y se encarga de activar el sistema operativo y los programas correspondientes. También realiza operaciones de diversa índole.

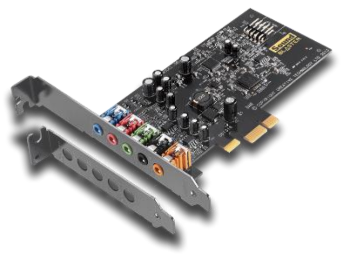
- Placa base: A nivel general, una placa base es responsable de que todos los sistemas funcionen correctamente. Se responsabiliza de la interconexión entre todos los componentes de un aparato electrónico. Por este motivo no es difícil también ver placas base en un teléfono móvil como en cualquier ordenador, de sobremesa o portátil.



Memorias (RAM y ROM): La RAM es una memoria volátil, lo que significa que la información que se almacena temporalmente en el módulo se borra cuando usted reinicia o apaga su ordenador. Dado que la información se almacena eléctricamente en transistores, cuando no hay corriente eléctrica, la información desaparece. Cada vez que solicita un archivo o algo de información, esto se obtiene del disco de almacenamiento del ordenador o de Internet. Los datos se almacenan en la RAM, de modo que la información esté disponible al instante cuando cambie de una página a otra o de un programa a otro. Siempre que se apaga el ordenador, la memoria se borra hasta que el proceso comience de nuevo. Los usuarios pueden cambiar, actualizar o expandir fácilmente la memoria volátil.

La ROM es memoria no volátil, lo que significa que la información se almacena permanentemente en un chip. Esta memoria no depende de una corriente eléctrica para almacenar datos. En cambio, los datos se escriben en celdas individuales usando código binario. La memoria no volátil se usa para las partes del ordenador que no cambian, como la porción de arranque inicial del software o las instrucciones de firmware que hacen funcionar su impresora. Apagar el ordenador no afecta a la ROM de ninguna manera. Los usuarios no pueden cambiar la memoria no volátil.

- Placa de audio: Una tarjeta de sonido o placa de audio es una tarjeta de expansión para computadoras que permite la salida de audio controlada por un programa informático llamado controlador (driver).



- Placa de video: La tarjeta gráfica es uno de los componentes más importantes de cualquier ordenador moderno. Es responsable de procesar y renderizar todo lo que vemos en la pantalla, desde el escritorio de Windows hasta los juegos y las películas en alta definición.

- Fuente de alimentación: **Una fuente de alimentación es un componente esencial de cualquier dispositivo electrónico ya que es ella quien se encarga de darle vida**. En cualquier equipo, por pequeño que sea, siempre hay una fuente de alimentación, aunque no la veamos. Desde smartphones, hasta televisores y ordenadores, todos tienen un componente que se encarga de hacer lo que una fuente de alimentación hace, que es **gestionar la entrada de energía desde la red y adaptarla para darle energía al equipo**. Una fuente de alimentación, por lo tanto, es un dispositivo que se encarga proporcionar la corriente justa y necesaria a un equipo electrónico.

EJERCICIOS

3-Define las ventajas e inconvenientes de un ordenador de mesa frente a un portátil.

4-Explica para que se utiliza la memoria RAM en un ordenador.

5-¿Qué es la CPU de un ordenador y para que sirve?

6-¿Puede funcionar un dispositivo digital sin fuente de alimentación?¿Por qué?

3.4.Periféricos de entrada

Elementos que hacen llegar la información a la CPU.

-TECLADO**:** Es un dispositivo, en parte inspirado en el teclado de las máquinas de escribir, que utiliza un sistema de puntadas o márgenes, para que actúen como palancas mecánicas o interruptores electrónicos que envían toda la información a la computadora o al teléfono móvil.

-RATÓN: El mouse es un dispositivo diseñado para manipular objetos en la pantalla de la computadora y ayudar al usuario, a interactuar con la computadora. El funcionamiento de estos ratones es sencillo: una bola alojada en la base gira sobre sí misma al desplazarse por la superficie y activa los rodillos que reconocen la dirección del movimiento y mueven el cursor en la pantalla.

