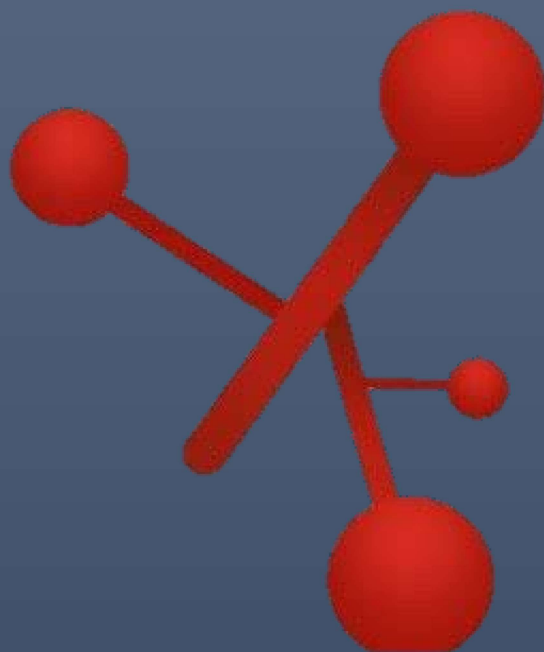


CEPA LOS LLANOS (ALBACETE) CURSO 2023/2024



MÓDULO 3

Ámbito Científico y Tecnológico

Parte nº 7. Irracionalidad del número, estudio de la proporción como función. Representación de sistemas en el plano y el espacio.

Parte nº8. Funciones como modelos de situaciones cotidianas, registro e inferencia sobre las mismas.

Parte nº 9. Electricidad. El universo. Geología

- Í N D I C E -

ÍNDICE

I. Parte nº 7. Irracionalidad del número, estudio de la proporción como función. Representación de sistemas en el plano y el espacio.

Tema 1: Números racionales e irracionales. Notación científica.

Tema 2: La Proporcionalidad, su representación gráfica y sus aplicaciones.

Tema 3: Geometría del espacio: Coordenadas geométricas, sistema de representación de los cuerpos en el espacio. Cálculo de longitudes, áreas y volúmenes de los mismos.

II. Parte nº8. Funciones como modelos de situaciones cotidianas, registro e inferencia sobre las mismas.

.Tema 4: La función lineal y cuadrática como modelización de situaciones reales

Tema 5: Estadística descriptiva e inferencial aplicada al entorno cotidiano.

Tema 6: Estructura de la materia. La formación de sustancias y su denominación en el lenguaje científico.

III. Parte nº 9. Electricidad. El universo. Geología

Tema 7: La naturaleza eléctrica de la materia. Circuitos y operadores eléctricos. El ahorro y la eficiencia energética como base para un desarrollo sostenible energéticamente.

Tema 8: El universo: teorías de formación, estructuras básicas. El sistema Solar e hipótesis del origen de la vida en la Tierra.

Tema 9: Rocas y minerales. Procesos geológicos internos y externos, sus riesgos naturales. Formación del relieve y el paisaje.

Parte nº 7. Tema III-1.

Números racionales e irracionales. Notación científica.

ÍNDICE

- 1) Los distintos tipos de números
 - 1.1. Los números naturales
 - 1.2. Los números enteros
 - 1.3. Los números racionales
 - 1.4. Los números irracionales
 - 1.5. Los números reales
 - 1.5.1. Intervalos
 - 2) Notación científica
-

Introducción

¿Son importantes los números? ¡Claro que sí! Desde que el mundo es mundo las gentes han usado los números en sus actividades cotidianas: contar árboles, cabezas de ganado,... De hecho, conocer y manejar números nos es de gran ayuda para, por ejemplo, entender nuestras cuentas bancarias, nuestros recibos o cómo se calculan los nuevos precios en las rebajas. También nos permiten comunicarnos para decir cuántos grados de temperatura hay en este momento, positivos o negativos, o qué porción de tarta nos hemos comido en el cumpleaños de un amigo.

Además, hoy en día, gracias a los ordenadores y las calculadoras podemos manejar los números y realizar difíciles cálculos de forma sencilla. Los programas de hoja de cálculo no son difíciles de manejar y con ellos podemos, por ejemplo, llevar nuestra contabilidad doméstica y controlar en qué nos gastamos el dinero.

1) Los distintos tipos de números

Antes de llegar a las cuentas que realizamos en nuestras casas en la vida diaria vamos a hacer un repaso por los diferentes tipos de números que nos podemos encontrar y cómo los representamos.

1.1. Los números naturales

El primer tipo de números del que tenemos que hablar son aquellos que nos permiten contar, estos son, los que nos permiten decir: dos manzanas, cinco libros, siete cartas,...

