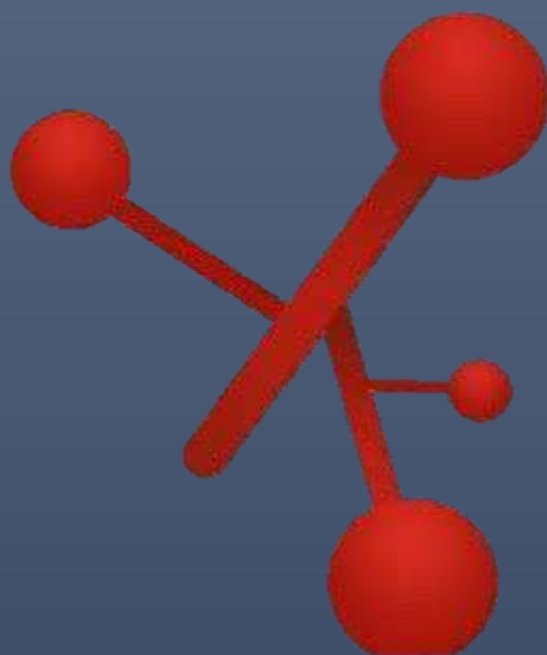


CEPA LOS LLANOS (ALBACETE) CURSO 2023/2024



MÓDULO 2

Ámbito Científico y Tecnológico

Parte 4. Concepto de magnitud, precisión del lenguaje científico. Los sistemas terrestres.

Parte 5. Conocimiento de la naturaleza. Geometría de las formas.

Parte 6. Reproducción. Álgebra. Cinemática y dinámica elemental. Expresión gráfica.

Bloque 4. Tema 1.

Operaciones con números. Proporcionalidad

ÍNDICE

- 1) Los distintos tipos de números
 - 1.1. Los números naturales
 - 1.2. Los números enteros
 - 1.3. Los números racionales
 - 1.4. Los números irracionales

 - 2) Potencias
 - 2.1. Definición de potencia de base entera y exponente natural.
 - 2.2. Signo de la potencia.
 - 2.3. Definición de potencia de base fraccionaria y exponente natural.
 - 2.4. Operaciones con Potencias.
 - a. Producto de Potencias de la misma base.
 - b. Potencia de Potencia.
 - c. Potencia de un Producto.
 - d. Potencia de un Cociente.
 - e. Cociente de Potencias de la misma base.
 - f. Producto y Cociente de distinta base.

 - 2.5. Potencia con exponente cero.
 - 2.6. Potencia con exponente negativo.
 - 2.7. Potencias de base diez.
 - 2.8. Actividades sobre Potencias.

 - 3) Proporcionalidad: ratios, porcentajes y descuentos.
 - 3.1. Porcentajes y descuentos.
 - 3.2. Interés bancario

 - 4) Autoevaluación
-

1) Los distintos tipos de números

Antes de llegar a las cuentas que realizamos en nuestras casas en la vida diaria vamos a hacer un repaso por los diferentes tipos de números que nos podemos encontrar y cómo los representamos.

1.1. Los números naturales

El primer tipo de números del que tenemos que hablar son aquellos que nos permiten contar, estos son, los que nos permiten decir: dos manzanas, cinco libros, siete cartas,...

Los números naturales son aquellos que pensamos y nos vienen a la cabeza sin más, éstos son: positivos, sin decimales, sin fracciones..., es decir, naturales. Los números naturales fueron los primeros que manejó el ser humano. Éstos se representan con el siguiente símbolo N y son:

$$N = \{ 1,2,3,4,5,6,7,\dots, 15, 16,\dots,66,67,68,12345, 12346, \}$$

En los números naturales siempre que se tenga un número existe su siguiente, que se obtiene del anterior sumándole uno.

A la hora de ordenar los números naturales, éstos siguen el orden lógico, el 0 es menor que 1, el 1 es menor que 2, el 3 es menor que 4, ..., el 66 es menor que 67,...

Para decir que un número es menor que otro, en matemáticas usamos el símbolo <, y para decir que un número es mayor que otro, escribimos >. De esta forma la frase anterior quedaría de la siguiente forma: $0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 66 < 67 < \dots$

Si lo escribimos de mayor a menor: $> 67 > 66 > 4 > 3 > 2 > 1$

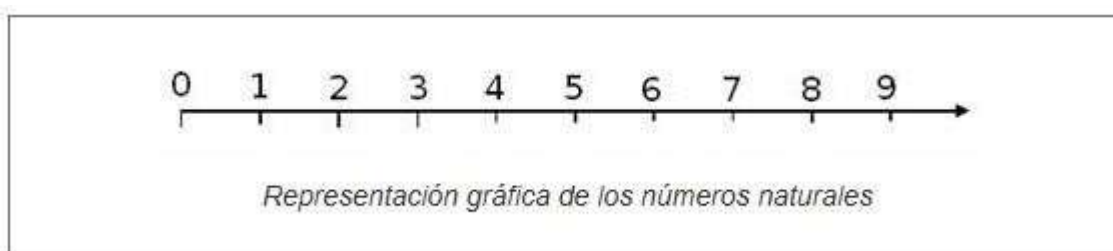
¡¡OJO!! Para no confundirte con los signos “<” y “>” recuerda lo siguiente:

La parte abierta del ángulo debe “mirar” al número mayor y el vértice al número menor

$$n^{\circ} \text{ menor} < n^{\circ} \text{ mayor}$$

$$n^{\circ} \text{ mayor} > n^{\circ} \text{ menor}$$

La representación gráfica de los números naturales se hace sobre una semirrecta horizontal donde el extremo izquierdo es el 0. Desde aquí se divide la semirrecta en partes iguales, y en cada marca vamos situando los números ordenados de menor a mayor.



Antes de seguir adelante **deberías de repasar** como se opera con los números naturales: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para ello una opción es repasar los contenidos del módulo 1: Tema 1 del Bloque 1, los apartados del 1.3 al 1.7 ambos inclusive; o consultar la siguiente página http://www.vitutor.com/di/n/numeros_naturales.html

EJERCICIO 1

Indica si son correctas o no las siguientes expresiones.

	S / N
a) $34 < 43$	
b) $70 < 58$	
c) $25 + 13 < 31$	
d) $114 + 37 > 108 + 41$	

1.2. Los números enteros

¿Cuál es el resultado de la operación: $5-8$?

Como ya habréis contestado, la respuesta es (-3) , pero, ¿es este número un número natural? Efectivamente, NO. Los números naturales son del 0, 1,... y todos positivos, los negativos no son números naturales.

La necesidad de tener números negativos es lo que nos lleva a definir los Números Enteros que no son ni más ni menos que los números naturales y estos mismos con signo negativo, es decir:

$$Z = \{ \dots, -1234, -1233, \dots, -78, -77, \dots, -3, -2, -1, 0, 1+2+3 \dots +77, \dots +78, \dots, 1233+1234 \dots \}$$

A los números enteros se les identifica con el símbolo Z.

Como primera consecuencia de lo que hemos escrito anteriormente es que:

Los números naturales son números enteros, pero no todos los números enteros son números naturales.

La gran diferencia entre los números naturales y los números enteros es que los números enteros tienen opuesto, mientras que los números naturales no.

Todo número entero tiene anterior y siguiente, esto es, dado un número entero siempre puedo escribir un número mayor y un número menor que él simplemente con sumarle o restarle uno.

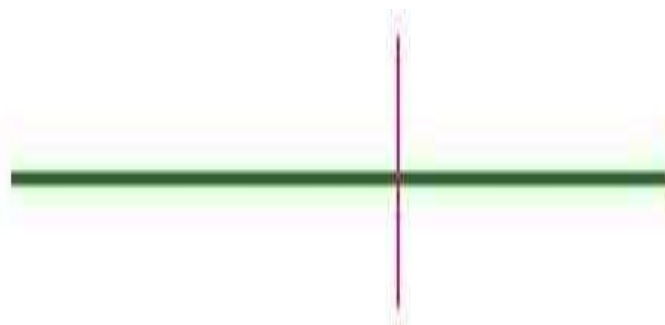
El opuesto de un número entero es el mismo número pero cambiado de signo.

EJEMPLOS:

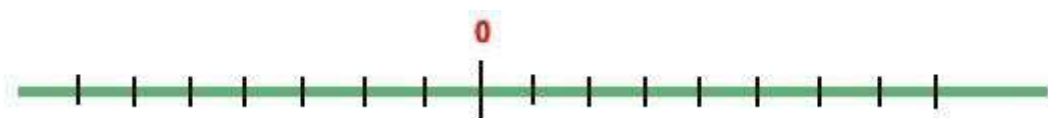
- El opuesto de -5 es $+5$.
- El opuesto de $+8$ es -8 .
- El opuesto de -17 es 17 .
- El opuesto de 4 es -4 .
- El opuesto de 0 es 0 .

Para representar los números enteros seguimos los siguientes pasos:

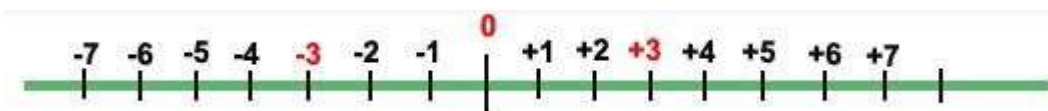
- Trazamos una recta horizontal y situamos en ella el 0. El 0 divide a la recta en dos semirrectas.



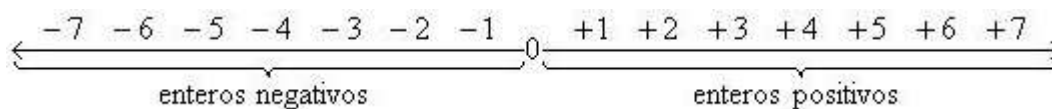
- Dividimos cada una de las dos semirrectas en partes iguales



- Situamos los números enteros sobre las semirrectas: los enteros positivos a la derecha del cero, y los enteros negativos a la izquierda del cero:



- Es decir, quedaría de la siguiente forma:



Antes de continuar definimos lo que se llama valor absoluto de un número, que se representa escribiendo el número entre dos barras verticales ($|-7|$, y se lee "valor absoluto de -7").

El valor absoluto de un número entero es el número natural que se obtiene al quitarle el signo al número inicial, luego $|-7| = 7$.

EJEMPLOS:

- $|+5| = 5$
- $|-12| = 12$
- $|14| = 14$
- $|-8| = 8$

A la hora de ordenar los números enteros se cumplen las siguientes reglas:

- Cualquier número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo. Ejemplo: $-3 < 8$
- El cero es mayor que cualquier número entero negativo y menor que cualquier número entero positivo. Ejemplo: $-6 < 0 < 9$
- Dados dos números enteros positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto. Ejemplo: $+6$ y $+19$, $|+6| = 6$ y $|+19| = 19 \implies 6 < 19$
- Dados dos números enteros negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto. Ejemplo: -7 y -15 , $|-7| = 7$ y $|-15| = 15 \implies$ como $7 < 15$, se cumple que $-15 < -7$

Si te cuesta trabajo recordar estas reglas, no olvides que otra forma de saber cuando un número entero es mayor o menor que otro, es situar ambos números en la recta numérica: el menor de ellos es el que queda más a la izquierda.

Para continuar repasa las operaciones con números enteros: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para ello una opción es repasar los contenidos del módulo 1: Tema 2 del Bloque 1 apartado 2. Para practicar con números enteros visita la siguiente página web: https://www.vitutor.net/1/numeros_enteros.html

EJERCICIO 2

Halla el opuesto y el valor absoluto de:

	Opuesto	Valor absoluto
a) $+16$		
b) -11		
c) $(-11)+7$		
d) $23-18$		

EJERCICIO 3

Ordena de mayor a menor todos los números obtenidos como resultado en los cuatro apartados de la actividad 1.

EJERCICIO 4

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

- $(+6) - (-2) + (-5) - (+4) =$
- $(-5) - (-5) - (+7) + (-6) =$
- $(-1) - (-10) + (+5) - (+7) =$
- $14 - (12 + 2) =$
- $17 - (-9 - 14) =$
- $-14 + (6 - 13) =$
- $2 + (7 - 3) - (8 - 4) =$
- $-1 - (2 - 5) + (7 - 4) =$

RECUERDA QUE:

Para sumar números enteros de igual signo, se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

Date cuenta que:

- La suma de dos números enteros negativos es otro número negativo.
- La suma de dos números enteros positivos es otro número entero positivo.

Para sumar números enteros de distinto signo, se restan sus valores absolutos, y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

Si lo que tenemos es una suma de varios números enteros de distinto signo, lo que haremos será:

- Se suman separadamente los números positivos, por un lado y los negativos por el otro.**
- Se suman el número positivo y el número negativo obtenido.**

Date cuenta que el **signo (-)** puede tener dos significados:

- Puede indicar que un número es negativo (signo de número). Ejemplo: - 8.
- Puede indicar una resta (signo de operación). Así, en $14 - (- 6)$ el primer signo menos, el que está antes del paréntesis -, es de operación (resta), mientras que el segundo -, es de número.

Recuerda que el paréntesis nos indica que las operaciones que hay dentro de él, se deben realizar primero.

RECUERDA QUE:

Para hallar el producto de dos números enteros hay que multiplicar sus valores absolutos. El signo del resultado es positivo cuando ambos números o factores tienen el mismo signo y negativo cuando tienen signos diferentes.

	$+$	\cdot	$+$	$=$	$+$
REGLA DE LOS SIGNOS	$+$	\cdot	$-$	$=$	$-$
	$-$	\cdot	$+$	$=$	$-$
	$-$	\cdot	$-$	$=$	$+$

Para dividir dos números enteros se dividen sus valores absolutos. El cociente tiene signo positivo si los dos números o factores tienen el mismo signo y signo negativo si tienen diferentes signos.

Se sigue la misma regla de los signos que para el producto.

Jerarquía de operaciones:

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente orden:

- 1º Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.
- 2º Calcular las potencias y raíces.
- 3º Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.
- 4º Realizar las sumas y restas.

EJERCICIO 5

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $12 - \{7 + 4 \cdot 2 - [(-2)^2 \cdot 2 - 6]\} + (2^2 + 6 - 5 \cdot 3) + 3 - (5 - 2^2 : 2) =$

b) $6 - \{3 - [-13 + 3 \cdot (-2) : 2] \cdot 5\} - [4 - (-2)^3] + 6 =$

1.3. Los números racionales

A pesar de que los números enteros mejoran y complementan a los números naturales, ¿el siguiente número es natural, entero, ...?

$$\frac{3}{4}$$

Lo cierto es que ni es natural, ni es entero, es un número racional.

Los números racionales nacen de la necesidad de dividir.

Algunos ejemplos de números racionales son:

$$\frac{-5}{4}, \frac{-7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{8}{-3}$$

Los números racionales son aquellos que podemos expresar mediante una fracción con algunas condiciones especiales.

Una fracción es de la forma a/b , donde a recibe el nombre de numerador, y b denominador.

De esta forma, un número racional es una fracción donde:

- a y b son números enteros
- b no puede ser 0.

A todos los números racionales se les designa con el símbolo Q .

Con todo esto, escribiéndolo un poco más formalmente,

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} / a \in Z, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

El símbolo / significa "tal que", es un enlace a la hora de escribir en matemáticas.

El símbolo € significa que "a" pertenece a los números enteros.

Algunas consecuencias inmediatas de la definición de número racional es que:

- Todo número natural es racional. Ejemplo: $2 = \frac{4}{2}$
- Todo número entero es racional. Ejemplo: $(-3) = \frac{-6}{2}$

Como recordarás, el inverso de un número es aquel que al multiplicarlo por el número da como resultado 1, es decir, dado un número racional:

$$\frac{a}{b}, \text{ su inverso es } \frac{b}{a}, \text{ puesto que } \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

Todos los números racionales, salvo el cero, tienen inverso. Esta es la característica más importante que diferencian a los racionales de los enteros, ya que en los números enteros, solamente el 1 tiene inverso que es el mismo.

EJEMPLOS:

$$\text{El inverso de } \frac{6}{7} \text{ es } \frac{7}{6}$$

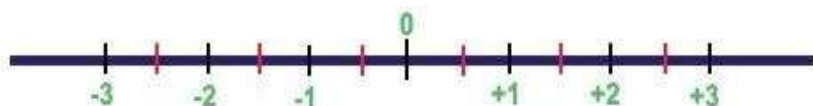
$$\text{El inverso de } \frac{-3}{5} \text{ es } \frac{5}{-3}$$

Para representar los números racionales hay que seguir los siguientes pasos, para ilustrarlo veamos un ejemplo:

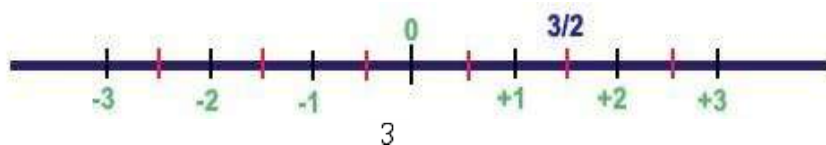
Queremos representar el número racional: $\frac{3}{2}$

1.- Dibujamos la recta numérica

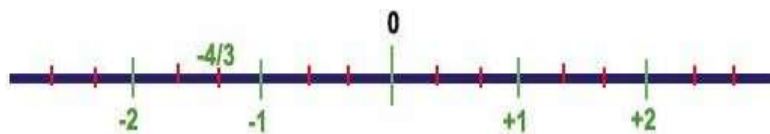
2.- Dividimos cada segmento unidad en "b" partes iguales, en nuestro caso b=2. (Un segmento unidad es el trozo de recta que hay comprendido entre dos números consecutivos de la recta numérica).



3.- Contamos "a" partes, de entre las que hemos subdividido la recta, desde el 0 y en el sentido de su signo, en nuestro caso a = 3, y como es positivo, contamos desde el 0 hacia la derecha. Luego:



Ejemplo: Representamos el número



A la hora de saber cuando un número racional es mayor o menor que otro podemos utilizar métodos sencillos, como por ejemplo hacer la división y comparar los números decimales que se obtienen o representar ambos números en la recta numérica de modo que el que esté más a la izquierda es el menor.

De esta forma con los dos ejemplos que hemos usado anteriormente: $\frac{-4}{3} < \frac{3}{2}$

Este es el momento de repasar las operaciones con números racionales, lo puedes encontrar en el contenido del módulo 1 (Tema 3 del Bloque 2). He aquí algunos enlaces interesantes: http://www.vitutor.com/di/r/a_10.html y <http://www.vitutor.com/di/r/fra.html> éstos te servirá para repasar operaciones con fracciones y números racionales: sumas, restas, multiplicación, división, potencias y operaciones combinadas.