-ESCANER: Es un aparato electrónico, que explora o permite "escanear" o "digitalizar" imágenes o documentos, y lo traduce en señales eléctricas para su procesamiento y salida o almacenamiento.

-MICRÓFONO: Es un dispositivo que se encarga de captar el audio para grabar sonidos o comunicarse con otras personas.

-WEBCAM: Una webcam es una cámara digital que, una vez conectada a un ordenador, permite capturar e imágenes y transmitirlas a través de Internet. Esto puede hacerse de forma privada a través de dos o más equipos o de una página web de forma pública.

-JOYSTICK: El joystick es un dispositivo auxiliar para aplicaciones que proporcionan alternativas al uso del teclado y el mouse. Proporciona información posicional dentro de un sistema de coordenadas que tiene valores máximos y mínimos absolutos en cada eje de movimiento.

3.5.Periféricos de salida

Elementos que presentan los resultados de la CPU.

-PANTALLA: Es un dispositivo que nos permite visualizar mediante una interfaz tanto la información introducida por el usuario como la devuelta tras ser procesada por el ordenador. Principalmente encontramos tres tipos de paneles LCD: IPS, VA, y TN.

-IMPRESORA: Es un periférico utilizado para imprimir información, resultado del procesamiento de datos. Como el nombre lo indica es el periférico que lleva la información desde la computadora al papel. La impresión es realizada a través de un cabezal de impresión, que posee una matriz de agujas. Tipos:

Láser: Imprime con tecnología Láser (usa Cartuchos de Toner)
Inkjet: Imprime con tecnología de Inyección de Tinta (usa Cartuchos de Tinta)
Monofuncional: Solo Imprime.
Multifuncional: Imprime, Escanea y Fotocopia.
Monocromática: Imprime solo en Negro.

-ALTAVOCES: Son los dispositivos que le dan salida de audio al computador, gracias a ellos puedes escuchar el sonido de la música o video que estés reproduciendo.

EJERCICIOS

7-Explica las diferencias entre los dispositivos de entrada y los dispositivos de salida en un ordenador.

8-Define los tipos de dispositivos de entrada de un ordenador.

3.6.Periféricos de almacenamiento

Sirven para almacenar la información como datos o programas.

-DISCO DURO: Es un dispositivo de almacenamiento de datos no volátil que emplea un sistema de grabación magnética para almacenar datos digitales de forma rápida y segura. También se le conoce como Hard Disk Drive o por su acrónimo HDD.

-DVD: (Digital Versatile Disc) es un formato de almacenamiento multimedia en disco óptico que puede ser usado para guardar datos, incluyendo películas con alta calidad de vídeo y sonido.

-CD: El disco compacto es un disco óptico que se usa para almacenar datos en formato digital, ya sean imágenes, vídeos, audio, documentos, como otros datos. El CD puede almacenar hasta 80 minutos de audio, o lo que es igual, 700 MB de datos. Sus dimensiones son: un diámetro de 12 centímetros y un espesor de 1,2 milímetros.