Los números naturales son aquellos que pensamos y nos vienen a la cabeza sin más, éstos son: positivos, sin decimales, sin fracciones..., es decir, naturales. Los números naturales fueron los primeros que manejó el ser humano. Éstos se representan con el siguiente símbolo N y son:

$$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 15, 16, \dots, 66, 67, 68, 12345, 12346, \}$$

En los números naturales siempre que se tenga un número existe su siguiente, que se obtiene del anterior sumándole uno.

A la hora de ordenar los números naturales, éstos siguen el orden lógico, el 0 es menor que 1, el 1 es menor que 2, el 3 es menor que 4, ..., el 66 es menor que 67, ...

Para decir que un número es menor que otro, en matemáticas usamos el símbolo <, y para decir que un número es mayor que otro, escribimos >. De esta forma la frase anterior quedaría de la siguiente forma: $0 < 1 < 2 < 3 < 4 < \dots < 66 < 67 < \dots$

Si lo escribimos de mayor a menor: $\dots > 67 > 66 > \dots > 4 > 3 > 2 > 1$

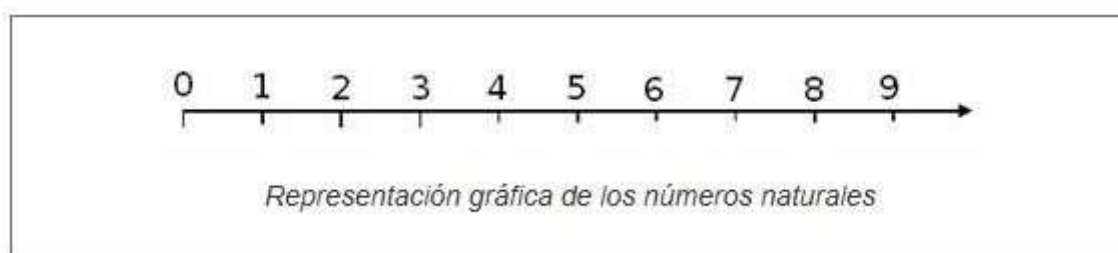
¡¡OJO!! Para no confundirte con los signos "<" y ">" recuerda lo siguiente:

La parte abierta del ángulo debe "mirar" al número mayor y el vértice al número menor

$$n^{\circ} \text{ menor} < n^{\circ} \text{ mayor}$$

$$n^{\circ} \text{ mayor} > n^{\circ} \text{ menor}$$

La representación gráfica de los números naturales se hace sobre una semirrecta horizontal donde el extremo izquierdo es el 0. Desde aquí se divide la semirrecta en partes iguales, y en cada marca vamos situando los números ordenados de menor a mayor.



Antes de seguir adelante **deberías de repasar** como se opera con los números naturales: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para ello puedes consultar la siguiente página:

http://www.vitutor.com/di/n/numeros_naturales.html

EJERCICIO 1

Indica si son correctas o no las siguientes expresiones.

	S / N
a) $34 < 43$	
b) $70 < 58$	
c) $25 + 13 < 31$	
d) $114 + 37 > 108 + 41$	

1.2. Los números enteros

¿Cuál es el resultado de la operación: $5 - 8$?

Como ya habréis contestado, la respuesta es (-3) , pero, ¿es este número un número natural? Efectivamente, NO. Los números naturales son del 0, 1,... y todos positivos, los negativos no son números naturales.

La necesidad de tener números negativos es lo que nos lleva a definir los Números Enteros que no son ni más ni menos que los números naturales y estos mismos con signo negativo, es decir:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -1234, -1233, \dots, -78, -77, \dots, -3, -2, -1, 0, 1+2+3 \dots +77, +78, \dots, 1233, +1234, \dots \}$$

A los números enteros se les identifica con el símbolo $\mathbb{Z}$.

Como primera consecuencia de lo que hemos escrito anteriormente es que los números naturales son números enteros, pero no todos los números enteros son números naturales.

La gran diferencia entre los números naturales y los números enteros es que los números enteros tienen opuesto, mientras que los números naturales no.

Todo número entero tiene anterior y siguiente, esto es, dado un número entero siempre puedo escribir un número mayor y un número menor que él simplemente con sumarle o restarle uno.

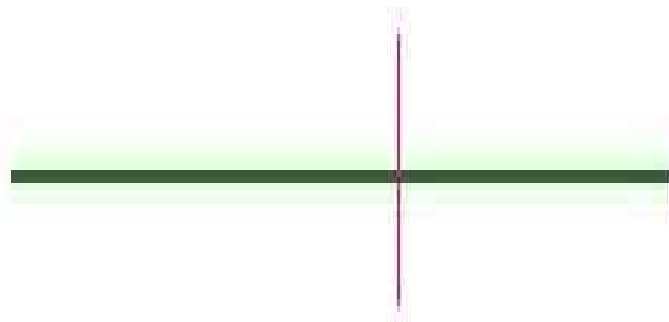
El opuesto de un número entero es el mismo número pero cambiado de signo.