Éste otro es útil para confirmar si sabemos representar números racionales en la recta real. <https://www.geogebra.org/b/J3gkdMYB#material/G3JcVmq2>

EJERCICIO 6

Ordena de mayor a menor los siguientes pares de números racionales.

- a) $5/12$ b) $-2/7$ c) $3/8$ d) $8/4$

EJERCICIO 7

Escribe la fracción inversa de:

- a) $4/6$ b) $5/-2$ c) $5/-9$ d) $2/-8$

EJERCICIO 8

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

a) $\frac{2}{6} + \frac{1}{2} - \frac{12}{3} =$ b) $\frac{1}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{2} =$ c) $\frac{7}{12} + \frac{2}{3} - \frac{7}{2} =$

Para sumar o restar números racionales, éstos han de tener el mismo denominador. Por tanto, hay que transformar estas fracciones en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo. Para ello necesitas realizar el m.c.m.

Una vez que todas las fracciones tienen el mismo denominador, sólo tienes que sumar/restar numeradores y poner el mismo denominador.

EJERCICIO 9

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

$$a) \frac{-5}{6} \cdot \frac{4}{3} = \quad b) \frac{3}{7} \cdot \frac{9}{5} = \quad c) \frac{-5}{6} : \frac{4}{3} = \quad d) \frac{7}{6} : \frac{4}{5} =$$

Para multiplicar números racionales se halla un nuevo número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

Al **dividir dos números racionales** obtendremos otro número racional cuyo numerador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Observa que es como si se multiplicara en cruz.

RECUERDA simplificar o reducir siempre que se pueda.

Jerarquía de las operaciones con racionales.

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente orden:

- 1º Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.
- 2º Calcular las potencias y raíces.
- 3º Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.
- 4º Realizar las sumas y restas.

Propiedades de las potencias de fracciones con racionales

1- Para elevar una fracción a una potencia se eleva tanto el numerador como el denominador al exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

2- Potencias de exponente negativo: Es la fracción inversa de la misma potencia, pero con exponente positivo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

3- Potencia de exponente cero: Es la unidad.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

4- Producto de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

5. División de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

6. Potencia de una potencia: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

Ejemplo:

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729}$$

7. Producto de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot c}{b \cdot d}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{6}{35}\right)^3$$

8. Cociente de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot d}{b \cdot c}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2}\right)^3 = \left(\frac{21}{10}\right)^3$$

EJERCICIO 10

Realiza las siguientes operaciones:

$$a) -\frac{3}{4} \cdot \left[7 + 6 \cdot \left(1 - \frac{3}{2} \right) \right] =$$

$$b) \left(\frac{3}{2}\right)^6 : \left(\frac{3}{5}\right)^6 - \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^3 =$$

$$c) \left[1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \right] + 1 =$$

EJERCICIO 11

Simplifica las siguientes expresiones:

$$a) \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \div \left(\frac{25}{4}\right)^3 =$$

$$b) \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{49}\right)^4}{\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{27}{343}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{-1}} =$$

EJERCICIO 12

Escribe en notación científica los siguientes

números: a) 0,0000000007999

b) 1560000

c) $25,23 \cdot 10^{-7}$

d) $0,245 \cdot 10^{-4}$

EJERCICIO 13

Representa en la recta real los siguientes números:

a) $-3/2$

b) $4/5$

c) $-9/2$

d) $8/3$

1.4. Los números irracionales

Ya hemos visto los números naturales, enteros y racionales, pero aún queda un tipo de números, éstos son los números irracionales.

Estos números son aquellos que tienen infinitas cifras decimales no periódicas.

Para saber si un número irracional es mayor o menor que otro se hace de forma aproximada, se calcula el número en la calculadora, se representa aproximadamente en la recta numérica y el que se quede más a la izquierda es el menor.

EJERCICIO 14

Ordena de mayor a menor los siguientes números irracionales:

$$[2\sqrt{3}] \quad (1-\sqrt{5}) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sqrt{7}-3$$

2) Potencias

2.1 Definición de potencia de base entera y exponente natural.

En ocasiones ocurre que nos encontramos con multiplicaciones donde los factores (los números que se multiplican) son todos iguales. Al matemático **René Descartes** se le ocurrió representar esas multiplicaciones de la forma que vamos a ver a continuación y que se conoce como simbología o expresión potencial.



Si nos dicen que las dimensiones del hexaedro o cubo de la figura son: 2 m de ancho, 2 m de largo y 2 m de alto, fácilmente concluiríamos que su volumen será:

$$V = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

→ EXPONENTE
→ SIMBOLOGIA POTENCIAL
→ BASE

Si generalizamos el ejemplo anterior diremos:

Siendo "a" y "n" dos números tal que $a \in \mathbb{Z}$; $n \in \mathbb{N} \neq 0$.

Denominamos potencia de **base** "a" y **exponente** "n", al producto de "n" factores iguales todos al número "a".

Se simboliza por dos números, la **base** y el **exponente**.

$$a^n = \underbrace{a.a.a.\dots.a.a.a}_n$$

¿Qué significa que $a \in \mathbb{Z}$? Pues que "a" podrá ser un número positivo o negativo.

Y, ¿qué significa que $n \in \mathbb{N}$? Pues que "n" será un número **siempre positivo** por pertenecer al conjunto de los números Naturales.

Ejemplo de potencias de base entera negativa y exponente natural.

$$(-3).(-3).(-3).(-3)=81 \longrightarrow 3^4 \text{ potencia positiva.}$$

$$(-3).(-3).(-3)=(-27) \longrightarrow (-3)^3 \text{ potencia negativa.}$$

Para nombrar o leer una potencia nombramos primeramente el número de la base, después nombramos el número referente al exponente.

El exponente puede nombrarse con el nombre ordinal del número (se dice "elevado a la cuarta, quinta, sexta... potencia") o con el nombre del cardinal (elevado a cuatro, elevado a cinco, a seis.....).

(Reminiscencias históricas del cálculo del área del cuadrado o del volumen del cubo, hacen que cuando x está elevado a dos, digamos que está elevado al cuadrado o que cuando está elevada a 3 digamos que está al cubo).

Así diremos 3 elevado a la séptima o tres elevado a siete. Escribiendo: $3^7 = 3.3.3.3.3.3.3 = 2.187$

Sabiendo que dicha expresión representa a una multiplicación donde el número 3 se multiplica por sí mismo siete veces. Luego:

Cuando escribimos el cardinal de un número damos por entendido que está elevado a la potencia 1, pero no se suele indicar, aunque en las operaciones con potencias podemos ponerlo si eso nos ayuda al cálculo potencial.

Así sabemos que $5^1 = 5$ ó $3^1 = 3$

Autoevaluación

1) Escribe en forma de producto y calcula las siguientes potencias:

a) $2^5 =$

b) $4^4 =$

c) $3^4 =$

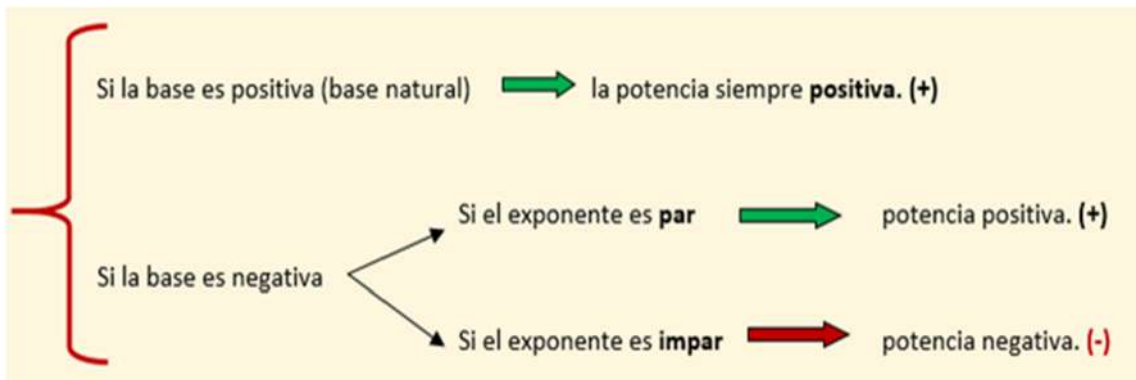
d) $1^3 =$

2.2 Signo de la potencia.

Como estamos operando con números enteros, esto significa que el número de la base puede ser positivo o negativo.

Para conocer el signo (positivo o negativo) del número al que representa la potencia deberemos aplicar la regla de los signos (pues una potencia no es más que una forma de expresar la multiplicación de factores repetidos), debemos **fijarnos** primero en la **base** si esta es positiva o **negativa** y en este caso, tendremos que contar el número de factores que operan (se multiplican).

Así, nos surge el siguiente esquema:



Autoevaluación

2) Rellena la siguiente tabla:

Potencia	Base	Exponente	Signo (+/-)	Valor
2^3				
$(-3)^2$				
$(-2)^3$				
-2^2				

Autoevaluación

3) ¿Por qué hemos dicho que -2^2 vale -4 , si la base es positiva y el exponente par?

Y por la regla de los signos $(-).(+)$ será $(-)$

Autoevaluación

4) Resuelve:

a) $-(-2^3) =$

b) $-5^2 =$

c) $(-2)^5 =$

d) $(-3)^4 =$

Autoevaluación

5) Escribe en forma de producto y calcula:

- a) $(-3)^4 =$
- b) $(-1)^5 =$
- c) $(-2)^3 =$
- d) $(-2)^6 =$
- e) $(-3)^5 =$
- f) $(-2)^8 =$

2.3 Definición de potencia de base fraccionaria y exponente natural.

Cunando nos encontramos multiplicaciones repetidas de números **fraccionarios**, podemos utilizar la simbología de las potencias para expresar dicha multiplicación.

Así:

$$\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \quad \text{ó} \quad \left(\frac{-2}{5}\right) \cdot \left(\frac{-2}{5}\right) \cdot \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^6$$

Como la base **fraccionaria** puede ser **positiva** o **negativa** tendremos también que aplicar la regla de los signos vista en el epígrafe anterior para conocer cómo será la potencia, si positiva o negativa.

Si generalizamos el ejemplo anterior diremos:

Siendo **a/b** y “n” dos números tal que **a/b** \in **Q** y **n** \in **N** \neq **0**Denominamos potencia de base fraccionaria y exponente “n”, al producto de “n” factores iguales todos a la base **a/b**

$$\overbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Si recordamos como se multiplican las fracciones, (multiplicando los numeradores entre sí y los denominadores de igual forma) la expresión anterior también podríamos ponerla como:

$$\overbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Por tanto:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Expresión muy importante pues indica que una potencia de base fraccionaria podemos expresarla como cociente de dos potencias de base entera.

Ejercicio

6) Expresa una potencia fraccionaria como cociente de potencias enteras:

$$(-2/3)^3 =$$

7) Expresa un cociente de potencias enteras como potencia fraccionaria:

$$\frac{5^4}{6^4} =$$

2.4 Operaciones con potencias.**a. Producto de potencias de la misma base.**

El producto de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplo:

a) $4^3 \cdot 4^5 = (4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4) = 4^{3+5} = 4^8$

b) $(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{2^7}{3^7}$

Autoevaluación:

8) Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3 =$

b) $(3 \cdot 2)^5 =$

c) $(7 \cdot 2)^2 =$

d) $(10 \cdot 5)^3 =$

9) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 =$

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 =$

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 =$

d) $5 \cdot 5^2 =$

10) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 =$

b) $5^{12} : 5^2 =$

c) $10^8 : 10^3 =$

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$

b. Potencia de potencia.

Una potencia elevada a otra potencia, es igual a una potencia de la misma base cuyo exponente es igual al producto de los exponentes:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Ejemplo:

a) $(4^5)^3 = 4^5 \cdot 4^5 \cdot 4^5 = 4^{5+5+5} = 4^{15}$

b) $(5^3)^2 = 5^6$

c) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{10} = \frac{3^{10}}{5^{10}}$

Autoevaluación:

11) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $(3^2)^5 =$

b) $(2^2)^7 =$

c) $(5^2)^3 =$

d) $(2^2)^3 =$

e) $\{(-10)^2\}^3 =$

f) $(3^{-2})^5 =$

c. Potencia de un producto.

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores del producto.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

Ejemplo: Expresa en forma de producto de potencias la siguiente expresión:

$$(2 \cdot 3)^3 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 2^3 \cdot 3^3$$

Autoevaluación:

12) Expresa en forma de producto de potencias las siguientes expresiones:

a) $(2 \cdot 5)^6 =$

b) $(3 \cdot 4)^2 =$

c) $(2 \cdot 8)^3 =$

d. Potencia de un cociente.

La potencia de un cociente es igual al cociente entre la potencia del dividendo y la del divisor.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{7^3}$$

e. Cociente de potencias de la misma base.

El cociente de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia entre el exponente del dividendo (numerador) y el del divisor (denominador).

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{4^5}{4^3} &= \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot 4 \cdot 4}{\cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4}} = 4 \cdot 4 = 4^{5-3} = 4^2 \\ \text{b)} \quad 5^{-4} : 5^{-3} &= 5^{-4-(-3)} = 5^{-1} \\ \text{c)} \quad \frac{2^7}{2^3} &= 2^{7-3} = 2^4 \end{aligned}$$

Ejercicio:

13) Resuelve las siguientes potencias.

$$\text{a)} \quad 3^5 : 3^3 =$$

$$\text{b)} \quad \frac{5^6}{5^3} =$$

f. Producto y Cociente de distinta base.

Cuando nos encontramos potencias de distinta base, no podremos agruparlas y procederemos resolviendo cada potencia por separado operando convenientemente.

Ejemplo:

$$\text{a)} \quad 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$$

$$\text{b)} \quad \frac{3^3}{5^2} = \frac{27}{25}$$

$$\text{c)} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{9}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

Ejercicio:

14) ¿Son potencias de la misma base $(-3)^3$ y $(3)^2$?

2.5 Potencia con exponente cero.

Partamos del siguiente ejemplo que representa a una fracción donde el numerador es igual al denominador: $125/125$

Si nos preguntan cuál es el valor de dicha fracción, no dudáramos en decir que es uno. $125/125 = 1$

Si factorizamos 125 diríamos que $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

$$\text{Por tanto : } \frac{125}{125} = \frac{5^3}{5^3} = 1$$

Si recordamos como actuamos cuando tenemos potencias de la misma base diríamos:

$$\frac{125}{125} = \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0 = 1$$

Podemos llegar a la siguiente conclusión que podríamos generalizar para cualquier base numérica:

Cualquier potencia elevada al exponente cero será igual a 1.

$$a^0 = 1$$

Ejemplo:

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^0 = \frac{(-2)^0}{(5)^0} = \frac{1}{1} = 1$$

2.6 Potencia con exponente negativo.

Para entender qué ocurre cuando estamos con una potencia de exponente negativo debemos recordar los números fraccionarios, en particular, el concepto de inverso de un número.

Si el número **a** decimos que es inverso del número **b**, deberá suceder que **a · b = 1**

Supongamos que **a** fuese el número 7. ¿Cuál será su número inverso?

$$\text{Si } 7 \cdot b = 1 \implies b = \frac{1}{7}$$

Pero sabemos del epígrafe anterior que el número **1** podemos ponerlo como una potencia de exponente cero, por ejemplo 7^0

Luego podríamos decir que:

$$b = \frac{1}{7} = \frac{7^0}{7}$$

Si recordamos ahora como resolvíamos el cociente de potencias de la misma base pondríamos:

$$b = \frac{1}{7} = \frac{7^0}{7^1} = 7^{0-1} = 7^{-1}$$

Y generalizando para cualquier base podríamos sacar la siguiente conclusión:

Cualquier base, elevada a una potencia de **exponente negativo**, será igual a la unidad dividida por la misma potencia pero expresada con exponente positivo y representa la **inversa de un número**.

$$a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$$

Luego a^{-n} es el número inverso de a^n

Por tanto el signo del exponente de una potencia, no hace al número ni positivo ni negativo.

- ***Veamos el siguiente desarrollo para una potencia de base fraccionaria y la conclusión que sacamos.***

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{0-n} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^0}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\left(\frac{a^n}{b^n}\right)} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Si tenemos una potencia de base fraccionaria elevada a un exponente entero negativo, si invertimos la fracción el exponente cambiará de signo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Las dos fracciones anteriores **no son inversas**, son equivalentes.

Ejercicio:

15) Expresa las potencias dadas con exponente positivo.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} =$

2.7 Potencias de base diez.

Si recordáis nuestro sistema de numeración se denomina decimal pues está basado en las potencias del número diez.

La utilización de las potencias de diez es muy empleada cuando tenemos que hablar de números muy **grandes** o muy **pequeños**.

Así por ejemplo:

- La velocidad de la luz es de 300.000.000 m/s, podemos expresarla de manera más breve y cómoda utilizando la simbología potencial, de potencias de base diez como $3 \cdot 10^8$ m/s.
- La masa del Sol es de 19891000000000000000000000000000 kg, que evidentemente es más fácil expresar como: $19891 \cdot 10^{26}$
- La longitud de onda de los rayos cósmicos es inferior a 0,0000000000000001 metros, y la podemos expresar así:

$$0,0000000000000001 = \frac{1}{1000000000000000} = \frac{1}{10^{14}} = 1 \cdot 10^{-14}$$

Para facilitar aún más la escritura de los cardinales numéricos, a algunas potencias de diez se les asigna una letra específica que en el tema sobre unidades de medida nos servirán para escribir los múltiplos y submúltiplos de cualquier unidad de medida.

Equivalencia en simbología potencial 10^n	Prefijo	Símbolo	Unidades equivalentes.
10^{24}		Y	Cuatrillón
10^{21}		Z	Mil trillones
10^{18}		E	Trillón
10^{15}		P	Mil billones
10^{12}		T	Billón
10^9		G	Mil millones / Millardo
10^6		M	Millón
10^3	kilo	k	Mil / Millar
10^2	hecto	h	Cien / Centena

10^1	deca	da	Diez / Decena	
10^0	<i>ninguno</i>		Uno / Unidad	
10^{-1}	deci	d	Décimo	
10^{-2}	centi	c	Centésimo	
10^{-3}	mili	m	Milésimo	
10^{-6}	micro	μ		
10^{-9}	nano	n	Milmillonésimo	
10^{-12}	pico	p	Billonésimo	
10^{-15}	femto	f	Milbillonésimo	
10^{-18}	atto	a	Trillonésimo	
10^{-21}	zepto	z	Sextillonésimo	Miltrillonésimo
10^{-24}	yocto	y	Septillonésimo	Cuatrillonésimo

Ejercicio:

- 16) Expresa la resolución del microscopio fotónico y electrónico en potencias de base diez de la unidad patrón de medida de longitudes (metro).
- Microscopio fotónico resolución: $0,2 \mu\text{m}$. =
 - Microscopio electrónico resolución: $0,2 \text{ nm}$ =

2.8 Actividades sobre potencias.

17) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$

d) $5 \cdot 5^2 = 5^3$

18) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 =$

b) $5^{12} : 5^2 =$

c) $10^8 : 10^3 =$

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$

19) Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) $(-3)^4 =$

b) $(-1)^5 =$

c) $(-2)^3 =$

d) $(-2)^6 =$

e) $(-3)^5 =$

f) $(-2)^8 =$

20) Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3 =$

b) $(3 \cdot 2)^5 =$

c) $(7 \cdot 2)^2 =$

d) $(10 \cdot 5)^3 =$

Para saber más:

En los siguientes enlaces puedes profundizar y practicar ejercicios de potencias:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Potencias_y_raices/index.htm

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/potencia/index.htm

<http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA2/potenciacionN.html>

3) Proporcionalidad: ratios, porcentajes y descuentos

Si acudimos al diccionario se define **Ratio** como una voz femenina que significa **Relación** cuantificada entre dos magnitudes que refleja su proporción, es decir, la **Razón** de dos magnitudes relacionadas.