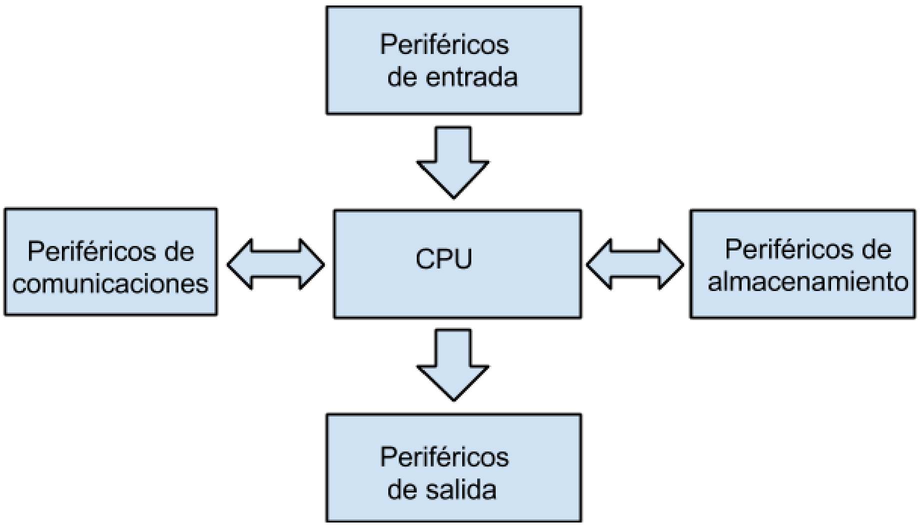
-PENDRIVE: Una unidad USB, también denominada unidad Flash, lápiz o pincho de memoria, es un pequeño dispositivo portátil que se inserta en el puerto USB del ordenador. Normalmente, las unidades USB se utilizan para almacenamiento, copia de seguridad de datos y transferencia de archivos entre dispositivos.

-DISCO DURO PORTATIL: Un disco duro portátil permite una programación automática para respaldo de archivos, permitiendo archivar datos rápido y fácilmente.

3.7.Periféricos de comunicación

La tarjeta de red se encarga de la preparación, la transferencia y el control de los datos que se reciben y envían desde el ordenador a Internet o a otros equipos que comparten la misma red. Puede ser de diferentes tipos: cableada, WiFi o Bluetooth.

4.Esquema general de un ordenador



Las unidades funcionales del ordenador y los periféricos se comunican por los buses serie (COM, USB…) y paralelo (LPT1, LPT2). Un bus es un medio compartido de comunicación constituido por un conjunto de líneas (conductores) que conecta las diferentes unidades de un computador. La principal función de un bus será, pues, servir de soporte para la realización de transferencias de información entre dichas unidades.

La conexión de éstos al bus del sistema se puede hacer directamente o a través de unos circuitos denominados interfaces.

EJERCICIOS

9-Define los cuatro dispositivos de almacenamiento más utilizados y cuando utilizarías cada uno de ellos.

10-¿Es necesaria la tarjeta de sonido para que un ordenador funcione?

11-Explica como se comunican las unidades funcionales de un ordenador con sus periféricos.

5.Sistema operativo. Tipos de Software.

Un **sistema operativo** (**SO**) es el conjunto de programas de un sistema informático que gestiona los recursos del hardware y provee servicios a los programas de aplicación de *software*. Estos programas se ejecutan en modo privilegiado respecto de los restantes.

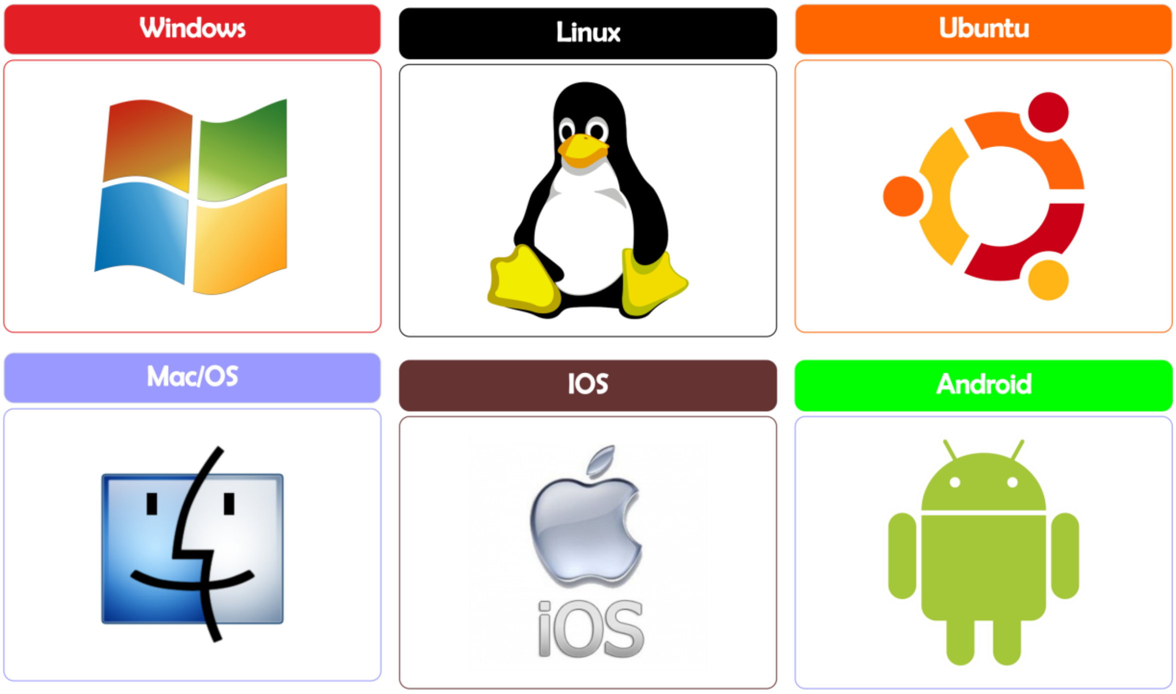
Las funciones principales de un sistema operativo son las siguientes:

- **Gestionar la memoria de acceso aleatorio y ejecutar las aplicaciones, designando los recursos necesarios**: El sistema operativo es responsable de administrar eficientemente la memoria RAM y asignar los recursos necesarios a las aplicaciones en ejecución. Además de asignar memoria, también gestiona la liberación de memoria cuando una aplicación ya no la necesita.

- **Administrar la CPU gracias a un algoritmo de programación**: El sistema operativo coordina el uso de la CPU entre las diferentes tareas y procesos que se ejecutan en el sistema. Utiliza algoritmos de programación para determinar el orden y la prioridad de ejecución de los procesos, asegurando un uso equitativo de los recursos de la CPU.
- **Gestionar las entradas y salidas de datos a través de los periféricos**: Además de direccionar las entradas y salidas de datos, el sistema operativo proporciona controladores (drivers) para interactuar con los periféricos de entrada y salida, como teclados, mouse, impresoras, discos duros externos, entre otros. Estos controladores permiten que los dispositivos se comuniquen correctamente con el sistema operativo y las aplicaciones.
- **Administrar la información para el buen funcionamiento del sistema**: El sistema operativo gestiona información esencial para el funcionamiento del sistema, como la tabla de procesos, la tabla de archivos abiertos y otros datos relevantes. Además, realiza tareas de monitoreo y gestión del rendimiento para asegurar un funcionamiento óptimo del sistema.
- **Dirigir las autorizaciones de uso para los usuarios**: El sistema operativo proporciona un mecanismo de autenticación y autorización para garantizar que los usuarios accedan solo a los recursos y funciones para los cuales tienen permisos. Esto incluye la gestión de cuentas de usuario, contraseñas y asignación de privilegios.

- **<u>Administrar los archivos</u>**: El sistema operativo maneja las operaciones relacionadas con la gestión de archivos, como la creación, modificación, eliminación y acceso a los archivos en el sistema de almacenamiento. Esto implica la organización de los archivos en directorios o carpetas, el control de acceso a los archivos y la implementación de mecanismos de seguridad para proteger la integridad y confidencialidad de la información.

Algunos ejemplos de sistemas operativos son:



5.1.Tipos de software:

- **Software** de sistema. Programas que dan al usuario la capacidad de relacionarse con el sistema, para ejercer control sobre el hardware.
- **Software** de programación. Programas diseñados **como** herramientas que le permiten a un programador desarrollar programas informáticos.

Son herramientas que nos permiten desarrollar el diseño de nuevos programas informáticos, a través de diversos tipos de lenguajes de programación. Estos softwares cuentan con todo lo necesario para hacer funcionar diferentes tipos de aplicaciones informáticas en varios formatos.

Se usan para crear programas: editores de código, compiladores...