EJEMPLOS:

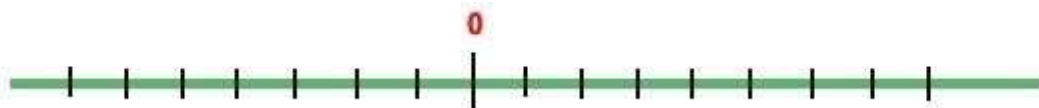
- El opuesto de -5 es $+5$.
- El opuesto de $+8$ es -8 .
- El opuesto de -17 es 17 .
- El opuesto de 4 es -4 .
- El opuesto de 0 es 0 .

Para representar los números enteros seguimos los siguientes pasos:

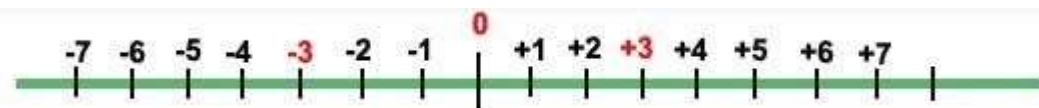
- Trazamos una recta horizontal y situamos en ella el 0. El 0 divide a la recta en dos semirrectas.



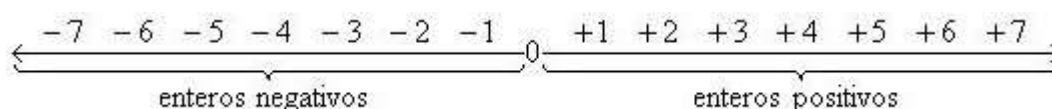
- Dividimos cada una de las dos semirrectas en partes iguales



- Situamos los números enteros sobre las semirrectas: los enteros positivos a la derecha del cero, y los enteros negativos a la izquierda del cero:



- Es decir, quedaría de la siguiente forma:



Antes de continuar definimos lo que se llama valor absoluto de un número, que se representa escribiendo el número entre dos barras verticales ($|-7|$, y se lee "valor absoluto de -7").

El valor absoluto de un número entero es el número natural que se obtiene al quitarle el signo al número inicial, luego $|-7| = 7$.

EJEMPLOS:

a. $|+5| = 5$

b. $|-12| = 12$

c. $|14| = 14$

d. $|-8| = 8$

A la hora de ordenar los números enteros se cumplen las siguientes reglas:

- Cualquier número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo. Ejemplo: $-3 < 8$
- El cero es mayor que cualquier número entero negativo y menor que cualquier número entero positivo. Ejemplo: $-6 < 0 < 9$
- Dados dos números enteros positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto. Ejemplo: $+6$ y $+19$, $|+6| = 6$ y $|+19| = 19 \implies 6 < 19$
- Dados dos números enteros negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto. Ejemplo: -7 y -15 , $|-7| = 7$ y $|-15| = 15 \implies$ como $7 < 15$, se cumple que $-15 < -7$

Si te cuesta trabajo recordar estas reglas, no olvides que otra forma de saber cuando un número entero es mayor o menor que otro, es situar ambos números en la recta numérica: el menor de ellos es el que queda más a la izquierda.

Para continuar repasa las operaciones con números enteros: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para practicar con números enteros visita la siguiente página web:

https://www.vitutor.net/1/numeros_enteros.html

EJERCICIO 2

Halla el opuesto y el valor absoluto de:

	Opuesto	Valor absoluto
a) $+16$		
b) -11		
c) $(-11)+7$		
d) $23-18$		

EJERCICIO 3

Ordena de mayor a menor todos los números obtenidos como resultado en los cuatro apartados de la actividad 1.

EJERCICIO 4

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $(+6) - (-2) + (-5) - (+4) =$

b) $(-5) - (-5) - (+7) + (-6) =$

c) $(-1) - (-10) + (+5) - (+7) =$

d) $14 - (12 + 2) =$

e) $17 - (-9 - 14) =$

f) $-14 + (6 - 13) =$

g) $2 + (7 - 3) - (8 - 4) =$

h) $-1 - (2 - 5) + (7 - 4) =$

RECUERDA QUE:

Para sumar números enteros de igual signo, se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

Date cuenta que:

- La suma de dos números enteros negativos es otro número negativo.
- La suma de dos números enteros positivos es otro número entero positivo.

Para sumar números enteros de distinto signo, se restan sus valores absolutos, y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

Si lo que tenemos es una suma de varios números enteros de distinto signo, lo que haremos será:

- a) Se suman separadamente los números positivos, por un lado y los negativos por el otro.**
- b) Se suman el número positivo y el número negativo obtenido.**

Date cuenta que el **signo (-)** puede tener dos significados:

- a) Puede indicar que un número es negativo (signo de número). Ejemplo: - 8.
- b) Puede indicar una resta (signo de operación). Así, en $14 - (- 6)$ el primer signo menos, el que está antes del paréntesis -, es de operación (resta), mientras que el segundo -, es de número.