Esta palabra es muy utilizada en el mundo económico queriendo expresar con ella una Relación cuantitativa entre dos fenómenos que refleja una situación concreta de rentabilidad, de nivel de inversiones, etc. Los ratios son indicadores que permiten comparaciones interempresariales.

Supongamos que tenemos un bote de pintura, y denominamos "a" a la cantidad de colorante que contiene y por "b" la cantidad de pintura total.

Podríamos entonces decir que **la ratio** (proporción) colorante, pintura para sacar nuestro color favorito será:

$$\text{Ratio (color/pintura)} = a/b$$

Pero podría interesarnos saber cuántas partes de colorante debemos echar por **una** parte de pintura.

A la expresión obtenida le vamos a llamar: **tanto por uno** (tantas parte de colorante por una de pintura). Lo expresamos con el símbolo **1/1**.

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{1}$$

Tanto por uno (1/1)

Pero si ahora tuviésemos un bote con 100 partes de pintura la porción de colorante sería:

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{100}{100} = \frac{a \cdot 100}{100} = \frac{a}{b} \cdot 100\%$$

Es decir, multiplicaríamos el tanto por uno correspondiente (**a/b**) por 100.

Esta ratio es muy usada como referencia, hablándose de una proporción en tanto por ciento. Tantas partes de colorante por cien partes de pintura. Lo expresamos con el símbolo **%**.

De la misma manera podríamos expresar la proporción en **tantos por mil**, en **tantos por diez mil** (*puntos básicos*) en **partes por millón**, etc, indicando cada proporción con un sufijo determinado, ‰, **0/000**, **ppm**.

3.1 Porcentajes y descuentos

Es frecuente el uso en el entorno cotidiano de proporciones expresadas como porcentajes, que reciben nombres particulares según el contexto, pero cuyo fundamento matemático, su operatividad es la misma.

Cuando nos piden el porcentaje de cierta cantidad, nos están pidiendo que determinemos la cuarta proporcional de la igualdad entre dos razones.

Si nos dicen: ¿Cuánto será el 23% de 1750 €?

Podríamos establecer la siguiente igualdad de razones, donde X va a representar al término desconocido:

$$\boxed{\frac{23}{100} = \frac{X}{1750}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{X = \frac{23 \cdot 1750}{100} = 402,5 \text{ €}}$$

- Podemos encontrarnos que los porcentajes hallados tengamos que sumarlos al principal, por ejemplo cuando añadimos el I.V.A al precio de un artículo, en este caso el procedimiento seguido sería:

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} + X \% (\text{Precio}) = \text{Precio} + \frac{x}{100} \cdot \text{Precio} = \text{Precio} \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = \text{Precio} \cdot (1 + X \%)$$

Analizamos el siguiente ejemplo:

El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 16%?

Un procedimiento largo nos llevaría a realizar las siguientes operaciones:

El porcentaje del IVA (impuesto sobre el valor añadido) será una cantidad a añadir al precio, calculemos dicha cantidad.

$$\frac{16}{100} = \frac{X \text{ €}}{1200 \text{ €}} \quad \Rightarrow \quad X = \frac{(16) \cdot 1200}{100} = 192 \text{ €}$$

$$\text{Luego pagaremos} = 1200 \text{ €} + 192 \text{ €} = 1392 \text{ €}$$

Por el procedimiento corto utilizando la expresión deducida más arriba, tendríamos:

$$\text{Pagaremos} = 1200 \text{ €} \cdot (1 + 0,06) = 1200 \cdot (1,06) = \mathbf{1272 \text{ €}}$$

- Podemos encontrarnos que a los porcentajes hallados tengamos que restarlos del principal, por ejemplo cuando nos hacen un descuento.

En estos casos podemos aplicar el siguiente procedimiento que nos facilita el cálculo.

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x \% (\text{Precio}) = \text{Precio} - \frac{x}{100} \cdot \text{Precio} = \text{Precio} \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = \text{Precio} \cdot (1 - x \%)$$

Veamos el siguiente ejemplo:

Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7,5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

Método largo

$$\frac{\text{Descuento}}{8800 \text{ €}} = \frac{7,5}{100} \quad \Rightarrow \quad \text{Descuento} = \frac{(7,5) \cdot 8800 \text{ €}}{100} = 660 \text{ €}$$

Método corto

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x \% (\text{Precio}) = \text{Precio} \cdot (1 - 0, x)$$

$$\text{PAGAMOS} = 8800 \text{ €} \cdot (1 - 0,075) = 8800 \text{ €} (0,925) = 8140 \text{ €}$$

Ejercicio 19

El 60% de los empleados de una empresa llegan al trabajo en autobús. Si el número total de empleados es 1.200, ¿cuántos llegan en autobús?

Ejercicio 20

En una votación participan 300 personas. ¿Qué tanto por ciento de los votos obtuvo un candidato que fue votado por 60 personas?

Ejercicio 21

Lourdes tiene un depósito bancario de 4000 € que le da un 4% anual. ¿Qué interés le produce su capital al final de año? ¿Y en 5 años?

3.2 Interés Bancario

Cuando realizamos una operación bancaria suelen intervenir las siguientes cantidades:

- **Capital:** Cantidad de dinero que se deposita o se solicita al banco. Se representa por *c*.
- **Tipo de interés o rédito:** Dinero que paga el banco (o cobra) por cada 100 euros. Se representa por *r*.
- **Interés:** Cantidad de dinero que paga el banco (o cobra) por el capital que hemos depositado (o solicitado). Se representa por *i*.
- **Tiempo:** Número de días, meses o años que permanece el capital en el banco. Se representa por *t*.

El importe del interés *i* que produce una cantidad de dinero viene dado por la fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100} = 160 \text{ €}$$

En la anterior fórmula, si el tiempo viene expresado en meses, el denominador se multiplica por 12 y pasa a ser 1200. Si el tiempo viene expresado en días, el denominador se multiplica por 365 y pasa a ser 36500.

ENLACES DE INTERÉS

Para saber más:

Puedes acceder a esta página donde se trata este apartado:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Proporcionalidad_lbc/repdirectprop.htm

Para saber más:

Puedes acceder a esta página donde se trata este apartado:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Porcentajes_e_indices/porcentaje.htm

4. Autoevaluación.

1. Si “**n**” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $n^6 \cdot n^3 \cdot n =$
 - a. n^8
 - b. n^{10}
 - c. n^9
2. Si “**n**” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $(n^3)^5 =$
 - a. n^3
 - b. n^{15}
 - c. n^8
3. Señala cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: -3^4
 - a. -81
 - b. 81
 - c. -12
- 4.Cuál es el inverso del número 6^{-3}
 - a. -6^3
 - b. $1 / 6^{-3}$
 - c. $1 / 6^3$
5. ¿Cómo expresarías en forma de potencia el siguiente número: 0,000000000007?
 - a. $7 \cdot 10^{-12}$
 - b. $7 \cdot 10^{-13}$
 - c. $7 \cdot 10^{-11}$

6. La potencia 10^{-6} puede expresarse mediante una letra griega. Cuál es dicha letra y el nombre de la potencia que representa.
- β , mu, micro
 - Ω , alfa, micro
 - μ , mu, micro
7. El cociente de estos dos números $3^{-2} : 3^2$ es.
- 1
 - 3^{-4}
 - 3^4
8. Operando la siguiente expresión $(3^{-2} : 3^2)$ resulta:
- 1
 - 3^{-4}
 - 3^4
9. El resultado de esta operación $(-2/3)^3 \cdot (2/3)^5 =$ es:
- $(2/3)^8 =$
 - $(-2/3)^8$
 - $-(2/3)^8$
10. El resultado de la siguiente operación $(2^3 + 2^5 =)$ es:
- 2^8
 - $2^3 \cdot 5$
 - 64
11. Escribe en forma de producto y calcula las siguientes potencias:
- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
 - $4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$
 - $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
 - $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$

12 Rellena la siguiente tabla:

Potencia	Base	Exponente	Signo (+/-)	Valor
2^3	2	3	+	8
(-3^2)	-3	2	+	9
$(-2)^3$	-2	3	-	-8
-2^2	2	2	-	-4

13 ¿Por qué hemos dicho que -2^2 vale - 4, si la base es positiva y el exponente par?

Esta situación es fácil de confundir en el cálculo por ello debemos fijarnos que el signo de la potencia **no está afectado** por el exponente.

También debemos saber que esta expresión representa el **producto de dos números**, uno de los cuales no aparece, están implícito en la operación, si lo afloramos podríamos poner que:

$$-2^2 = (-1) \cdot 2^2 = (-1) \cdot 4 = -4$$

No aparece el 1 pues representa al elemento neutro de la operación de multiplicar. Pero si su signo, por ser entero negativo.

Y por la regla de los signos **(-).(+)** será **(-)**

14. Resuelve:

a. $-(-2^3) = (-1) \cdot ((-1) \cdot 2^3) = 2^3 = 8$

b. $-5^2 = (-1) \cdot 5^2 = 25$

c. $-(2)^5 = (-1) \cdot 2^5 = 32$

d. $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

15 Escribe en forma de producto y calcula:

a. $(-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 \times -3 = 81$

b. $(-1)^5 = -1 \times -1 \times -1 \times -1 \times -1 = -1$

c. $(-2)^3 = -2 \times -2 \times -2 = -8$

d. $(-2)^6 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 = 64$

e. $(-3)^5 = -3 \times -3 \times -3 \times -3 \times -3 = -243$

f. $(-2)^8 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 = -256$

16 Expresa una potencia fraccionaria como cociente de potencias enteras:

$$(-2/3)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{(3)^3} = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$$

17 Expresa un cociente de potencias enteras como potencia fraccionaria:

$$\frac{5^4}{6^4} = \frac{5^4}{6^4} = \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

18 Escribe como producto de potencias:

a. $(2 \cdot 4)^3 = 2^3 \times 4^3$

b. $(3 \cdot 2)^5 = 3^5 \times 2^5$

c. $(7 \cdot 2)^2 = 7^2 \times 2^2$

d. $(10 \cdot 5)^3 = 10^3 \times 5^3$

19 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

b. $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$

c. $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$

d. $5 \cdot 5^2 = 5^3$

20 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $2^5 : 2^3 = 2^2$

b. $5^{12} : 5^2 = 5^{10}$

c. $10^8 : 10^3 = 10^5$

d. $(-10)^5 : (-10)^2 = (10)^3$

21 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $(3^2)^5 = 3^{10}$

b. $(2^2)^7 = 2^{14}$

c. $(5^2)^3 = 5^6$

d. $(2^2)^3 = 2^6$

e. $\{(-10)^2\}^3 = (-10)^6$

f. $(3^{-2})^5 = 3^{-10}$

22 Expresa en forma de producto de potencias las siguientes expresiones:

a. $(2.5)^6 = 2^6 \cdot 5^6$

b. $(3.4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$

c. $(2.8)^3 = 2^3 \cdot (2^3)^3 = 2^{12}$

23 Resuelve las siguientes potencias.

a) $3^5 : 3^4 = 3^{5-4} = 3$

b) $\frac{5^6}{5^3} = 5^{6-3} = 5^3$

24 ¿Son potencias de la misma base $(-3)^3$ y $(3)^2$?

Si has respondido NO, has acertado y además recuerdas bien el tema sobre los números.

Pues efectivamente **(-3)** es un número **Entero** y **(3)** es un número **Natural**.

Podríamos proceder del siguiente modo:

$$(-3)^3 \cdot (3)^2 = ((-1) \cdot (3))^3 \cdot (3)^2 = (-1)^3 \cdot (3)^3 \cdot (3)^2 = (-1)^3 \cdot (3)^5 = - (3)^5$$

25 Expresa las potencias dadas con exponente positivo.

$$a) \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3$$

$$b) \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2$$

26 Expresa la resolución del microscopio fotónico y electrónico en potencias de base diez de la unidad patrón de medida de longitudes (metro).

a. Microscopio fotónico resolución: $0,2 \mu\text{m} = 10^{-6}$

El prefijo μ equivale a una potencia de base 10 de valor: 10^{-6}

b. Microscopio electrónico resolución: $0,2 \text{ nm} = 10^{-9}$

El prefijo n equivale a una potencia de base 10 de valor: 10^{-9}

27 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

b. $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$

c. $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$

d. $5 \cdot 5^2 = 5^3$

28 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $2^5 : 2^3 = 2^2$

b. $5^{12} : 5^2 = 5^{10}$

c. $10^8 : 10^3 = 10^5$

d. $(-10)^5 : (-10)^2 = (-10)^3$

29 Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) $(-3)^4 = 81$

b) $(-1)^5 = -1$

c) $(-2)^3 = -8$

d) $(-2)^6 = 64$

e) $(-3)^5 = -243$

f) $(-2)^8 = 256$

30 Escribe como producto de potencias:

a. $(2 \cdot 4)^3 = 2^3 \times (2^2)^3 = 2^9 = 512$

b. $(3 \cdot 2)^5 = 3^5 \times 2^5 = 7776$

c. $(7 \cdot 2)^2 = 7^2 \times 2^2 = 196$

d. $(10 \cdot 5)^3 = 10^3 \times 5^3 = 125000$

ACTIVIDADES RESUELTAS

- 31 Si “n” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $n^6 \cdot n^3 \cdot n =$
- a. n^8
 - X** b. n^{10}
 - c. n^9
- 32 Si “n” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $(n^3)^5 =$
- a. n^3
 - X** b. n^{15}
 - c. n^8
- 33 Señala cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $- 3^4$
- X** a. -81
 - b) 81
 - c) -12
- 34Cuál es el inverso del número 6^{-3}
- a. -6^3
 - b. $1 / 6^{-3}$
 - X** c) $1 / 6^3$
- 35 ¿Cómo expresarías en forma de potencia el siguiente número: 0,000000000007?
- X** a) $7 \cdot 10^{-12}$
 - b) $7 \cdot 10^{-13}$
 - c) $7 \cdot 10^{-11}$
- 36 La potencia 10^{-6} puede expresarse mediante una letra griega.Cuál es dicha letra y el nombre de la potencia que representa.
- a. β , mu, micro
 - b. Ω , alfa, micro
 - X** c) μ , mu, micro
- 37 El cociente de estos dos números $3^{-2} : 3^2$ es.
- a) 1
 - X** b) 3^{-4}

c) 3^4

38 Operando la siguiente expresión $(3^{-2} : 3^2)$ resulta:

a) 1

X b) 3^{-4}

c) 3^4

39 El resultado de esta operación $(-2/3)^3 \cdot (2/3)^5 =$ es:

a. $(2/3)^8$

b. $(-2/3)^8$

X c) $-(2/3)^8$

40 -l resultado de la siguiente operación $(2^3 + 2^5 =)$ es:

a. 2^8

X b) $2^{3.5}$

c) 64

Tema 2. El lenguaje científico. Magnitudes y medidas

ÍNDICE

- 1) La medida
- 2) Sistema Internacional de Unidades.
- 3) Sistema métrico decimal.
- 4) Magnitudes fundamentales y derivadas
 - 4.1. Unidades de Longitud
 - 4.2. Unidades de masa
 - 4.3. Unidades de capacidad
 - 4.4. Unidades de volumen
 - 4.5. Unidades de superficie
- 5) Uso de la notación científica
 - 5.1. De decimal a notación científica
 - 5.2. De notación científica a decimal

INTRODUCCIÓN.

En la vida diaria el concepto de medida nos resulta familiar, ya que todos hemos medido algo alguna vez, bien sea con palmos, pies, comparándonos en altura con otro compañero, la velocidad en una carrera, el tiempo que tardas en realizar una tarea, la cantidad de agua que coge en una botella...etc.

En esta Unidad aprenderás ¿Qué es la medida?, las magnitudes fundamentales, el sistema métrico decimal y su uso en la notación científica.

1) LA MEDIDA

La primera utilidad que se le dio a los números fue la de contar. Contar objetos, animales, personas, porciones de cosas, etc. Un paso más en la utilización de los números es medir: para medir también necesitamos manejar los números y... algo más.

Así, podemos decir que **medir** es comparar una cantidad de magnitud con otra similar (de la misma especie), llamada unidad, para averiguar cuántas veces la contiene. Y una unidad es una cantidad que se adopta como patrón para comparar con ella cantidades de la misma especie. Ejemplo: Cuando decimos que un objeto mide dos metros, estamos indicando que es dos veces mayor que la unidad tomada como patrón, en este caso el metro.

Pero también hay propiedades que no se pueden medir, como por ejemplo la belleza de una persona. Por lo tanto, las propiedades QUE SE PUEDEN MEDIR se denominan **magnitudes**.

Actividad 1

Señala si las siguientes propiedades son magnitudes.

a) Tiempo

Verdadero Falso

b) Belleza

Verdadero Falso

c) Longitud

Verdadero Falso

d) Volumen

Verdadero Falso

e) Creatividad

Verdadero Falso

f) Decisión

Verdadero Falso

g) Densidad

Verdadero Falso

h) Honradez

Verdadero Falso

i) Velocidad

Verdadero Falso

Actividad 2

Clasifica como magnitudes o unidades de medida

a) Litro

b) Tiempo

c) Hora

d) Gramo

e) Altitud

f) Presión

2. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

En cada uno de los distintos lugares del mundo se utilizaban unidades de medida tan variables como el tamaño del pulgar de quien lo mide, o el pie del rey de turno. Para resolver el problema que suponía la utilización de unidades diferentes en distintos lugares del mundo, en la XI Conferencia General de Pesos y Medidas (París, 1960) se estableció el Sistema Internacional de Unidades (SI). Para ello, se actuó de la siguiente forma:

- En primer lugar, se eligieron las magnitudes fundamentales y la unidad correspondiente a cada magnitud fundamental. Una **magnitud fundamental** es aquella que se define por sí misma y es independiente de las demás (masa, tiempo, longitud, etc.).
- En segundo lugar, se definieron las magnitudes derivadas y la unidad correspondiente a cada magnitud derivada. Una **magnitud derivada** es aquella que se obtiene mediante expresiones matemáticas a partir de las magnitudes fundamentales (densidad, superficie, velocidad).