- **Software** de aplicación. Programas para realizar todo tipo de tareas, ya sean laborales, de entretenimiento, de diseño gráfico, para navegar por internet, etc. Algunos de los millones de programas que existen son Word, Excel, Google Chrome o Adobe Photoshop.
-

Ejemplos de :Aplicaciones, programas y herramientas que utilizamos activamente.

EJERCICIOS

13-¿Qué es el sistema operativo de un ordenador y cual es su función?Enumera algunos de los más utlizados actualmente.

14-Explica en que consiste un software de aplicación.

15-Enumera las aplicaciones que utilizas de forma habitual, dibujando su icono y explicando para que sirven.

6.Otros dispositivos digitales:

<u>-Smartphone</u>: Es un teléfono móvil o celular que funciona con un sistema operativo móvil (OS) y funciona como una mini computadora. Los smartphones también funcionan como reproductores multimedia portátiles, cámaras digitales, videocámaras y dispositivos de navegación GPS.

-Tablet:Es una computadora con forma de tabla, sin teclado y con una gran pantalla sensible al tacto, la cual se utiliza con los dedos o una pluma especial sin necesidad de conectarle un teclado y ratón; estos últimos son remplazados por un teclado virtual, aunque los nuevos modelos ya cuentan con un teclado físico.

-Servidor: Es un sistema que proporciona recursos, datos, servicios o programas a otros ordenadores, conocidos como clientes, a través de una red. En teoría, se consideran servidores aquellos ordenadores que comparten recursos con máquinas cliente.

-Smart Watch o reloj inteligente: Estos dispositivos pueden incluir características como un acelerómetro, giroscopio, brújula, pulsómetro, barómetro, altímetro, geomagnetómetro, geolocalizador (GPS), altavoz, micrófono, ranura para tarjeta de memoria externa etc.

7.Seguridad en la red

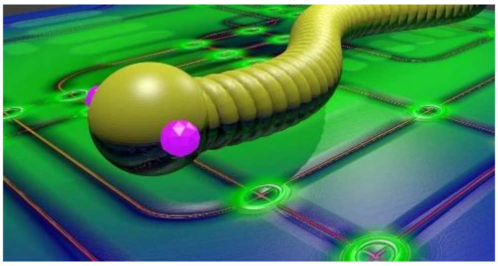
La seguridad de red es cualquier actividad diseñada para proteger el acceso, el uso y la integridad de la red y los datos corporativos. Incluye tecnologías de hardware y software. Está orientada a diversas amenazas. Evita que ingresen o se propaguen por la red.

7.1.Amenazas y ataques: Los principales ataques que puede sufrir nuestros dispositivos digitales son:

- **Virus Informático**: Quién no haya escuchado de ellos, ha vivido en una caverna aislado del mundo. Para los usuarios comunes de Internet, los virus informáticos son una de las amenazas de seguridad más comunes del mundo digital.Aproximadamente un tercio (33%) de las computadoras del mundo han sido afectadas por software malicioso de una forma u otra. Los países más afectados son: China (56%), Corea del Sur (51%), Taiwán (44%) y Turquía (43%).Los países menos afectados son: Reino Unido, Noruega, Suiza y Suecia, todos los cuales tienen un promedio de aproximadamente 22% de incidencia de virus informáticos. Aún así,incluso los estados menos afectados tienen 1 de cada 5 computadoras infectadas en promedio.

- **Software de seguridad no autorizado**: Aprovechando el miedo a los virus informáticos, los estafadores han encontrado una nueva forma de cometer fraude en Internet. El software de seguridad Rogue es un software malicioso que engaña a los usuarios para que crean que hay un virus informático instalado en su computadora o que sus medidas de seguridad no están actualizadas. Luego ofrecen instalar o actualizar la configuración de seguridad de los usuarios. Le pedirán que descargue su programa para eliminar los presuntos virus o que pague por una herramienta. Ambos casos conducen a la instalación de malware real en su computadora. Es decir usted acabará instalando aquello que pretendía eliminar.
- **Los Caballos de Troya**: **E**s un código malicioso de ataque o software que engaña a los usuarios para que lo ejecuten voluntariamente**, escondiéndose detrás de un programa legítimo.** Se propagan a menudo por correo electrónico**;** puede aparecer como un correo electrónico de alguien que usted conoce, y cuando hace clic en el correo electrónico y el archivo adjunto incluido, inmediatamente ha descargado malware a su computadora. Los troyanos también se propagan cuando haces clic en un anuncio falso. Una vez dentro de su computadora, un caballo de Troya puede grabar sus contraseñas registrando pulsaciones de teclas, secuestrando su cámara web y robando cualquier información confidencial.