Recuerda que el paréntesis nos indica que las operaciones que hay dentro de él, se deben realizar primero.

RECUERDA QUE:

Para hallar el producto de dos números enteros hay que multiplicar sus valores absolutos. El signo del resultado es positivo cuando ambos números o factores tienen el mismo signo y negativo cuando tienen signos diferentes.

REGLA DE LOS SIGNOS	$+$	$\cdot$	$+$	$=$	$+$
	$+$	$\cdot$	$-$	$=$	$-$
	$-$	$\cdot$	$+$	$=$	$-$
	$-$	$\cdot$	$-$	$=$	$+$

Para dividir dos números enteros se dividen sus valores absolutos. El cociente tiene signo positivo si los dos números o factores tienen el mismo signo y signo negativo si tienen diferentes signos.

Se sigue la misma regla de los signos que para el producto.

Jerarquía de operaciones:

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente

orden:

- 1º Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.
- 2º Calcular las potencias y raíces.
- 3º Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.
- 4º Realizar las sumas y restas.

EJERCICIO 5

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $12 - \{7 + 4 \cdot 2 - [(-2)^2 \cdot 2 - 6]\} + (2^2 + 6 - 5 \cdot 3) + 3 - (5 - 2^2 : 2) =$

b) $6 - \{3 - [-13 + 3 \cdot (-2) \cdot 2] \cdot 5\} - [4 - (-2)^3] + 6 =$

1.3. Los números racionales

A pesar de que los números enteros mejoran y complementan a los números naturales, ¿el siguiente número es natural, entero, ...?

$$\frac{3}{4}$$

Lo cierto es que ni es natural, ni es entero, es un número racional.

Los números racionales nacen de la necesidad de dividir.

Algunos ejemplos de números racionales son:

$$\frac{-5}{4}, \frac{-7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{8}{-3}$$

Los números racionales son aquellos que podemos expresar mediante una fracción con algunas condiciones especiales.

Una fracción es de la forma a/b , donde a recibe el nombre de numerador, y b denominador.

De esta forma, un número racional es una fracción donde:

- a y b son números enteros
- b no puede ser 0.

A todos los números racionales se les designa con el símbolo Q .

Con todo esto, escribiéndolo un poco más formalmente,

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} / a \in Z, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

El símbolo / significa “tal que”, es un enlace a la hora de escribir en matemáticas.

El símbolo $\in$ significa que "a" pertenece a los números enteros.

Algunas consecuencias inmediatas de la definición de número racional es que:

- Todo número natural es racional. Ejemplo: $2 = \frac{4}{2}$
- Todo número entero es racional. Ejemplo: $(-3) = \frac{-6}{2}$

Como recordarás, el inverso de un número es aquel que al multiplicarlo por el número da como resultado 1, es decir, dado un número racional, $\frac{a}{b}$, su inverso es $\frac{b}{a}$ puesto que:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

Todos los números racionales, salvo el cero, tienen inverso. Esta es la característica más importante que diferencian a los racionales de los enteros, ya que en los números enteros, solamente el 1 tiene inverso que es el mismo.

EJEMPLOS:

El inverso de $\frac{6}{7}$ es $\frac{7}{6}$

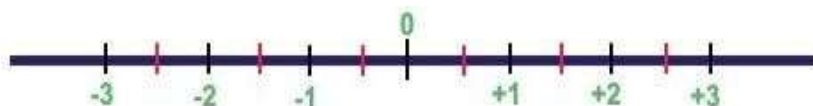
El inverso de $\frac{-3}{5}$ es $\frac{5}{-3}$

Para representar los números racionales hay que seguir los siguientes pasos, para ilustrarlo veamos un ejemplo:

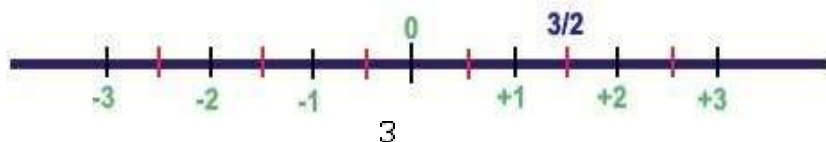
Queremos representar el número racional: $\frac{3}{2}$

1.- Dibujamos la recta numérica

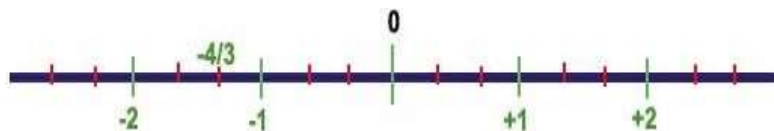
2.- Dividimos cada segmento unidad en "b" partes iguales, en nuestro caso b=2. (Un segmento unidad es el trozo de recta que hay comprendido entre dos números consecutivos de la recta numérica).