En el cuadro siguiente puedes ver las **magnitudes fundamentales del SI**, la unidad de cada una de ellas y la abreviatura que se emplea para representarla:

Magnitud	Unidad	Abreviatura
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Intensidad de corriente	amperio	A
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

3. SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

¿QUÉ DEBES SABER SOBRE EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL?

El Sistema Métrico Decimal es el sistema de medida universalmente aceptado, cuyas unidades están relacionadas mediante potencias de 10.

- El metro (m) es la unidad principal de longitud en el Sistema Métrico Decimal.
- El kilogramo (kg) es la unidad principal de masa en el Sistema Métrico Decimal.
- El litro (l) es la unidad principal de capacidad en el Sistema Métrico Decimal.
- Para pasar de una unidad a otra inmediatamente inferior o superior se multiplica o se divide por 10, respectivamente.
- Una medida en forma compleja se expresa en una sola unidad, y en forma incompleja, en más de una unidad.
- Para sumar o restar medidas, éstas han de estar expresadas en la misma unidad.

- El metro cuadrado (m^2) es la unidad principal de superficie, y es la superficie que tiene un cuadrado de 1 metro de lado.
- El metro cúbico (m^3) es la unidad principal de volumen, y es el volumen que tiene un cubo de 1 metro de arista.

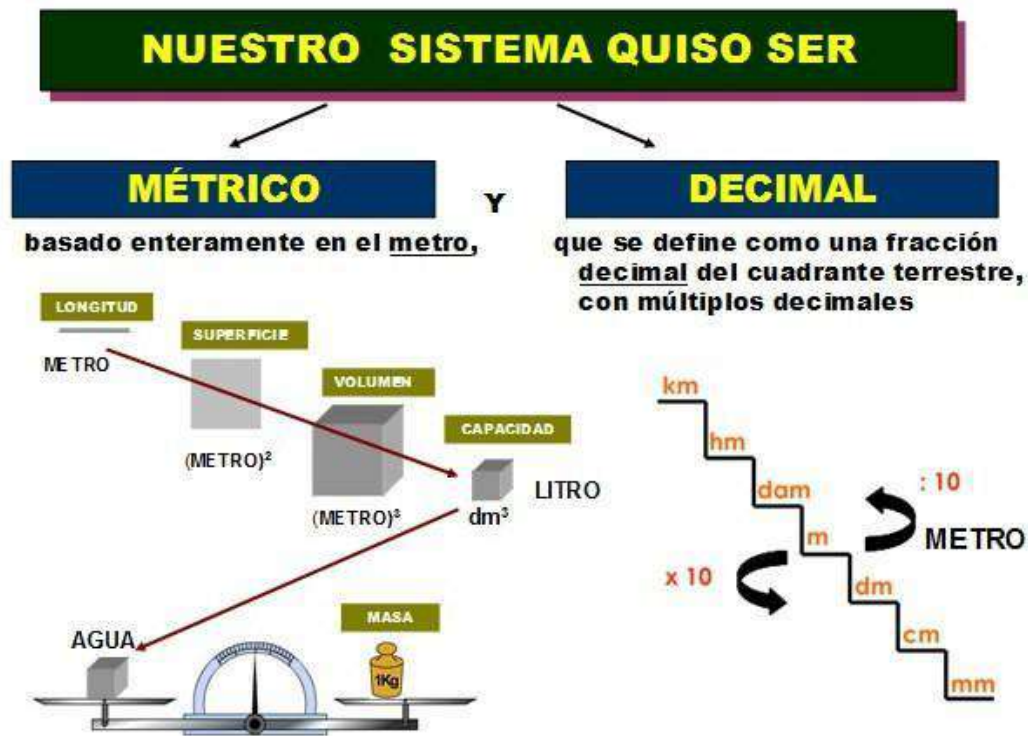


Imagen nº 1: Sistema Métrico Decimal. Fuente: [IES Soja](http://www.matematicasiesoja.wordpress.com/).

<http://www.matematicasiesoja.wordpress.com/>

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Actividad 3

Indica qué unidad de medida emplearías para medir lo siguiente.

- Un lápiz
- la cantidad de agua que coge en un cubo
- Un campo de fútbol
- lo que pesa una bolsa de patatas

4. MAGNITUDES FUNDAMENTALES Y DERIVADAS

En el apartado anterior hemos visto que el Sistema Métrico Decimal elige para cada magnitud una unidad de medida fundamental. En este apartado estudiaremos esas medidas y sus derivadas.

4.1. Unidades de Longitud

La unidad de longitud es una de las unidades de medida estándares que fueron acordadas en la XI Conferencia General de Pesas y Medidas.

La unidad de longitud en el Sistema Internacional es el **metro** y se utiliza para medir la distancia entre objetos, personas y lugares.

Son múltiplos del metro, el decámetro (**dam**), el hectómetro (**hm**) y el kilómetro (**km**). Son submúltiplos el decímetro (**dm**), el centímetro (**cm**) y el milímetro (**mm**)

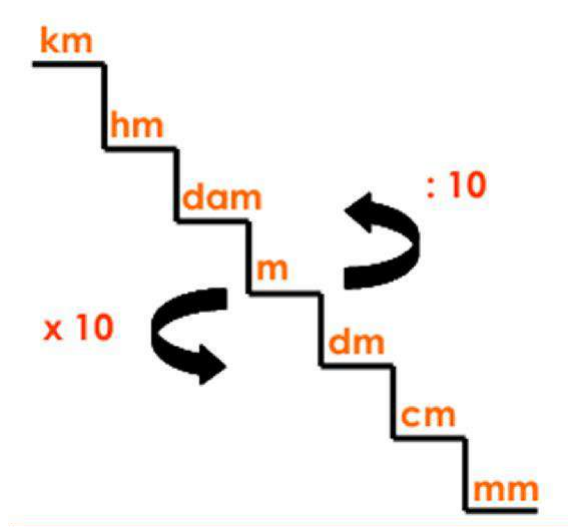


Imagen nº 2: Unidades de longitud.

Fuente: [unidadesdelongitud http://unidadesdelongitud4t2ei.blogspot.com.es/](http://unidadesdelongitud4t2ei.blogspot.com.es/)

Autor: MARIANGI. Licencia: Desconocida

Para cambiar de una unidad a otra seguiremos estos pasos.

1. Para pasar a la unidad inmediatamente inferior, multiplicamos por 10.
2. Para pasar a la unidad inmediatamente superior, dividimos entre 10.

Actividad 4

Convierte las siguientes medidas:

- | | |
|----------------------|------------------------|
| a) 3 km = _____ dam | e) 61800 m = _____ dam |
| b) 500 m = _____ hm | f) 70 dam = _____ dm |
| c) 8300 cm = _____ m | g) 87 km = _____ m |
| d) 180 dam = _____ m | h) 875 dm = _____ mm |

Actividad 5

Resuelve los siguientes problemas:

a) Una cuerda mide 1 metro de larga. Jesús corta 15 cm y Manuel 8 dm. ¿Cuántos cm quedan en la cuerda?

b) He plantado dos árboles en el patio de mi casa. El primero de ellos medía 125 cm, y el segundo de ellos 150 cm. Al cabo de unos años cada árbol ha crecido 15 cm. ¿Cuánto mide ahora cada árbol?

4.2. Unidades de masa

La masa de un cuerpo es el peso que tiene respecto a la fuerza de la gravedad. Podríamos decir que es la "cantidad" de materia que posee.

La unidad fundamental de la masa es el **kilogramo**, aunque los múltiplos y submúltiplos se establecieron a partir del gramo.

Así tenemos que:

- Las unidades más **pequeñas que el gramo** se llaman **SUBMÚLTIPLOS** y son: decigramo (dg), centigramo (cg) y miligramo (mg): **1 g = 10 dg** | **1 g = 100 cg** | **1 g = 1000 mg**
- Las unidades más **grandes que el gramo** se llaman **MÚLTIPLOS** y son: decagramo(dag), hectogramo (hg) y kilogramo (kg): **1 dag = 10 g** | **1 hg = 100 g** | **1 kg = 1000 g**
- No obstante, la Tonelada (**T**), el quintal (**Q**) y el miriagramo (**Mag**) son múltiplos del kilogramo.

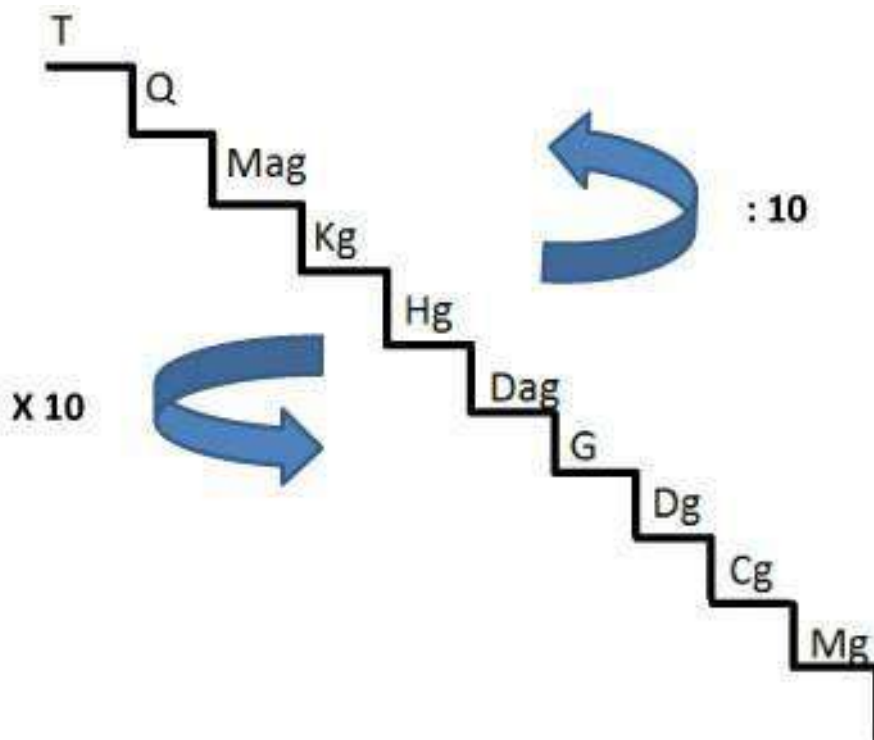


Imagen nº 3: Escalera de Unidades de masa. Autor: Ana José García Tejas
Para pasar de una unidad a otra hay que hacer lo mismo que con las unidades de

longitud, es decir, para pasar de una unidad más grande a otra más pequeña tenemos que multiplicar por un 1 seguido de tantos ceros como escalones haya que bajar.

Para pasar de una unidad más pequeña a otra más grande tenemos que dividir por un 1 seguido de tantos ceros como escalones haya que subir.

En consecuencia:

$$1 \text{ T} = 1.000 \text{ Kg}$$

$$1 \text{ Q} = 100 \text{ kg}$$

$$1 \text{ mag} = 10 \text{ kg}$$

Actividad 6

Convierte las siguientes unidades de masa:

A) 70 dag = _____ dg

D) 8000 mg = _____ dg

B) 54 Q = _____ g

E) 4300 kg = _____ mag

C) 320 hg = _____ cg

F) 280 hg = _____ kg

Actividad 7

Resuelve los siguientes problemas de masa

A) El mueble del salón tiene dos baldas en las que quiero colocar libros. El carpintero me ha dicho que cada balda soporta 5 kg. Si cada libro de los que quiero colocar pesa 400 gramos. ¿Cuántos libros puedo colocar en las dos estanterías?

B) En la compra de esta mañana he traído 2,5 kg de naranjas, 250 g de espárragos, 35 dag de nueces y 4 hg de champiñones. ¿Cuántos kilogramos pesa la compra?

4.3. Unidades de capacidad

Cuando nos referimos a la **capacidad** que tiene un recipiente, hacemos mención a la cantidad de líquido que éste puede contener; el **litro** es su unidad de medida principal.

Son múltiplos del litro, el decalitro (**dal**), el hectolitro (**hl**) y el kilolitro (**kl**). Son submúltiplos el decilitro (**dl**), el centilitro (**cl**) y el mililitro (**ml**)

Para pasar de una unidad a otra se procede de la misma forma que con las unidades de longitud y de masa.

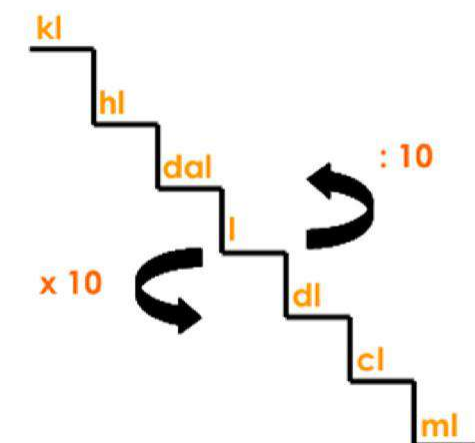


Imagen nº 4: Escalera de capacidad. Fuente:

www.escolares.net. <http://www.escolares.net/matematicas/unidades-de-volumen-y-capacidad/>

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Actividad 8

Convierte las siguientes capacidades en las unidades que te indican:

A) 25 l = _____ ml

D) 300ml = _____ cl

B) 6 dal = _____ dl

E) 500 dl = _____ dal

C) 75 hl = _____ l

F) 830 hl = _____ kl

Actividad 9

Resuelve los siguientes problemas de capacidad:

A) Un frasco de jarabe contiene 330 ml, Marta se tiene que tomar 5 ml 3 veces al día. ¿Para cuántos días tiene Marta jarabe?

B) Calcula los litros de zumo que hay en un paquete de 6 brick de 250 ml cada uno.

4.4. Unidades de volumen

La "capacidad" y el "volumen" son términos que se encuentran estrechamente relacionados. Si la capacidad es la cantidad de líquido que puede contener un recipiente, el **volumen** que ocupa un líquido, fluido, gas o sólido, es el espacio que utiliza.

Son múltiplos del metro cúbico el decámetro cúbico (**dm³**), el hectómetro cúbico (**hm³**) y el kilómetro cúbico (**km³**), son submúltiplos el decímetro cúbico (**dm³**), el centímetro cúbico (**cm³**), y el milímetro cúbico (**mm³**)

El metro cúbico (**m³**) es la unidad principal del volumen, corresponde al volumen en un cubo que mide un metro en todos sus lados y, a diferencia de las demás unidades de medida, éstas aumentan o disminuyen de 1.000 en 1.000.

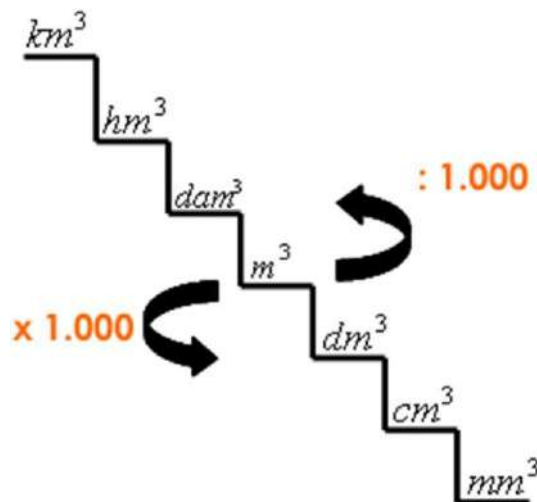


Imagen nº 5: Escalera de volumen. Fuente: www.escolares.net.
<http://www.escolares.net/matematicas/unidades-de-volumen-y-capacidad/>

Autor: Desconocido. Licencia: Desconocida

Por ejemplo:

Para pasar de m^3 a cm^3 nos desplazamos dos lugares a la derecha, por tanto habrá que multiplicar por 1.000.000, es decir, dos veces 1000.

Para pasar de dm^3 a hm^3 nos desplazamos tres lugares a la izquierda, por tanto habrá que dividir 1.000.000.000, es decir, tres veces 1000.

Entre las unidades de volumen y capacidad existen unas equivalencias que vienen determinadas por la definición de litro: Litro es la capacidad de un cubo que tiene de arista un decímetro, es decir, litro es la capacidad de $1 dm^3$. Por tanto, $1 l = 1 dm^3$. A continuación se expresan dichas equivalencias:



Imagen nº 6: Equivalencia entre capacidad y volumen.

Licencia: [Creative Commons Reconocimiento Compartir igual 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Actividad 10

Convierte las siguientes unidades de volumen:

A) $324 m^3 = \underline{\hspace{2cm}} dm^3 = \underline{\hspace{2cm}} l$

D) $27000 hm^3 = \underline{\hspace{2cm}} km^3$

B) $5 dam^3 = \underline{\hspace{2cm}} dm^3 = \underline{\hspace{2cm}} l$

E) $63 dam^3 = \underline{\hspace{2cm}} dm^3$

C) $7700 cm^3 = \underline{\hspace{2cm}} dm^3 = \underline{\hspace{2cm}} l$

F) $89 l = \underline{\hspace{2cm}} dm^3$

Actividad 11

Problemas:

A) Calcula el volumen de agua de una piscina que mide 20 m de largo, 15 de ancho y 3 de profundidad. ¿Cuántos litros son?

B) Una cañería transporta $18 m^3$ de agua por minuto. ¿Cuántos litros habrá transportado al cabo de una hora?

4.5. Unidades de superficie

Las unidades de superficie se utilizan para medir el tamaño o área de los objetos de dos dimensiones. La unidad básica de superficie es el **metro cuadrado** (m^2) siendo un cuadrado que tiene 1 metro de ancho por un metro de largo.