- **Adware y Spyware**: Por «adware» consideramos cualquier software que esté diseñado para rastrear datos de sus hábitos de navegación y, en base a eso, mostrarle anuncios y ventanas emergentes. El adware recopila datos con su consentimiento, e incluso es una fuente legítima de ingresos para las empresas que permiten a los usuarios probar su software de forma gratuita, pero con anuncios que se muestran mientras usan el software. El spyware funciona de manera similar al adware, pero se instala en su computadora sin su conocimiento. Puede contener keyloggers que registran información personal, incluidas direcciones de correo electrónico, contraseñas e incluso números de tarjetas de crédito, por lo que es peligroso debido al alto riesgo de robo de identidad.
- **Gusano informático**: Son piezas de programas de malware que se replican rápidamente y se propagan de una computadora a otra. Un gusano se propaga desde una computadora infectada enviándose a todos los contactos de la computadora, luego inmediatamente a los contactos de las otras computadoras. Un gusano se propaga desde una computadora infectada enviándose a todos los contactos de la computadora, luego inmediatamente a los contactos de las otras computadoras.



- **Phishing**: Es un método de ingeniería social con el objetivo de obtener datos confidenciales como contraseñas, nombres de usuario, números de tarjetas de crédito. Los ataques a menudo vienen en forma de mensajes instantáneos o correos electrónicos de phishing diseñados para parecer legítimos. Luego se engaña al destinatario del correo electrónico para que abra un enlace malicioso, lo que conduce a la instalación de malware en la computadora del destinatario. También puede obtener información personal enviando un correo electrónico que parece haber sido enviado desde un banco, solicitando verificar su identidad al entregar su información privada.

7.2.Medidas de prevención frente a ataques informáticos:

- Estar alerta del tráfico anormal.
- Identificar los códigos maliciosos.
- Reconocer las conexiones sospechosas.
- Supervisar la alteración de las aplicaciones.
- Vigilar la transferencia de datos.
- Mantener el sistema actualizado.
- No entrar en páginas que el sistema avisa de seguridad baja.

8.Ciberacoso:

Es un comportamiento que se repite y que busca atemorizar, enfadar o humillar a otras personas. Por ejemplo: Difundir mentiras o publicar fotografías o videos vergonzosos de alguien en las redes sociales. Enviar mensajes, imágenes o videos hirientes, abusivos o amenazantes a través de plataformas de mensajería. Hacerse pasar por otra persona y enviar mensajes agresivos en nombre de dicha persona o a través de cuentas falsas.

La mejor forma de detenerlo es:

-Decírselo a alguien.

.Conservar todas las pruebas, no borrar ninguna.

-No sucumbir a la manipulación.

-Más información para los adolescentes.

-Entender el alcance que puede llegar a tener(El índice de suicidios por ciberacoso se ha disparado en los últimos años)

-Reconocer los signos: la persona acosada empieza a cambiar los patrones de conducta y comportamiento.

-Proteger los datos, limitar las fotos, videos y datos que se suben a internet.

-Estar todos juntos en esto, el acosado no suele hablar y es importante que el entorno esté atento e informe ante cualquier síntoma de acoso, por pequeño que éste parezca.

EJERCICIOS

16-¿Crees que el ciberacoso es un problema importante actualmente? Explica tu opinión acerca de ello.

17-¿Qué harías ante un ciberacoso?

18-Enumera los principales ataques a los que está expuesto tu ordenador.