3.- Contamos "a" partes, de entre las que hemos subdividido la recta, desde el 0 y en el sentido de su signo, en nuestro caso a = 3, y como es positivo, contamos desde el 0 hacia la derecha. Luego:



Ejemplo: Representamos el número



A la hora de saber cuando un número racional es mayor o menor que otro podemos utilizar métodos sencillos, como por ejemplo hacer la división y comparar los números decimales que se obtienen o representar ambos números en la recta numérica de modo que el que esté más a la izquierda es el menor.

De esta forma con los dos ejemplos que hemos usado anteriormente: $\frac{-4}{3} < \frac{3}{2}$

He aquí algunos enlaces interesantes: http://www.vitutor.com/di/r/a_10.html y <http://www.vitutor.com/di/r/fra.html> Te servirán para repasar operaciones con fracciones y números racionales: sumas, restas, multiplicación, división, potencias y operaciones combinadas.

Éste otro es útil para confirmar si sabemos representar números racionales en la recta real. <https://www.geogebra.org/b/J3gkdMYB#material/G3JcVmq2>

EJERCICIO 6

Ordena de mayor a menor los siguientes pares de números racionales.

a) $\frac{5}{12}$

b) $-\frac{2}{7}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{8}{4}$

EJERCICIO 7

Escribe la fracción inversa de:

a) $\frac{4}{6}$

b) $\frac{5}{-2}$

c) $\frac{5}{-9}$

d) $\frac{2}{-8}$

RECUERDA;

Para sumar o restar números racionales, éstos han de tener el mismo denominador. Por tanto, hay que transformar estas fracciones en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo. Para ello necesitas realizar el m.c.m.

Una vez que todas las fracciones tienen el mismo denominador, sólo tienes que sumar/restar numeradores y poner el mismo denominador.

EJERCICIO 8

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

a) $\frac{2}{6} + \frac{1}{2} - \frac{12}{3} =$ b) $\frac{1}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{2} =$ c) $\frac{7}{12} + \frac{2}{3} - \frac{7}{2} =$

RECUERDA:

Para multiplicar números racionales se halla un nuevo número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

Al **dividir dos números racionales** obtendremos otro número racional cuyo numerador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Observa que es como si se multiplicara en cruz

EJERCICIO 9

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

$$a) \frac{-5}{6} \cdot \frac{4}{3} = \quad b) \frac{3}{7} \cdot \frac{9}{5} = \quad c) \frac{-5}{6} : \frac{4}{3} = \quad d) \frac{7}{6} : \frac{4}{5} =$$

NO OLVIDES simplificar o reducir siempre que se pueda.

Jerarquía de las operaciones con racionales.

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente orden:

- 1º Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.
- 2º Calcular las potencias y raíces.
- 3º Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.
- 4º Realizar las sumas y restas.

Propiedades de las potencias de fracciones con racionales

1- Para elevar una fracción a una potencia se eleva tanto el numerador como el denominador al exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

2- Potencias de exponente negativo: Es la fracción inversa de la misma potencia, pero con exponente positivo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

3- Potencia de exponente cero: Es la unidad.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

4- Producto de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

5. División de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

6. Potencia de una potencia: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

Ejemplo:

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729}$$

7. Producto de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot c}{b \cdot d}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{6}{35}\right)^3$$

8. Cociente de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot d}{b \cdot c}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2}\right)^3 = \left(\frac{21}{10}\right)^3$$

EJERCICIO 10

Realiza las siguientes operaciones:

$$a) -\frac{3}{4} \cdot \left[7 + 6 \cdot \left(1 - \frac{3}{2} \right) \right] =$$

$$b) \left(\frac{3}{2}\right)^6 : \left(\frac{3}{5}\right)^6 - \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^3 =$$

$$c) \left[1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \right] + 1 =$$

EJERCICIO 11

Simplifica las siguientes expresiones:

$$a) \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \div \left(\frac{25}{4}\right)^3 =$$

$$b) \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{49}\right)^4}{\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{27}{343}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{-1}} =$$

EJERCICIO 12

Representa en la recta real los siguientes números:

a) $-\frac{3}{2}$

b) $\frac{4}{5}$

c) $-\frac{9}{2}$

d) $\frac{8}{3}$

1.4. Los números irracionales

Ya hemos visto los números naturales, enteros y racionales, pero aún queda un tipo de números, éstos son los números irracionales.

Estos números son aquellos que tienen infinitas cifras decimales no periódicas.

Para saber si un número irracional es mayor o menor que otro se hace de forma aproximada, se calcula el número en la calculadora, se representa aproximadamente en la recta numérica y el que se quede más a la izquierda es el menor.