Son múltiplos del metro cuadrado el decámetro cuadrado (**dm^2**), el hectómetro cuadrado (**hm^2**), y el kilómetro cuadrado (**km^2**) y los submúltiplos el decímetro cuadrado (**dm^2**), el centímetro cuadrado (**cm^2**) y el milímetro cuadrado (**mm^2**)

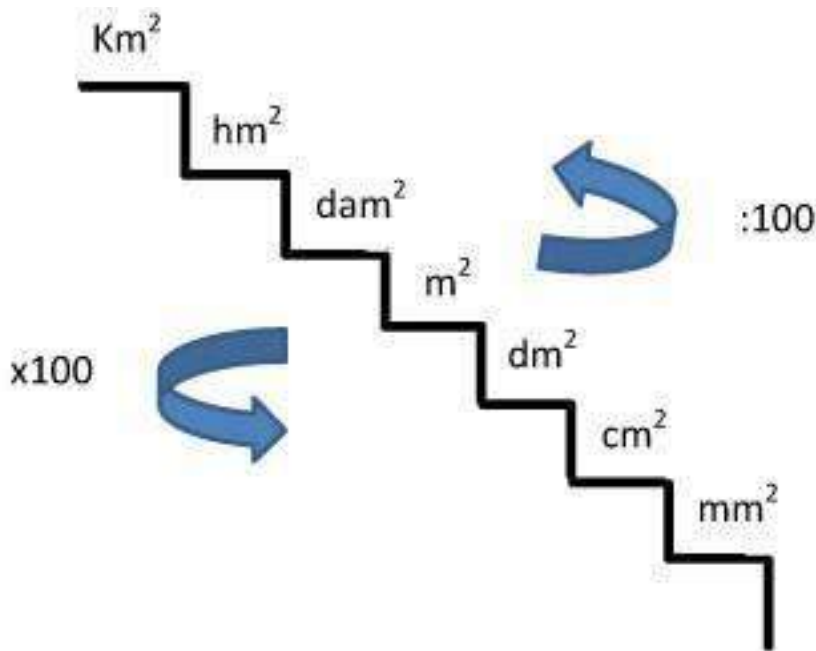


Imagen nº 7: Escalera de Unidades de superficie. Autor: Ana José García Tejas

Estas unidades aumentan o disminuyen de 100 en 100. Por tanto, para pasar de una unidad a otra que está situada a la derecha, debemos contar los lugares que las separan y multiplicar por 100 cada lugar que nos traslademos. Si la unidad está situada a la izquierda, deberemos dividir, con el mismo criterio.

Por ejemplo:

Para pasar de m^2 a cm^2 nos desplazamos dos lugares a la derecha, por tanto habrá que multiplicar por 10.000, es decir, dos veces 100.

Para pasar de dm^2 a hm^2 nos desplazamos tres lugares a la izquierda, por tanto habrá que dividir 1.000.000, es decir, tres veces 100.

Para medir superficies en el campo se suelen utilizar las unidades agrarias. Las unidades agrarias son: el área (a), la hectárea (ha) y la centiárea (ca). Las equivalencias con las unidades de superficie son:

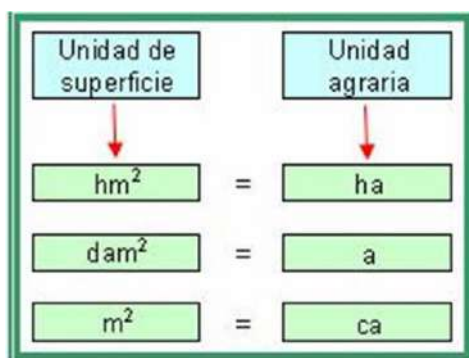


Imagen nº 8: Equivalencia unidades de superficies y unidades agrarias.

Licencia: [Creative Commons Reconocimiento Compartir igual 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Actividad 12

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

- | | |
|---|--|
| A) 14 hm ² = _____ m ² | D) 650 hm ² = _____ ha |
| B) 1200 cm ² = _____ dm ² | E) 90 ca = _____ dam ² |
| C) 8000 m ² = _____ a | F) 25 km ² = _____ m ² |

Actividad 13

Problemas

- A) La longitud de un campo de fútbol es de 118 metros y la anchura de 90 metros. ¿Cuántas hectáreas mide el campo de fútbol?
- B) Un terreno que mide 8 ha cuesta 480.000 €. ¿Cuánto cuesta el metro cuadrado?

5. USO DE LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

HISTORIA DE LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

El primer intento de representar números demasiado grandes fue emprendido por el matemático y filósofo griego Arquímedes, descrito en su obra "El contador de Arena" en el siglo III a.C. Ideó un sistema de representación numérica para estimar cuántos granos de arena existían en el universo. El número estimado por él era de 10⁶³ granos. Nótese la coincidencia del exponente con el número de casilleros del ajedrez sabiendo que para valores positivos, el exponente es n-1 donde n es el número de dígitos, siendo la última casilla la N° 64 el exponente sería 63.

Cuando se trabajan con números muy grandes o muy pequeños, los científicos, matemáticos e ingenieros usan la **notación científica** para expresar esas cantidades. La notación científica es una abreviación matemática, basada en la idea de que es más fácil leer un exponente que contar muchos ceros en un número. Números muy grandes o muy pequeños necesitan menos espacio cuando son escritos en notación científica porque los valores de posición están expresados como potencias de 10.

CÓMO USAR LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

Toda potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente.

Por ejemplo: $10^3 = 1000$, $10^4 = 10000$

Las "potencias de 10" son una manera muy útil de escribir números muy grandes. En lugar de muchos ceros, puedes poner qué potencia de 10 necesitas para hacer todos esos ceros.

De esta manera los científicos y matemáticos pueden escribir números como:

- La célula roja humana es muy pequeña y su diámetro es de 0,0065 mm. Así se escribiría 6.5×10^{-3}
- Un año luz es una unidad muy grande que mide alrededor de 94600000000000000 metros. En notación científica se escribe $9,46 \times 10^{17}$
- El radio de la Tierra es de 6380000 y en notación científica $6,38 \times 10^6$
- La longitud de onda de los rayos cósmicos es inferior a 0,000000000000001 metros, la podemos expresar así: 1×10^{-15} metros.

Con esto deducimos que, números grandes requieren potencias positivas de 10 y números pequeños son descritos por potencias negativas de 10.

En el sistema decimal, cualquier número real puede expresarse mediante **notación científica**.

Para expresar un número en notación científica identificamos la **coma decimal** (si la hay) y la desplazamos hacia la izquierda si el número a convertir es mayor que 10, en cambio, si el número es menor que 1 (empieza con cero coma) la desplazamos hacia la derecha tantos lugares como sea necesario para que (en ambos casos) el único dígito que quede a la izquierda de la coma esté entre 1 y 9 y que todos los otros dígitos aparezcan a la derecha de la coma decimal.

En general escribimos una sola cifra entera multiplicada por 10 elevado a tantos ceros como tenga la cifra. Si se trata de cifras inferiores a 1, lo haremos igual, pero el exponente tendrá el signo negativo.

Ejemplo: $2340000000000 = 2,34 \cdot 10^{12}$

Nota importante:

- Siempre que movemos la coma decimal hacia la izquierda el exponente de la potencia de 10 será positivo.

$732,5051 = 7,325051 \cdot 10^2$ (movimos la coma decimal 2 lugares hacia la izquierda)

- Siempre que movemos la coma decimal hacia la derecha el exponente de la potencia de 10 será negativo.

$-0,005612 = -5,612 \cdot 10^{-3}$ (movimos la coma decimal 3 lugares hacia la derecha) .

5.1. De decimal a notación científica

Ahora que entendemos el formato de notación científica, comparemos algunos números expresados en notación decimal estándar y notación científica para entender cómo convertir de una forma a la otra. Observa la tabla de abajo. Pon mucha atención al exponente de la notación científica y la posición del punto decimal en la notación estándar.

NÚMEROS GRANDES		NÚMEROS PEQUEÑOS	
NOTACIÓN DECIMAL	NOTACIÓN CIENTÍFICA	NOTACIÓN DECIMAL	NOTACIÓN CIENTÍFICA
300,0	3×10^2	0,03	3×10^{-2}
5400000,0	$5,4 \times 10^6$	0,0000054	$5,4 \times 10^{-6}$
762000000000,0	$7,62 \times 10^{11}$	0,0000000000762	$7,62 \times 10^{-11}$

Imagen nº 9: Conversión notación decimal a notación científica. Autor: Ana José García Tejas

Para escribir un número *grande* en notación científica, primero debemos mover el punto decimal a un número entre 1 y 10. Como mover el punto decimal cambia el valor, tenemos que aplicar una multiplicación por la potencia de 10 que nos resulte en un valor equivalente al original. Para encontrar el exponente, sólo contamos el número de lugares que recorrimos el punto decimal. Ese número es el exponente de la potencia de 10.

Por ejemplo para escribir 180000 en notación científica, primero movemos el punto decimal hacia la izquierda hasta que tengamos un número mayor o igual que 1 y menor que 10. El punto decimal no está escrito en 180000, pero si lo estuviera sería después del último cero. Si empezamos a recorrer el punto decimal un lugar cada vez, llegaremos a 1,8 por lo que en notación científica es $1,8 \times 10^5$

El proceso de cambiar entre notación decimal y científica es el mismo para números *pequeños* (entre 0 y 1), pero en este caso el punto decimal se mueve hacia la derecha, y el exponente será negativo. Por ejemplo 0,0004 movemos el punto decimal hacia la derecha hasta que obtenemos el número 4 y contamos el número de lugares que recorrimos el punto decimal. Así obtenemos 4×10^{-4}

Actividad 14

Escribe en notación científica

- A) 4000
- B) 63000
- C) 508
- D) 0,0086
- E) 0,00072
- F) 0,11

5.2. De notación científica a decimal

Números escritos en notación científica pueden ser trasladados a notación decimal. Por ejemplo para escribir 5×10^{-8} en notación decimal, convertimos la potencia de 10 en una serie de ceros entre el número y el punto decimal. Como el exponente es negativo, todos esos ceros van a la izquierda del número 5, así obtenemos 0,00000005

Si el exponente es positivo todos esos ceros van a la derecha del número. Por ejemplo: $6 \times 10^4 = 60000$

Ten cuidado aquí y no te dejes llevar por los ceros — el número de ceros después del punto decimal siempre será 1 *menos* que el exponente. Se necesita una potencia de 10 para mover el punto decimal a la izquierda del primer número.

Por ejemplo: $6,2 \times 10^3 = 6200$

Actividad 15

Convierte de notación científica a notación decimal.

A) $4,5 \times 10^5$

D) $5,3 \times 10^{-4}$

B) $3,25 \times 10^3$

E) $2,8 \times 10^{-6}$

C) 7×10^4

F) 4×10^{-9}

Tema 3. Ecosistemas: componentes y conservación. Consecuencias del cambio climático.

ÍNDICE

- 1) Ecosistemas y sus componentes
 - 1.6. Ecosistemas
 - 1.7. Componentes
- 2) El medio físico. Factores abióticos.
 - 2.4. Luz
 - 2.5. Temperatura
 - 2.6. Humedad
 - 2.7. Características del terreno
- 3) Diversidad de especies. Factores bióticos.
 - 3.1. Relaciones intraespecíficas
 - 3.2. Relaciones interespecíficas
 - 3.2.1. Competencia interespecífica
 - 3.2.2. Depredación y parasitismo
 - 3.2.3. Comensalismo e inquilinismo
 - 3.2.4. Mutualismo y simbiosis
- 4) Las cadenas tróficas
- 5) Las redes tróficas
- 6) Hábitat y nicho ecológico
- 7) Ciclo de la materia
- 8) Flujo de energía
- 9) Tipos de ecosistemas
 - 9.1. Ecosistemas acuáticos
 - 9.1.1. De agua dulce
 - 9.1.2. Marino
 - 9.2. Biomas terrestres
 - 9.2.1. Clasificación de los biomas terrestres por la flora y la fauna
- 10) Cambio climático.

Introducción

Un **ecosistema** es el conjunto formado por los seres vivos y el medio físico en el que habitan, estableciéndose distintas relaciones entre sus componentes y el medio en el que viven.

Al conjunto del medio físico que habitan los seres vivos y las condiciones físicas como luz, humedad, suelo etc. se le llama **biotopo**. Al conjunto de seres vivos que forman poblaciones se le denomina **biocenosis**. Hay gran cantidad de **ecosistemas** aunque a nivel general se les puede dividir en **terrestres y marinos**.

Los seres vivos se relacionan entre ellos y con el medio en que viven.

Las **plantas**, por medio de la fotosíntesis, transforman la materia inorgánica en materia orgánica; son los **productores primarios**. Hay animales que se alimentan de las plantas constituyendo los **consumidores primarios (herbívoros)**, también hay otros animales que se alimentan de estos otros **consumidores secundarios (carnívoros)**. Todos forman una cadena alimenticia o trófica. Los animales cuando mueren son el alimento de los **descomponedores**, que transforman la materia orgánica en inorgánica cerrando el ciclo de la materia.

Toda la energía necesaria para la vida proviene del sol, las plantas la utilizan para la fotosíntesis y de ahí va pasando de unos seres a otros; en el camino se pierde energía en forma de calor. Así como **la materia** forma un **ciclo cerrado**, la energía no, **la energía** fluye de unos seres a otros, **es un flujo unidireccional**.

Los ecosistemas no son entidades estáticas, varían a lo largo del tiempo. Muchos de los cambios observables son la respuesta del ecosistema a **cambios rítmicos** de origen astronómico (cambios de estaciones). Estos cambios se producen con una periodicidad precisa. Otros cambios no son rítmicos, son los llamados **fluctuaciones**. Por último, es posible observar, con una mayor escala de tiempo, cambios profundos en los ecosistemas en los que unas biocenosis son sustituidas por otras, son las **sucesiones**.

2) Ecosistemas y sus componentes

1.1. Ecosistemas

Un **ecosistema** es el conjunto formado por los seres vivos (**biocenosis**) y el medio físico en el que habitan (**biotopo**), estableciéndose distintas relaciones entre sus componentes y el medio en el que viven.

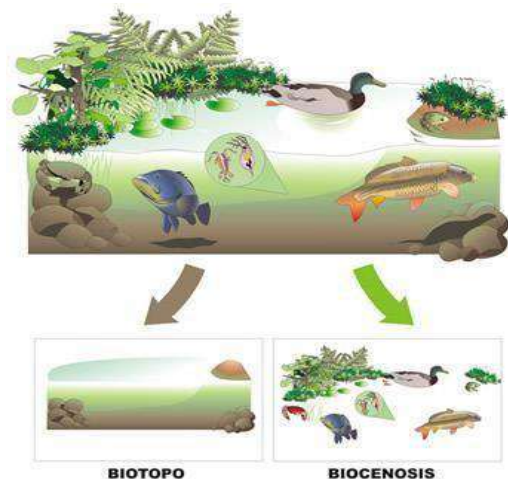


Imagen 1. Ecosistema Fuente: [INTEF](#)

Autor: José Alberto Bermúdez

Licencia: Creative Commons (CC)

En nuestro planeta existen muchos ecosistemas distintos pero para que sea más fácil estudiarlos los condensamos en dos grandes grupos:

a) Ecosistemas terrestres: bosques, praderas, desiertos, estepas, valles, alta montaña, laderas, etc...

b) Ecosistemas acuáticos: marinos, de agua dulce (ríos, charcas, lagunas, lagos, etc.)



Imagen 2. Tipos de ecosistemas

Fuente: [INTEF](#)

Autor: José Alberto Bermúdez Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 1. Define ecosistema:

Ejercicio 2. ¿Qué tipos de ecosistemas hay? Pon un ejemplo de cada tipo

1.2. Componentes

En el **ecosistema** se distinguen **dos componentes**:

a) Biocenosis o comunidad: es el conjunto de todos los seres vivos que hay en el ecosistema. La biocenosis puede considerarse formada por la unión de todas las poblaciones del ecosistema. Población es el conjunto de todos los individuos de una misma especie que viven en un lugar.

b) Biotopo. Es el conjunto formado por el medio físico y sus características físicas y químicas. Está formado por el medio, es decir, el fluido, aire o agua, que rodea a los organismos, y el sustrato, que es la superficie sobre la que se fijan o desplazan.

El **ecosistema** es el conjunto del **biotopo** y de la **biocenosis**, junto con las numerosas relaciones que se producen entre sus diferentes elementos.

Para comprender cómo funciona un ecosistema hay que conocer todos los organismos que forman la biocenosis y las características del biotopo en el que viven, y además, los **factores bióticos**, es decir, cómo interactúan los seres vivos entre sí, y los **factores abióticos**, es decir, cómo interaccionan con el ambiente físicoquímico.



Imagen 3. Ecosistema está formado por la biocenosis y el biotopo

Fuente: [INTEF](#)

Autor: José Alberto Bermúdez

Licencia: Creative Commons (CC)



Vídeo 1. Ecosistema y componentes Fuente: [Youtube](#)

<https://www.youtube.com/watch?v=sFA-aiDN4mY&feature=youtu.be>

Ejercicio 3

Partes de un ecosistema:

Ejercicio 4. Lectura

María y su madre van a pasear todas las tardes por la ribera del río, es un paseo muy agradable, se ven multitud de aves distintas (garcilla, bueyera, calamón, morito) insectos y plantas (sauces, álamos, adelfas, zarzas, carrizo) es un entorno precioso, con una temperatura muy suave, donde se respira

tranquilidad, y donde no se nota apenas la contaminación, el aire es más puro y el único ruido que se escucha es el canto de pájaros y el zumbido de algún abejorro molesto. El lecho del río es arenoso con poca profundidad y mucha vegetación lo que permite la formación de distintas islas por donde el agua discurre de forma más lenta, lo que hace que se acumulen restos de materia orgánica y otros residuos. En la orilla hay guijarros donde se esconden muchos insectos y el sendero es arenoso también

Ahora debes buscar en el texto las respuestas a las siguientes preguntas:

- a) ¿De qué ecosistema trata el relato?
- b) ¿Qué características condicionan el medio ambiente descrito?
- c) Describe todas las características que definan el biotopo, la información la debes extraer del relato anterior.
- d) ¿Y la biocenosis de este relato que la forma?

3) El medio físico. Factores abióticos

Los **factores abióticos** son las características físico-químicas de un lugar, de un ecosistema: **la luz, el agua, la temperatura, el relieve, el suelo...** los factores abióticos característicos determinan el biotopo.



4. Factores abióticos: luz, temperatura, humedad, terreno Fuente:

José Alberto Bermúdez Licencia: Creative Commons

Ejercicio 5. ¿Qué factores conforman un biotopo?

2.1. Luz

Todos los seres vivos dependemos directa o indirectamente de la luz del Sol para vivir. Los autótrofos fotosintéticos necesitan luz para realizar la fotosíntesis y los heterótrofos necesitan los autótrofos para poder alimentarse de ellos.

En el **medio terrestre**, la atmósfera deja pasar con facilidad los rayos solares, por lo que los **organismos fotosintéticos disponen de toda la luz** que necesitan. Salvo en los bosques muy frondosos, selvas tropicales, donde las copas de los árboles más altos impiden que la luz llegue al suelo, las plantas se adaptan a la cantidad de luz que llega o desarrollan estrategias para alcanzar la altura necesaria para captar la luz que necesitan.

En el **medio acuático**, la **luz** es un factor determinante porque **solo** puede atravesar los primeros **200 m** como máximo. A esta franja, iluminada por la luz del Sol, se la llama **zona fótica**, solo en ella pueden vivir los **autótrofos fotosintéticos**. La región donde no llegan los rayos solares se conoce como **zona afótica** y en esta zona solo viven seres **heterótrofos**.

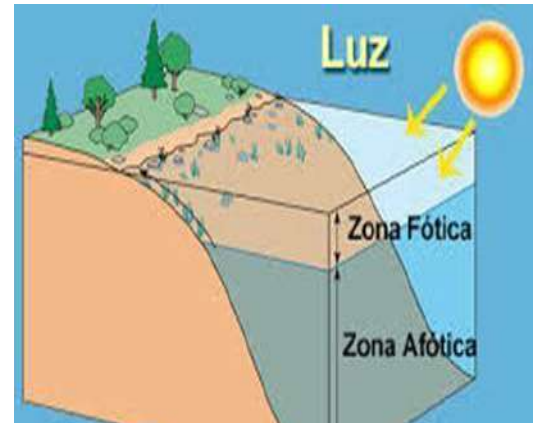


Imagen 5. Zona fótica y afótica Fuente: [Arielleatron](#) Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejercicio 6.

¿En qué ecosistemas la luz es un factor limitante?

Ejercicio 7

¿Por qué es importante un ecosistema tenga luz?

2.2. Temperatura

La temperatura es un factor abiótico fundamental que condiciona la vida en los ecosistemas y determina el reparto geográfico de las especies.

La mayoría de los **seres vivos no pueden vivir a temperaturas inferiores a 0 °C ni superiores a los 50 °C**. Las **temperaturas óptimas** para la mayoría de organismos están **entre los 15 °C y los 30 °C**.

En el **medio terrestre** se producen **grandes diferencias de temperatura en función de la latitud y la altitud**. En las zonas de la Tierra donde las temperaturas son cercanas a las óptimas para la vida hay una gran abundancia y diversidad de seres vivos, al contrario de lo que ocurre en los lugares donde las temperaturas son extremas, en los que muy pocos organismos logran sobrevivir. Solo unos pocos animales terrestres, las aves y los mamíferos, que son homeotermos, mantienen su temperatura constante e independiente del ambiente. Esto les permite vivir en cualquier lugar del planeta.

En el **medio acuático las temperaturas oscilan poco, entre 0 °C y 30 °C**, porque el agua retiene más fácilmente el calor que el aire, al tener un calor específico elevado. La mayoría de organismos acuáticos, como los peces, son poiquilotermos, su temperatura corporal depende de la temperatura del medio.

Ejercicio 8

¿En qué zona de la Tierra hay gran biodiversidad (variedad de seres vivos) por tener una temperatura de 20 a 25 °C todo el año?

Ejercicio 9

¿En qué parte de la Tierra hay poca biodiversidad por tener unas temperaturas inferiores a los 0°C?

Ejercicio 10

¿Qué quiere decir que un ser vivo es poiquilotermo? En que medio suelen vivir mejor ¿en el acuático o en el terrestre? Razona la respuesta.

2.3. Humedad

Como ya sabes, la vida se originó hace muchos millones de años en el agua y todos los organismos dependen de ella para vivir. El agua constituye alrededor de un 70% de la masa corporal de los seres vivos.

En el **medio terrestre** la cantidad de agua disponible **depende de las precipitaciones**. En las regiones húmedas del planeta hay mucha más diversidad biológica que en las regiones áridas, como los desiertos, en los que solo habitan pocas

especies diferentes de seres vivos adaptadas a la falta de agua.



Imagen 6. Cactus cardón en el desierto de Baja California, Cataviñá-México

Fuente: [Wikipedia](#) Autor: [Maulucioni](#)

En el **medio acuático** los seres vivos tienen a su disposición toda el agua que necesitan.



Vídeo 2. [Shaba. Adaptaciones Animales | Naturaleza - Planet Doc](#) Fuente: [Youtube](#)
<https://youtu.be/SVLwwp7DciI>

Ejercicio 11

Cita 3 adaptaciones de las plantas para sobrevivir en lugares áridos

Ejercicio 12

Indica un ecosistema terrestre en el que exista poca humedad.

Ejercicio 13

Completa las siguientes frases con los términos que aparecen a continuación: biotopo, bióticos, abióticos, biocenosis.

- El conjunto de todos los seres vivos de un ecosistema recibe el nombre de
- La luz y la temperatura son factores
- Los factores son los que dependen de los seres vivos.
- El está formado por el medio y el sustrato.
- Un ecosistema es el más la

2.4. Características del terreno

La **pendiente** y la **orientación del terreno** son factores que influyen notablemente en los seres vivos, ya que repercuten en la retención del agua de lluvia, en la fuerza del viento y en la mayor o menor luminosidad. También es muy importante **la composición del suelo**, puesto que favorece o impide el crecimiento de unas u otras plantas. Por ejemplo, la flor de nieve o edelweiss es una planta propia de terrenos calcáreos, las fresas por el contrario prefieren los suelos ligeramente ácidos.



Imagen 7. Montaña y

valle Fuente:

[Wikipedia](#)

Autor: [Lander](#) Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 14

Cita algún biotopo definido por el relieve:

Ejercicio 15

Observa el siguiente esquema de una montaña

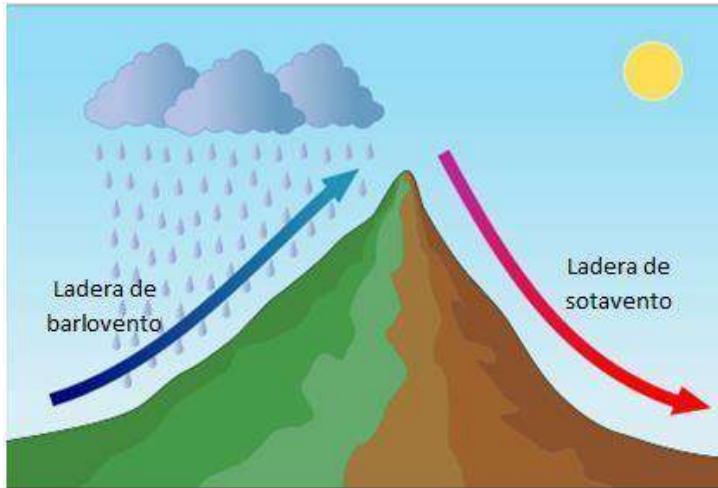


Imagen 8. Efecto Foehn
 Fuente: [Wikipedia](#)
 Autor: Kes47
 Licencia: Creative Commons (CC)

¿Dónde habrá mayor biodiversidad en barlovento o en sotavento? Razona la respuesta

3. Diversidad de especies. Factores bióticos

Los seres vivos que viven sobre el biotopo son conjuntos de **especies**. Cada especie forma una **población** y el conjunto de poblaciones que viven en un determinado lugar forman una **comunidad o biocenosis**. Y la **biocenosis** junto con el **biotopo** forman el **ecosistema**.

Algunos conceptos básicos

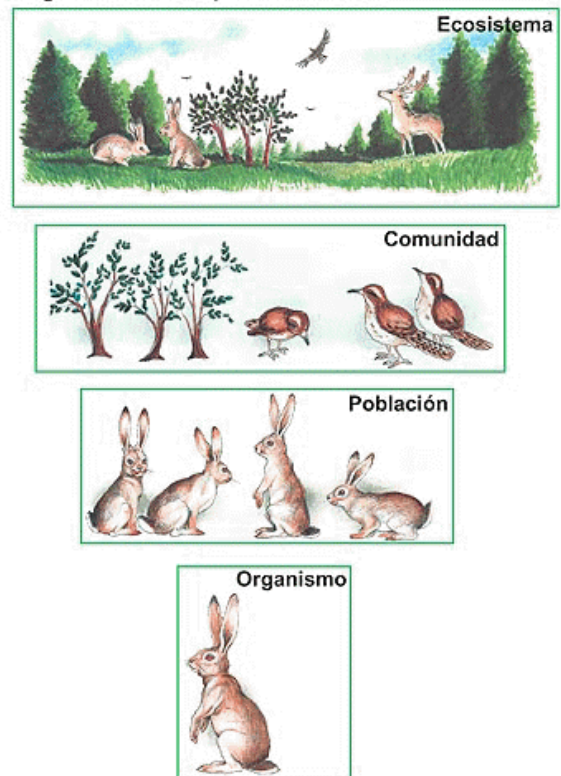


Imagen 9. Factores bióticos Fuente: [3.bp.blogspot.c](#)
 Desconocido
 Licencia: Desconocida

Los seres vivos de un ecosistema se influyen mutuamente. Los seres vivos interactúan con los demás cuando han de obtener alimento, reproducirse, protegerse de los depredadores, etc.

Los factores bióticos son los organismos vivos y las diferentes relaciones que se establecen entre ellos en un mismo ecosistema, es decir, factores que dependen de los seres vivos. Se pueden clasificar en dos grupos:

Factores o relaciones intraespecíficas: se dan entre individuos de la misma especie.

Factores o relaciones interespecíficas: se dan entre seres de especies distintas.

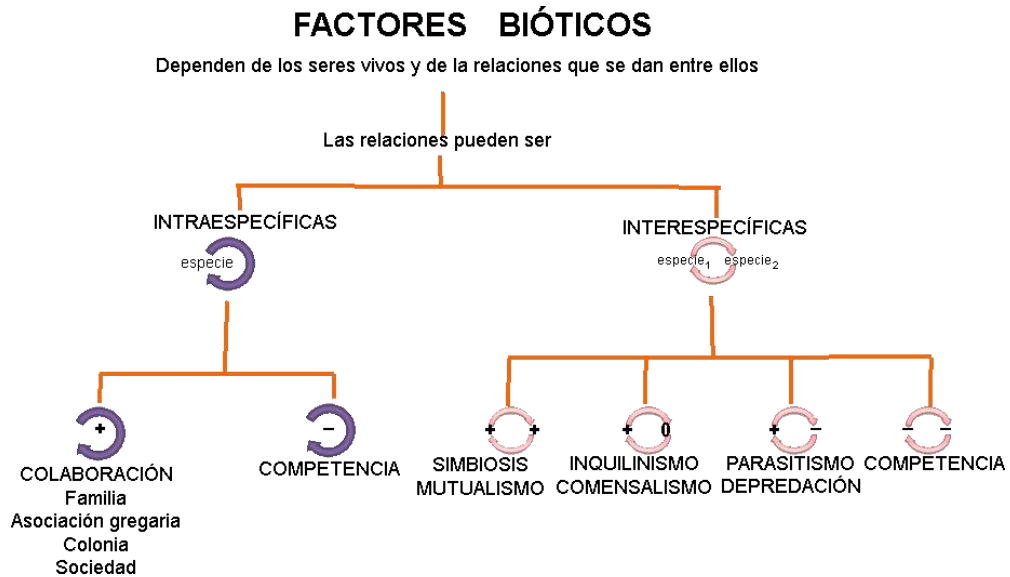


Imagen 10. Esquema de factores bióticos Fuente: [IES Alonso Quijano - Alcalá de Henares](#)
Autor: IES Alonso Quijano Licencia: Desconocida

Ejercicio 16

¿Cómo podemos clasificar las relaciones que ejercen los individuos entre sí?

Ejercicio 17

Indica si son poblaciones o no los siguientes niveles ecológicos

	S / N
Lagunas de Ruidera	
Piara de cerdos	
Plantas de un jardín	
Conjunto de cipreses de un cementerio	
Sierra de Alcaraz	
Desierto	
Banco de peces	

Ejercicio 18

En un ecosistema, una comunidad es:

a) El conjunto de individuos de la misma especie
b) El conjunto de factores abióticos
c) El conjunto de poblaciones del ecosistema
d) El conjunto de ecosistemas

3.1. Relaciones intraespecíficas

Las relaciones intraespecíficas, pueden ser de competencia o de colaboración.

Competencia: se produce cuando los recursos son escasos y los individuos deben disputarse el espacio (territorio), la luz, el alimento o la pareja.

Colaboración: tiene como finalidad el beneficio del grupo. Las principales formas de colaboración son las familias, las asociaciones gregarias, las sociedades y las colonias.

La familia

Es una relación temporal que se establece para la reproducción y el cuidado de la prole. Las familias pueden estar constituidas por una pareja (monógamas) o estar formadas por más individuos (polígamas).



Imagen 11. Asociación familiar de pingüinos Fuente: 3.bp.blogspot.com Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

La asociación gregaria

Los numerosos individuos de la misma especie se unen para obtener alguna ventaja: buscar alimento, defenderse, migrar, etc. Los bancos de peces, manadas de mamíferos o las bandadas de aves constituyen ejemplos de asociaciones gregarias.



Imagen 12. Asociación Gregaria Fuente: IES Alonso Quijano - Alcalá de Henares Autor: IES Alonso Quijano Licencia: Desconocida

Las colonias

Son asociaciones que están constituidas por individuos que descienden de un mismo progenitor, normalmente por reproducción asexual, y permanecen unidos durante toda la vida. Por ejemplo, las colonias de corales o de ciertas medusas.



Imagen 13. Colonia. Coral Fuente: [IES Alonso Quijano - Alcalá de Henares](#) Autor: IES Alonso Quijano Licencia: Desconocida

Las sociedades o asociaciones estatales

En ellas, los individuos se distribuyen el trabajo y están divididos en castas; por ejemplo, en las colmenas, las abejas obreras realizan diversas tareas, mientras que la reina y los zánganos se encargan de la reproducción.



Imagen 14. Relación social. Abejas
Fuente: [image.jimcdn.com](#)
Autor: Desconocido
Licencia: Desconocida

Ejercicio 19

Clasifica las relaciones intraespecíficas.

Ejercicio 20

Lee el párrafo que aparece abajo y completa la palabra que falta.

Los corales forman agrupaciones de individuos íntimamente relacionados. ¿Cómo se llama este tipo de asociación?

Ejercicio 21

Lee el párrafo que aparece abajo y completa la palabra que falta.

¿Cómo se denomina a los distintos tipos estructurales que forman las asociaciones estatales?

Ejercicio 22

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que falta.

¿Qué tipo de asociación establecen las aves cuando se juntan para emigrar?

Ejercicio 23

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan.

Dos ciervos *luchando por una hembra*, es una relación , denominada

Ejercicio 24

Marca dos respuestas

Las asociaciones familiares son:

a)	Permanentes, la familia siempre permanece unida.
b)	Pueden ser temporales o permanentes.
c)	Son relaciones que tienen como objetivo la reproducción y el cuidado de la prole.
d)	Sólo se mantiene la relación durante el periodo de reproducción.

3.2. Relaciones interespecíficas

Entre las distintas poblaciones que conviven en un ecosistema se producen numerosas relaciones que pueden tener consecuencias positivas para las dos especies (+,+), negativa para una especie y positiva para otra (-,+), neutra para una especie y positiva para otra (0,+), o negativa para las dos especies (-,-).

Las principales relaciones interespecíficas son:

- ✓ Competencia interespecífica (-,-)
- ✓ Depredación y parasitismo (+,-)
- ✓ Comensalismo e inquilinismo (+,0)
- ✓ Mutualismo y simbiosis (+,+)

Ejercicio 25

Completa la siguiente tabla:

Relación interespecífica	Tipo de relación: (+,+) (+,-) (+,0) (-,-)
Comensalismo	
Competencia interespecífica	
Depredación	

Mutualismo	
Parasitismo	
Inquilinismo	
Simbiosis	

3.2.1. Competencia interespecífica

Se produce cuando organismos de distinta especie utilizan un recurso limitado ya sea espacio, alimento o incluso luz. Por ejemplo los ñues, las cebras y las jirafas compiten por el mismo alimento, las plantas, ya que son todos herbívoros. Los zorros y los linces también compiten por el mismo alimento (conejos).

Al competir dos o más especies por el mismo alimento en el ejemplo anterior, todas salen perjudicadas ya que todas tendrán menos alimento. Por tanto, es una relación (-,-).



*Imagen 15: Diferentes especies herbívoras compiten por el mismo alimento Fuente: [IES Alonso Quijano - Alcalá de Henares](#)
Autor: IES Alonso Quijano Licencia: Desconocida*

Ejercicio 26

¿Qué es la competencia interespecífica? Pon un ejemplo

Ejercicio 27

¿Por qué en la competencia interespecífica las dos especies salen perjudicadas?

3.2.2. Depredación y parasitismo

En estas relaciones interespecíficas una especie se beneficia y la otra se ve perjudicada o incluso pierde la vida, por tanto son relaciones (+,-).

Depredación

Un organismo, el depredador, caza y da muerte a otro, la presa, para alimentarse. Las águilas son depredadoras de las liebres, las caballas de las medusas y el martín pescador de los peces.

La depredación es una relación beneficiosa para el equilibrio del ecosistema ya que la población de depredadores controla el crecimiento de la población de presas e impide que crezca desmesuradamente. Cuando en un ecosistema desaparece una especie depredadora la población de las presas crece sin control y puede provocar daños importantes en el ecosistema.



Imagen 16. Martín pescador comun (*Alcedo atthis*) con un pez en el pico
Fuente: [Wikipedia](#) Autor: [SpeedyGonzalez](#)
Licencia: Creative Commons (CC)

Parasitismo

Un organismo, el parásito, se alimenta a expensas de otro, el hospedador, al que perjudica, pero que raramente mata. Son parásitos los piojos, las pulgas, las tenias, etc.

Ejercicio 28

¿Qué es la depredación? Pon un ejemplo

Ejercicio 29

¿Qué es el parasitismo?

Ejercicio 30

¿Qué diferencia hay entre depredación y parasitismo?

3.2.3. Comensalismo e inquilinismo

Comensalismo

En esta asociación interespecífica, un individuo se beneficia y el otro ni resulta perjudicado ni beneficiado (+,0). Es el caso del pez rémora, que se come los despojos de comida que deja el tiburón cuando depreda a una presa, y del escarabajo pelotero, que recoge los excrementos de otros animales para alimentarse y hacer la pelota reproductora.



li
pelotero Fuente:
vignette.wikia.nocookie.net
Autor: Desconocido Licencia:
Desconocida

Inquilinismo.

En este tipo de relación los individuos de la especie inquilina buscan protección o viven sobre los individuos de otra especie a los que no perjudican (+,0).

Una relación de inquilinismo es la que se establece entre los pececillos del género *Fierasfer* y las holoturias que los alojan en su interior.

Las plantas llamadas epífitas viven sobre las ramas de los grandes árboles. Así obtienen mucha más luz que si estuvieran en el suelo.