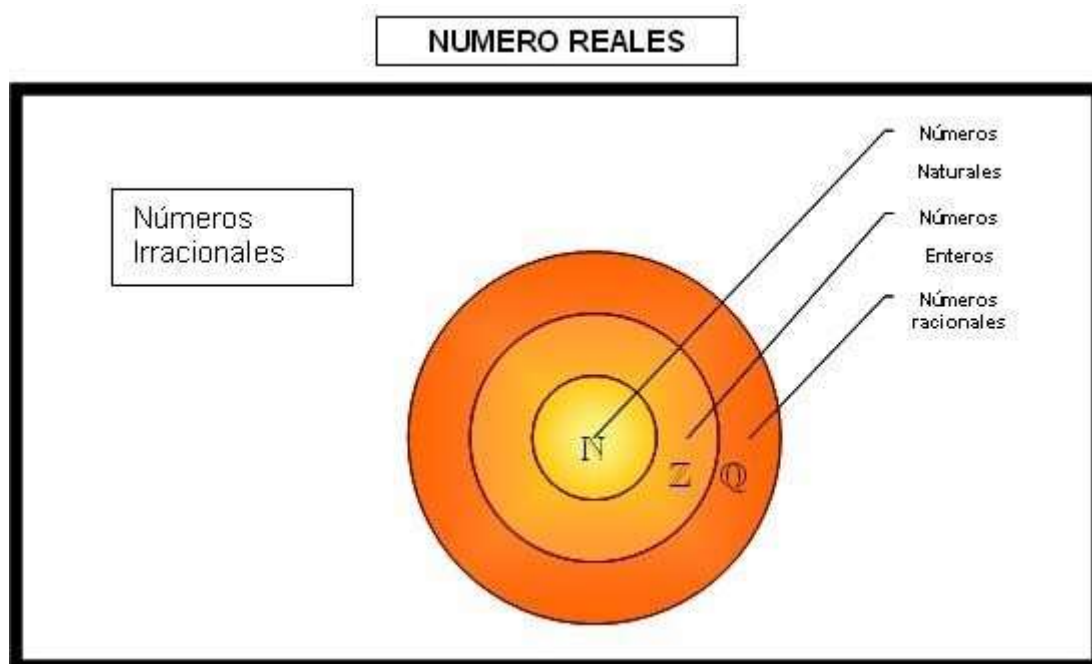
EJERCICIO 13

Ordena de mayor a menor los siguientes números irracionales:

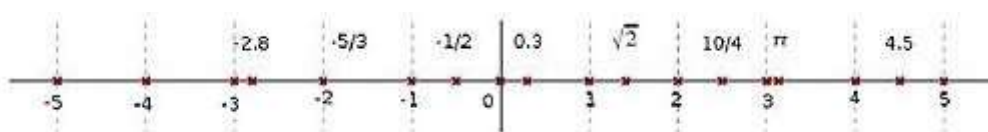
$$2\sqrt{3} \quad (1 - \sqrt{5}) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sqrt{7} - 3$$

1.5. Los números reales

A lo largo de este tema hemos estudiado los números naturales, enteros, racionales e irracionales; a todos estos números juntos se les llama números reales.



Los números reales se representan sobre la recta numérica que toma el nombre de los números que contiene y se denomina **recta real**. A cada punto de la recta le corresponde un número real y a cada número real un punto en la recta. Por ejemplo:

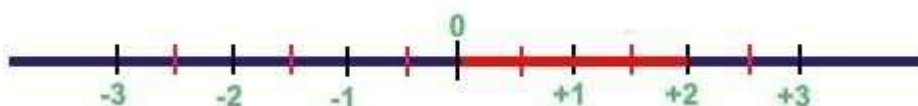


1.5.1. Intervalos

Una vez vista la recta real donde están representados todos los tipos de números que hemos estudiado, se llama intervalo, determinado por dos números reales, a todos los números que se pueden representar en la recta real entre ambos, es decir, a todos los números que puedo colocar en el segmento de recta real determinado por dos números reales.

Ejemplo:

El intervalo entre 0 y 2 es, gráficamente, la zona coloreada de rojo en la recta real:



A los números que determinan el intervalo se les denomina extremos.

Dependiendo de si los extremos se incluyen en el intervalo o no, la forma de escribirlo matemáticamente varía. Cuando los extremos pertenecen al intervalo se usan los símbolos "[" o "]", si los extremos no están dentro del intervalo se usan los símbolos "(" o ")". Los extremos, a la hora de escribir, se ponen de menor a mayor.

Una propiedad importante de los intervalos es que están formados por infinitos números reales.

Veamos algunos ejemplos para ilustrar lo anterior:

Intervalo $[-1, 2]$, es el que tenemos representado en el dibujo anterior. En este caso hemos considerado que tanto el -1 como el 2 están dentro del intervalo.

Intervalo $[-1, 2)$, igual que antes pero en este caso el 2 no está en el intervalo, es decir, son todos los números comprendidos entre el -1 (inclusive) hasta el 2 (sin incluir).

Intervalo $(-1, 2]$, es el mismo que antes pero en este caso el número que no está dentro del intervalo es el -1.