Imagen 19. *Fierasfer* y holoturia
Fuente: Vista al Mar Autor: Vista al Mar Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 31

Define los siguientes conceptos y pon ejemplos:

- a) Comensalismo
- b) Inquilinismo

3.2.4. Mutualismo y simbiosis

Mutualismo

En esta relación, los dos individuos se benefician (+,+). La actinia y el pez payaso. Este último animal busca protección en la actinia que, a cambio, captura a los peces que intentan depredar al pez payaso o el buey y la garcilla bueyera, la garcilla se alimenta de los parásitos del buey.



*Imagen 20. Polinizador y flor (abeja Megachile) Fuente: [Wikipedia](#)
Autor: Beatriz Moisset Licencia: Creative Commons (CC)*

Simbiosis

La cooperación entre las dos especies, llamadas especies simbiotes, es tan intensa que ninguna puede vivir por separado, como ocurre con los líquenes, formados por un alga (que realiza la fotosíntesis) y un hongo (que aporta humedad). Los rumiantes, como las vacas o las cabras, son simbiotes con las bacterias que viven en su panza que, a cambio de cobijo y alimento, les facilitan la digestión de la hierba.



*Imagen 21. Lecidea atrobrunnea y Acarospora contigua, dos líquenes crustáceos
Fuente: [Wikipedia](#) Autor: [Jason Hollinger](#) Licencia: Creative Commons (CC)*

Ejercicio 32

Define los siguientes conceptos y pon ejemplos:

- a) Mutualismo
- b) Simbiosis

Ejercicio 33

Diferencia entre comensalismo y simbiosis

Ejercicio 34

Indica si las siguientes asociaciones son intraespecíficas o interespecíficas y a qué tipo de relación pertenecen:

	Tipo de asociación: INTERESPECÍFICA / INTRAESPECÍFICA	Tipo de relación
a) Garrapata-perro		
b) Hormiguero		
c) Buitre-hiena		
d) Liquen		
e) Tiburón-rémora		
f) Corales		
g) Lobo-oveja		
h) Bandada de gaviotas		

Ejercicio 35

Clasifica los siguientes componentes en abióticos y bióticos, concretando si pertenecen a un ecosistema acuático o terrestre:

	Tipo de componente: ABIÓTICO / BIÓTICO	Tipo de ecosistema: ACUÁTICO / TERRESTRE
Humedad del suelo		
Alga		
Musgo		
Salinidad del agua		
Lagartija		
Medusa		

Ejercicio 36

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan.

Las relaciones son las que se producen entre individuos de la misma especie, mientras que las tienen lugar entre individuos de distintas especies.

Ejercicio 37

Marca la respuesta correcta:

1. La relación que establece un árbol y el pájaro que hace su nido en la copa, se denomina:

a)	Parasitismo
b)	Inquilinismo
c)	Comensalismo
d)	Simbiosis

2. Un liquen es un ejemplo de:

a)	Mutualismo
b)	Simbiosis
c)	Parasitismo
d)	Comensalismo

3. En las poblaciones cercanas al mar es frecuente que las gaviotas acudan a los patios de los colegios, después del recreo, para comer los restos de las meriendas de los alumnos. ¿Qué tipo de relación se establece entre los alumnos y las gaviotas?

a)	Comensalismo
b)	Parasitismo
c)	Simbiosis
d)	Mutualismo

4. Algunas especies de pájaros acompañan a los rinocerontes y otros grandes herbívoros y se alimentan de los parásitos que estos albergan en su piel. El pájaro obtiene alimento y el rinoceronte se ve libre de parásitos ¿Qué tipo de relación se establece entre el pájaro y el rinoceronte?

a)	Comensalismo
b)	Parasitismo
c)	Mutualismo
d)	Depredación

5. Los piojos y el hombre tienen una relación de:

a)	Parasitismo
b)	Mutualismo
c)	Comensalismo
d)	Depredación

6. La mariquita y el pulgón tienen una relación de:

a)	Parasitismo
b)	Mutualismo
c)	Comensalismo
d)	Depredación

4. Las cadenas tróficas

Las relaciones tróficas o de alimentación son un tipo especial de relaciones interespecíficas.

Definición: Un **nivel trófico** se define como el conjunto de organismos que obtienen el alimento de la misma forma. Existen tres niveles tróficos distintos:

- a) **Productores (P):** son los seres vivos que realizan la fotosíntesis o la quimiosíntesis. Los vegetales, las algas y las bacterias fotosintéticas y las bacterias quimiosintéticas, respectivamente, pertenecen a este nivel trófico.
Son *organismos autótrofos* imprescindibles en los ecosistemas porque producen la materia orgánica que servirá de alimento a los demás seres vivos.
- b) **Consumidores (C):** son los demás seres vivos: las bacterias heterótrofas no saprófitas, los protozoos y los animales, seres heterótrofos, que se alimentan de otros seres vivos. Se diferencian en tres grupos:
 1. **Consumidores primarios (C1):** este nivel trófico lo forman los seres vivos que se alimentan de vegetales o algas, son los herbívoros. Son consumidores primarios, los caracoles, las orugas de muchos insectos, las ovejas o las vacas.
 2. **Consumidores secundarios (C2):** son los seres vivos que se alimentan de los consumidores primarios, depredadores, que se alimentan de animales herbívoros, las presas. Las arañas, los calamares, los sapos o los leones pertenecen a este grupo.
 3. **Consumidores terciarios (C3):** este nivel está representado por los seres vivos que se alimentan de los consumidores secundarios y, casi siempre, también de los consumidores primarios, superdepredadores, es decir, animales que se alimentan de animales carnívoros y herbívoros. Pueden ser consumidores terciarios las aves de presa o los tiburones.
- c) **Descomponedores (D):** el tercer nivel trófico está ocupado por los hongos y las bacterias, seres vivos saprófitos que se alimentan de los restos de otros seres vivos, excrementos, hojas caídas, mudas, cadáveres, etc. Son descomponedores, organismos heterótrofos muy importantes porque transforman la materia orgánica en inorgánica, enriqueciendo el suelo.

Cadenas tróficas

Desde el punto de vista trófico, todos los ecosistemas funcionan igual: unos organismos se alimentan de otros, de forma que el alimento circula en una dirección determinada.

Una cadena trófica es la representación lineal que muestra la dirección que sigue el alimento en el ecosistema.



Imagen 22. Cadena trófica Fuente: [INTEF](#). /
Autor: José Alberto Bermúdez Licencia: Creative Commons (CC)

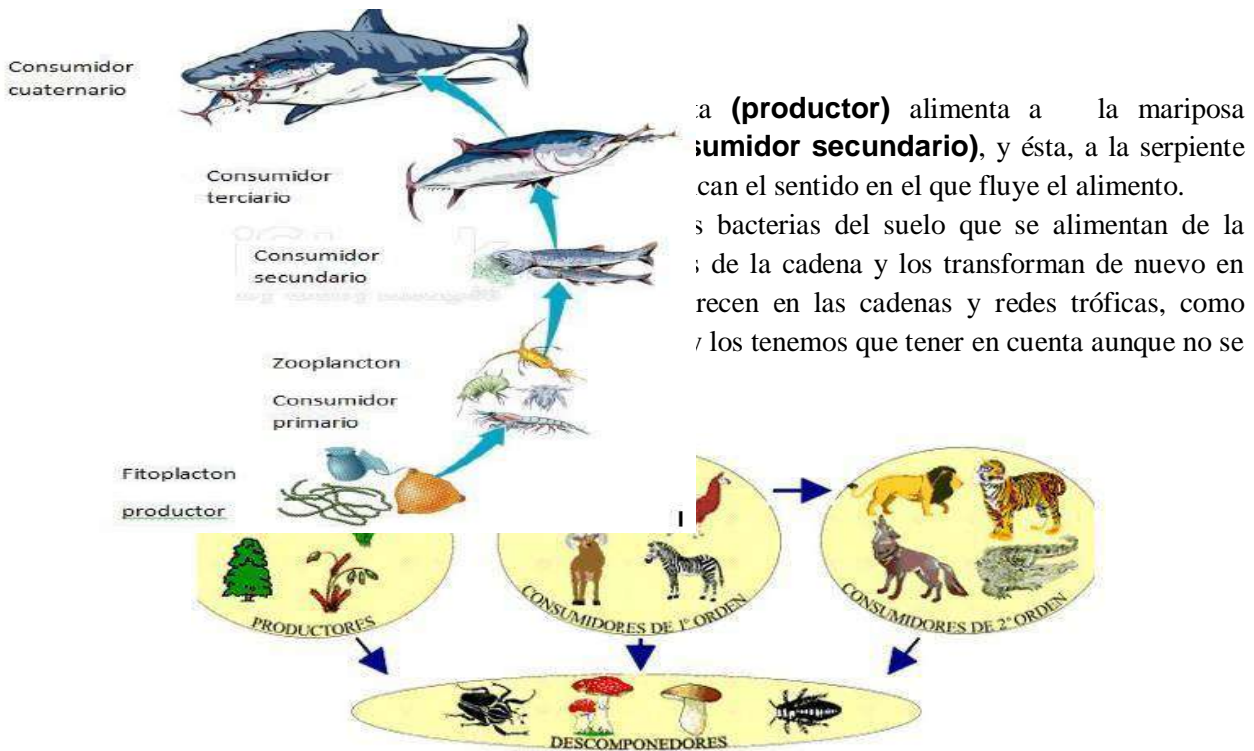


Imagen 23. Componentes de la cadena trófica Fuente: Slideshare.net
 Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

En las **cadena trófica marinas** u oceánicas existen **productores**: el fitoplancton y las algas microscópicas; **consumidores primarios**: el zooplancton o plancton animal; **consumidores secundarios**: los peces de pequeño tamaño, crustáceos, moluscos, etc; **consumidores terciarios**: peces de mayor tamaño y **descomponedores**: bacterias que descomponen los restos de seres vivos.

Imagen 24. Fuente: adaptación de la imagen Istockphoto.com
 Autor: Desconocido Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 38

Realiza un esquema de las cadenas tróficas:

Ejercicio 39

Ordena correctamente las siguientes cadenas tróficas:

Tigre --> plantas --> ciervo	
Búho --> ratón --> bellota	
Oruga --> encina --> petirrojo	

¿Por qué nivel trófico empiezan todas las cadenas?

Ejercicio 40

¿Quiénes son los organismos productores en un ecosistema marino?

Ejercicio 41

Relaciona los siguientes seres vivos con su nivel trófico (productor, consumidor, descomponedor) correspondiente:

Ser vivo	Nivel trófico
Hongo	
Haya	
Cerdo	
Bacteria	
Algas	
Jirafa	

Oso	
Lechuza	
Ciervo	
Oruga	
Buitre	
Fresa	

Ejercicio 42

¿Qué indican las flechas de una cadena trófica?

Ejercicio 43

En una investigación sobre la alimentación de los animales de un ecosistema se obtuvieron los siguientes datos:

- ✓ conejos... comen hierba y frutos
- ✓ hormigas... comen hojas
- ✓ búhos... comen serpientes, ratones y pájaros
- ✓ ratones comen frutos
- ✓ zorros... comen ratones, pájaros, serpientes, conejos y frutos
- ✓ lombrices... comen hojas
- ✓ pájaros comen lombrices y hormigas
- ✓ serpientes... comen pájaros y ratones

- a) Clasifica los organismos de la lista en productores, herbívoros y carnívoros.
- b) Dibuja la red trófica a partir de los datos anteriores.
- c) Construye, utilizando flechas, dos cadenas tróficas. ¿Cuál es la cadena trófica más larga que se puede construir? ¿Se podría hacer aún más larga? Razona la respuesta.
- d) ¿Qué organismo pertenece a dos niveles tróficos? ¿Qué ventajas presentan respecto a los demás organismos?

Importante

Cuando se escribe una **cadena trófica** siempre hay que poner **flechas** indicando la dirección en la que circula la materia y la energía, si no se pone no es una cadena trófica, será solo una relación de seres vivos.

5. Las redes tróficas

En la cadena trófica los individuos están ordenados linealmente y en ellas cada individuo se

come al que le precede. Sin embargo, las relaciones tróficas en un

ecosistema no son tan sencillas. Por lo general, un animal herbívoro se alimenta de más de una especie y además es fuente de alimentación de más de un consumidor secundario. Se forma así la **red trófica** que es el conjunto de cadenas tróficas interconectadas que pueden establecerse en un ecosistema.

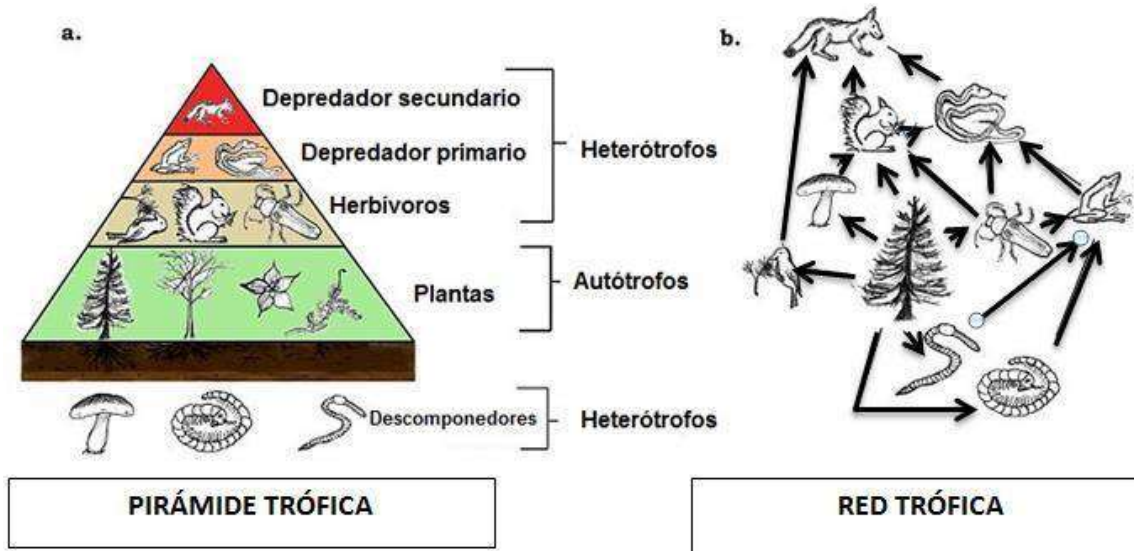


Imagen 25. Pirámide y red trófica Fuente: adaptación de la imagen de [Wikipedia](#)
 Autor: Roddelgado Licencia: Creative Commons (CC)

Los diferentes niveles que se establecen (organismos fotosintéticos, herbívoros, carnívoros y descomponedores) reciben el nombre de **niveles tróficos**.

Una **pirámide trófica** es un modo de representar las relaciones tróficas de un ecosistema en el que cada eslabón o nivel trófico se representa con un rectángulo de área proporcional a la biomasa, al número de individuos... del nivel. Así resulta que el primer nivel de productores se representa con un rectángulo más grande y el último con un rectángulo más pequeño porque tienen menos biomasa, o menor número de individuos.

Ejercicio 44

Define red trófica:

Ejercicio 45

Define pirámide trófica:

Ejercicio 46

Esta red trófica simplificada puede darse en un litoral rocoso mediterráneo:

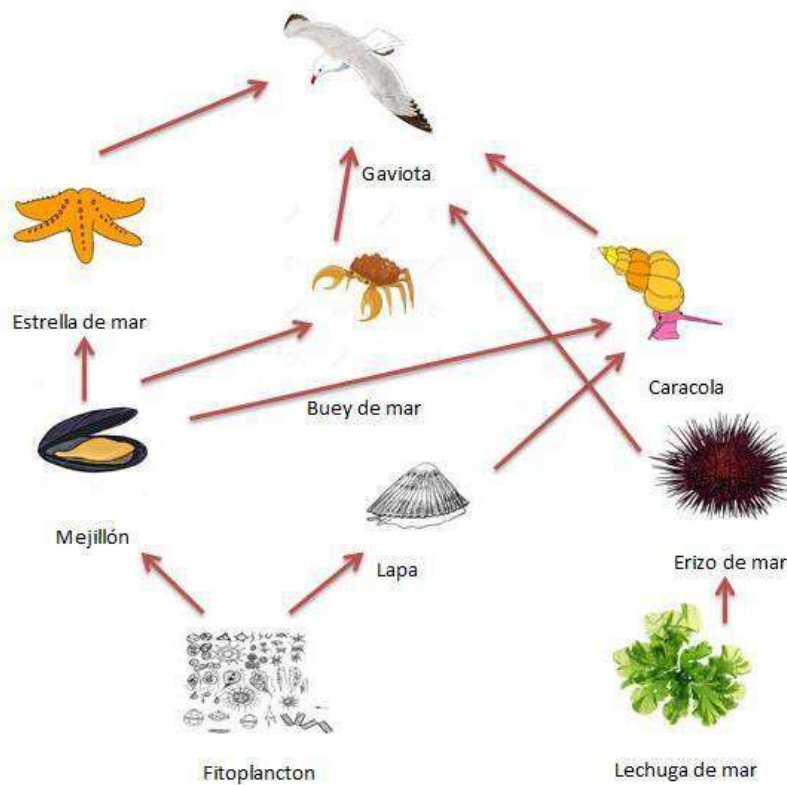


Imagen 26. Red litoral rocoso mediterráneo Fuente: Elaboración propia

- Construye a partir de ellos dos cadenas tróficas.
- ¿A qué nivel trófico corresponde cada uno de los organismos del esquema?
- ¿Se echa en falta algún nivel trófico?
- ¿Por qué se dice que la existencia de redes tróficas produce un amplio margen de supervivencia para muchas especies?
- Si por una sobrepesca de bueyes de mar, éstos casi desaparecen, ¿es posible que aumente el número de lapas? ¿Qué le ocurriría a las gaviotas?
- ¿Qué sucedería si por una epidemia desaparecieran las gaviotas?
- Formula una hipótesis que explique que el número de caracolas aumenta.

6. Hábitat y nicho ecológico

HÁBITAT: lugar físico o ambiente donde vive una especie o población. Es la dirección en la cual se puede encontrar a un organismo en el ecosistema.

NICHO ECOLÓGICO: papel que desempeña una especie en el ecosistema (comportamiento, alimentación, depredadores, influencia sobre otras especies, ...).

Ejemplos:

La lombriz de tierra

Hábitat: En el interior de la tierra húmeda.

Nicho ecológico: Grandes descomponedoras de materia orgánica, se alimentan de los restos orgánicos y mejoran sustancialmente la calidad de los suelos a través de sus túneles y excavaciones. Son además sustento de numerosas especies animales, desde aves y mamíferos hasta reptiles.

Ballena azul

Hábitat: Los océanos y mares de aguas frías.

Nicho ecológico: Siendo una ballena barbada, se alimenta de diminutos crustáceos (krill) que filtra del agua a su paso, es carnívoro. Dado su gran tamaño, no poseen depredadores conocidos (excepto el hombre, que las ha llevado a la casi extinción).