Intervalo $(-1, 2)$, en este caso ninguno de los dos extremos están incluidos en el intervalo, es decir, son todos los números desde el -1 al 2 pero sin incluir ninguno de ellos.

EJERCICIO 14

Dibuja en la recta real los siguientes intervalos:

- a) $(-2, 3)$ b) $[-2, 3]$ c) $(-2, 3]$ d) $[-2, 3)$

EJERCICIO 15

Indica si el número que se escribe pertenece o no al intervalo que se muestra:

- a) $\text{El } -2 \in (-2, 3)?$ b) $\text{El } -3 \in [-3, 3]?$
 c) $\text{El } -\frac{1}{2} \in (-1, 3]?$ d) $\text{El } \sqrt{2} \in [-2, 0)?$

2) Notación científica

La notación científica se utiliza para expresar números muy grandes o muy pequeños. Un número en notación científica se escribe como el producto de un número (entero o decimal) y una potencia de 10. Este número siempre es 1 o más y menos de 10, es decir la parte entera sólo tiene un dígito distinto de cero.

Por ejemplo, hay aproximadamente 6.000.000.000 habitantes en la tierra. Este número se podría escribir en notación científica como 6×10^9 . El número 6.000.000.000 es equivalente a $6 \cdot 1.000.000.000$. El número 1.000.000.000 es equivalente a 10^9 o lo que es lo mismo, $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$.

Un número se puede convertir a notación científica aumentando la potencia de 10 en uno por cada lugar que el punto decimal se corra hacia la izquierda. En el ejemplo anterior, el punto decimal se corrió 9 lugares hacia la izquierda para formar un número mayor que 1 y menor que 10.

El diámetro de un glóbulo rojo es 0,0000075 mm y en notación científica sería $7,5 \cdot 10^{-6}$ mm, ya que:

$$0,0000075 = \frac{7,5}{1000000} = \frac{7,5}{10^6} = 7,5 \times 10^{-6}$$

EJERCICIO 16

Escribe en notación científica los siguientes números:

- a) 0,0000000007999
- b) 1560000
- c) $25,23 \cdot 10^{-7}$
- d) $0,245 \cdot 10^{-4}$

EJERCICIO 17

Escribe en notación usual los siguientes números:

- a) $3 \cdot 10^2$
- b) $6 \cdot 10^{-3}$
- c) $7,3 \cdot 10^4$
- d) $900 \cdot 10^{-3}$
- e) $3,14 \cdot 10^{-4}$

Soluciones a los ejercicios propuestos

Apartado 1.1. Ejercicio 1

- 3) $34 < 43$ Correcto
4) $70 < 58$ Incorrecto
5) $25 + 13 < 31$ Incorrecta
d) $114 + 37 > 108 + 41$ Correcta

Apartado 1.2. Ejercicio 2

- 3) opuesto = -16 --- valor absoluto = 16
4) opuesto = 11 --- valor absoluto = 11
5) opuesto = 4 --- valor absoluto = 4
6) opuesto = -5 --- valor absoluto = 5

Apartado 1.2. Ejercicio 3

$$-16 < -5 < 4 < 5 < 11 < 16$$

Apartado 1.2. Ejercicio 4

- a) $6 + 2 - 5 - 4 = 8 - 9 = -1$
b) $-5 + 5 - 7 - 6 = 5 - 18 = -13$
c) $-1 + 10 + 5 - 7 = 15 - 8 = 7$
d) $14 - 14 = 0$
e) $17 - (-23) = 17 + 23 = 40$
f) $-14 + (-7) = -21$
g) $2 + 4 - 4 = 2$
h) $-1 - (-3) + 3 = -1 + 3 + 3 = 5$

Apartado 1.2. Ejercicio 5

- a) $= 12 - \{7 + 8 - [4 \cdot 2 - 6]\} + (4 + 6 - 15) + 3 - (5 - 4 : 2) = 12 - \{7 + 8 - [8 - 6]\} + (10 - 15) + 3 - (5 - 2) = 12 - \{15 - 2\} + (-5) + 3 - 3 = 12 - 13 - 5 + 3 - 3 = 15 - 21 = -6$
b) $6 - \{3 - [-13 + 3 \cdot (-4)] \cdot 5\} - [4 - (-8)] + 6 = 6 - \{3 - [-13 - 12] \cdot 5\} - [4 + 8] + 6 = 6 - \{3 - [-25] \cdot 5\} - 12 + 6 = 6 - \{3 - [-125]\} - 6 = 6 - (3 + 125) - 6 = -128$

Apartado 1.3. Ejercicio 6

$$\frac{8}{4} > \frac{5}{12} > \frac{3}{8} > \frac{-2}{7}$$

Apartado 1.3. Ejercicio 7

a) $\frac{6}{4}$ b) $\frac{-2}{5}$ c) $\frac{-9}{5}$ d) $\frac{-8}{2}$

Apartado 1.3. Ejercicio 8

a) $\frac{-19}{6}$ b) $\frac{107}{30}$ c) $\frac{-27}{12}$

Apartado 1.3. Ejercicio 9

a) $\frac{-20}{18} = \frac{-10}{9}$ b) $\frac{27}{35}$ c) $\frac{-15}{24} = \frac{-5}{8}$ d) $\frac{35}{24}$

Apartado 1.3. Ejercicio 10

a) -3 b) 0 c) 7/10

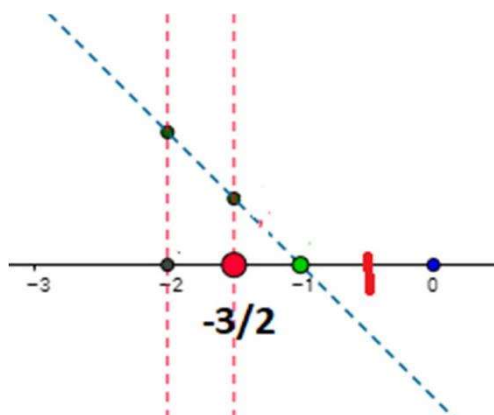
Apartado 1.3. Ejercicio 11

$$a) = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right)^6 = \frac{5}{2}$$

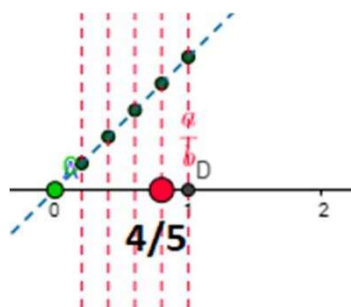
$$b) = \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left[\left(\frac{3}{7}\right)^2\right]^4}{\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{3}{7}\right)^3\right]^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^1} = \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^8}{\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)} = \frac{\left(\frac{3}{7}\right)^{12}}{\left(\frac{3}{7}\right)^9} = \left(\frac{3}{7}\right)^3$$

Apartado 1.3. Ejercicio 12

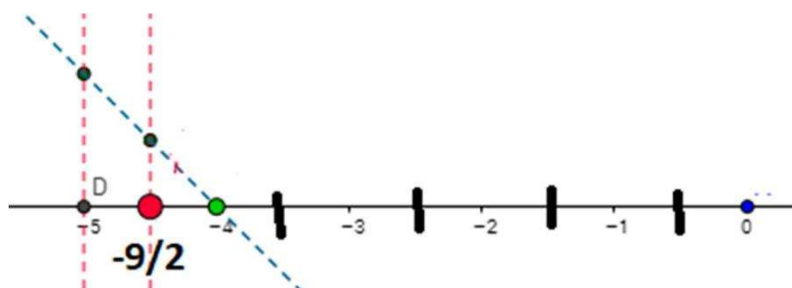
a)



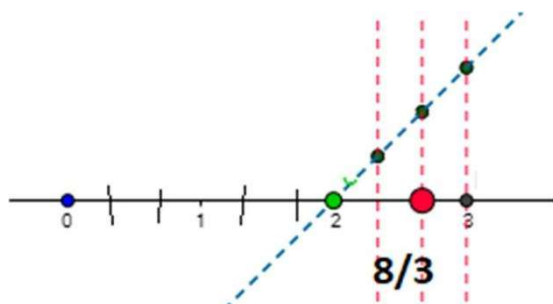
b)



c)



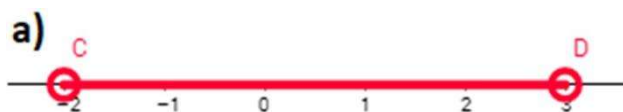
d)

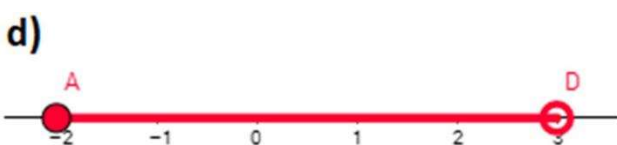
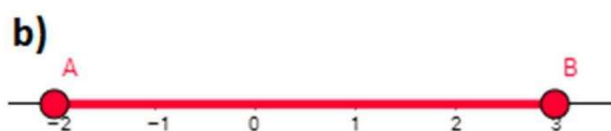


Apartado 1.4. Ejercicio 13

$$(1 - \sqrt{5}) < \sqrt{7} - 3 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 2\sqrt{3}$$

Apartado 1.5.1. Ejercicio 14





Apartado 1.5.1. Ejercicio 15

- a) NO b) SI c) SI d) NO

Apartado 2. Ejercicio 16

- a) $7,999 \cdot 10^{-10}$ b) $1,56 \cdot 10^6$ c) $2,523 \cdot 10^{-6}$ d) $2,45 \cdot 10^{-5}$

Apartado 2. Ejercicio 17

- b) 300 b) 0,006 c) 73000 d) 0,9 e) 0,000314