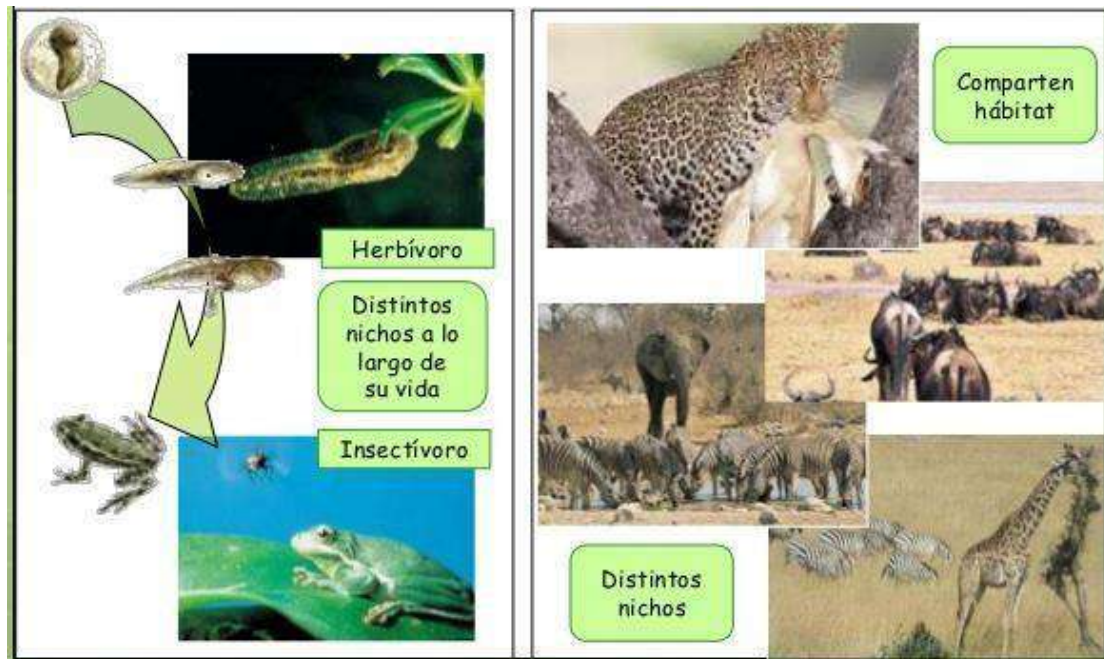


Imagen 27. Hábitat y nicho ecológico Fuente: [Slideshare.net](http://slideshare.net)
Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Ejercicio 47

Observa la imagen superior y di cuál es el hábitat y el nicho ecológico de la rana.

Ejercicio 48

Explica brevemente la diferencia entre:

- Biotopo y hábitat
- Componentes abióticos y Componentes bióticos

Ejercicio 49

¿Qué es el nicho ecológico?

7. Ciclo de la materia

Los **productores** fabrican materia orgánica a partir de materia inorgánica y energía solar, mediante la fotosíntesis.

Los **consumidores** utilizan la materia orgánica fabricada por los productores (y de la que ellos mismos están hechos).

Los **descomponedores** transforman la materia orgánica procedente de los seres vivos (producto de su actividad biológica o de sus restos cuando mueren) en materia inorgánica, utilizable nuevamente por parte de los productores, completándose así el ciclo.

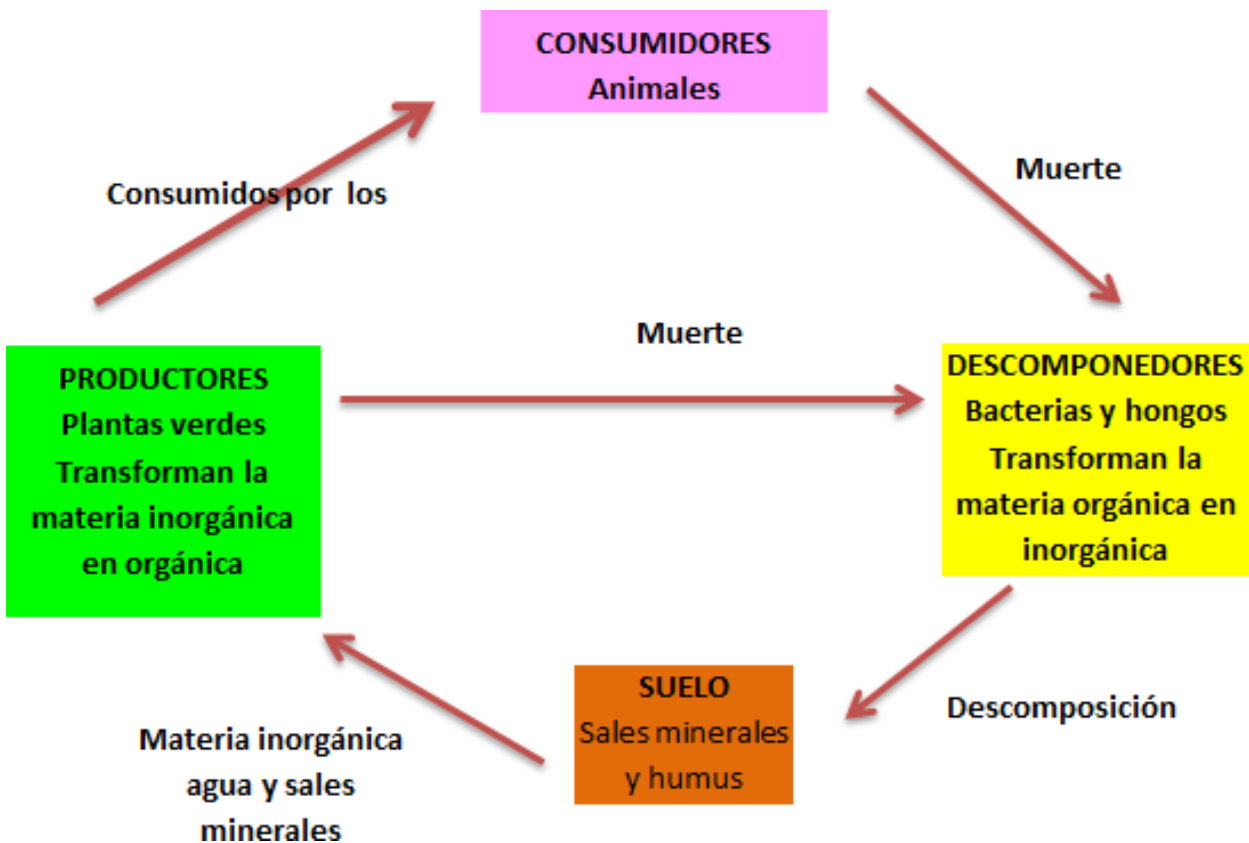


Imagen 28. Ciclo de la materia Fuente: Elaboración propia

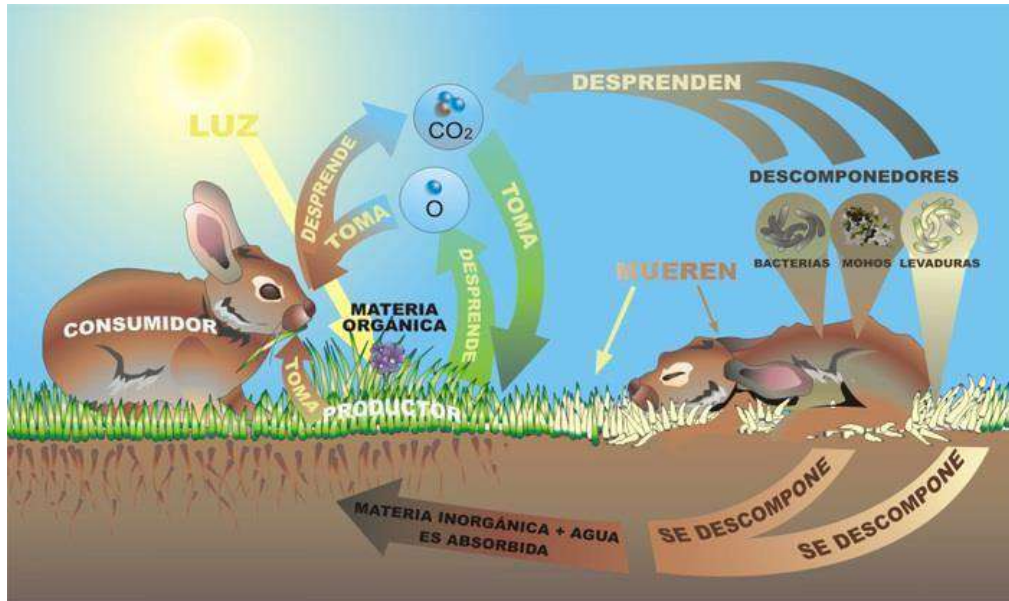


Imagen 29. Ciclo de la materia Fuente: [INTEF](#) Autor: José Alberto Bermúdez
Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 50

¿En qué consiste el ciclo de la materia?

8. Flujo de energía

Para que un ecosistema funcione, necesita de un aporte energético que entra en la biosfera en forma, principalmente de energía luminosa la cual proviene de el sol y a la que se le llama comúnmente el *flujo de energía*.

El flujo de energía es aprovechado por los productores primarios u organismos fotosintéticos (plantas y otros) para la síntesis de compuestos orgánicos que, a su vez, utilizarán los consumidores primarios o herbívoros, de los cuales se alimentarán los consumidores secundarios o carnívoros. De los cadáveres de todos los grupos, los descomponedores podrán obtener la energía para lograr subsistir. De toda esta forma se obtendrá un **flujo de energía** unidireccional en el cual la energía pasa de un nivel a otro en un solo sentido y siempre con una pérdida en forma de calor.

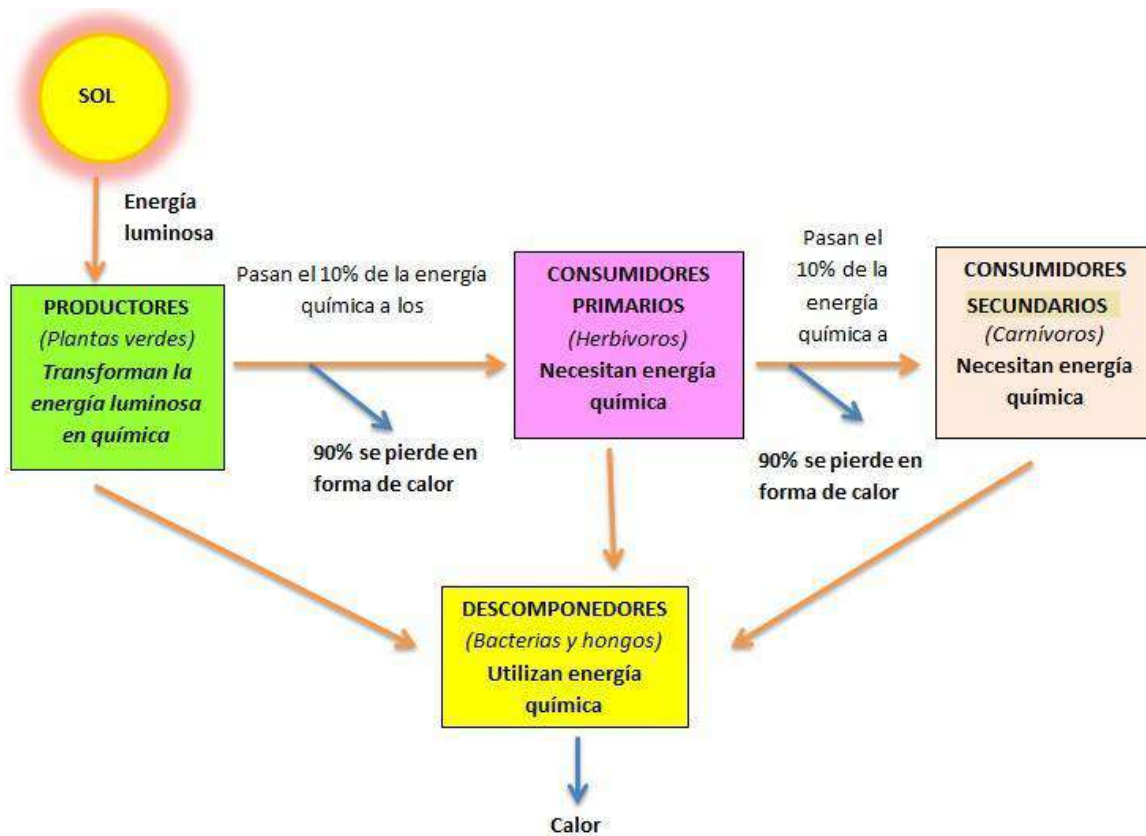


Imagen 30. Flujo de energía Fuente: Elaboración propia

El diagrama anterior muestra como la energía fluye a través del ecosistema. Debemos, primeramente, aclarar algunos conceptos. La energía "fluye" a través del ecosistema como enlaces carbono-carbono. Cuando se produce la respiración, los enlaces carbono-carbono se rompen y el carbono se combina con el oxígeno para formar dióxido de carbono (CO_2). Este proceso libera energía, la que es usada por el organismo (para mover sus músculos, digerir alimento, excretar desechos, pensar, etc.) o perdida en forma de calor. Observe que toda la energía proviene del sol, y que el destino final de toda la energía es perderse en forma de calor. ¡La energía no se recicla en los ecosistemas!

Los productores toman la energía luminosa y la transforman en energía química por la fotosíntesis. El 10% de la energía química que producen es la que pasan a los consumidores primarios. Estos solo pasan un 10% a los secundarios. Los secundarios solo pasarán un 10% a los terciarios y así sucesivamente (la energía que no pasan el 90% se pierde con la respiración y en forma de calor, el calor es un tipo de energía que no pueden utilizar los seres vivos). Por último los descomponedores obtienen la energía que les quedan a los productores y consumidores cuando mueren y también pierden la energía en forma de calor.

Al perderse la energía en forma de calor, siempre tiene que estar entrando energía en el ecosistema, por esto se dice que la energía es un flujo unidireccional (flujo porque no se recicla y unidireccional porque va siempre en una dirección desde el sol a los productores, consumidores y por último a los descomponedores).

Ejercicio 51

Describe el flujo de energía:

Ejercicio 52

- a) Cuando un gato se come a un ratón, ¿está tomando materia o energía? Razona la respuesta.
- b) ¿Por qué se habla de flujo de energía no de ciclo de energía?

Ejercicio 53

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

	V / F
La materia inorgánica es transformada en materia orgánica por los productores.	
La materia orgánica es transformada en materia inorgánica por los consumidores finales en forma de excrementos.	
Durante la respiración se pierde energía en forma de calor.	
La fotosíntesis es una forma de incorporar energía por parte de los productores.	
Parte de la energía de los productores no puede ser ingerida por los consumidores.	
Del alimento ingerido, parte se aprovecha y otra parte se elimina, pero ya sin energía aprovechable por otros seres vivos.	
Los carroñeros cierran el ciclo de la materia, devolviéndola al suelo en forma inorgánica para que pueda volver a ser utilizada por los productores.	
Los descomponedores son los únicos seres vivos que pueden aprovechar la totalidad de la energía de los organismos que descomponen.	

9. Tipos de ecosistemas

Los ecosistemas pueden clasificarse en dos grandes grupos según el medio en el que se desenvuelven los organismos que forman la biocenosis:

- . Ecosistemas acuáticos, en los que el medio es el agua.
- . Ecosistemas terrestres, en los que el medio es el aire.

Los organismos que viven en unos y otros ecosistemas son generalmente muy distintos porque están adaptados a vivir en dos fluidos, el aire y el agua, con características físico-químicas muy

diferentes.

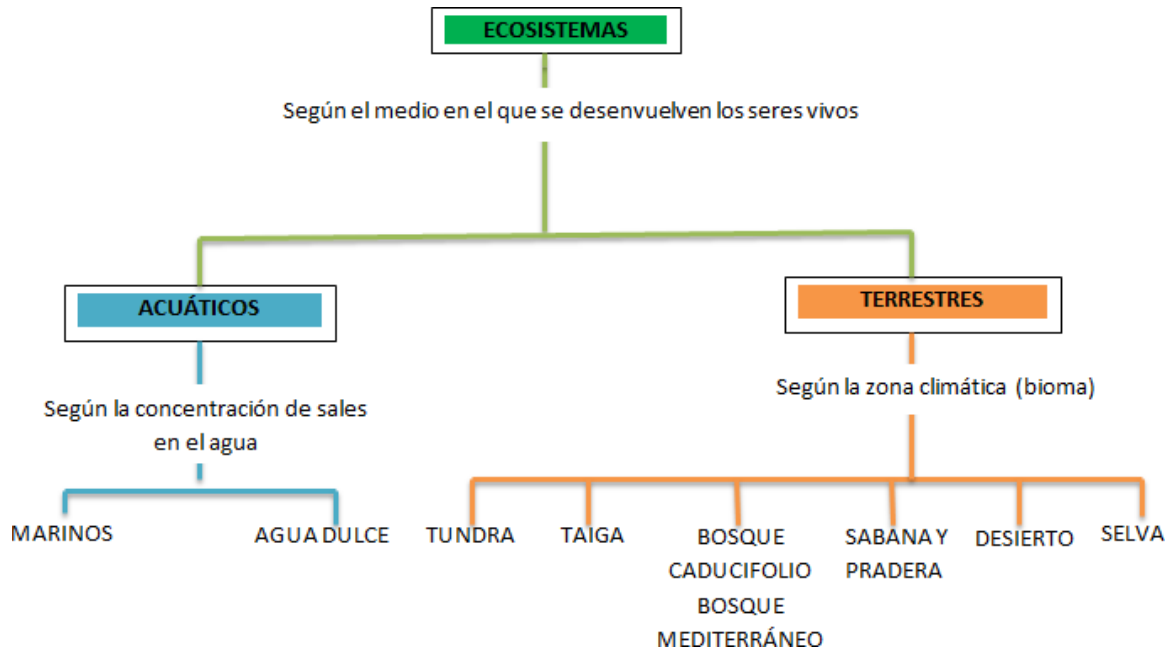


Imagen 34. Tipos de ecosistemas Fuente: Elaboración propia

9.1. Ecosistemas acuáticos

Están formados por las masas de **agua marinas** (saladas) y **epicontinentales** (dulces) que ocupan más de las tres cuartas partes de la superficie del planeta, por tanto, más extenso que los Biomas o ecosistemas terrestres (aéreo). Los ecosistemas acuáticos fueron el origen de la vida.

Los **factores** que condicionan estos ecosistemas son:

a. Temperatura

- La oscilación de temperaturas en el medio acuático es inferior a la del medio terrestre, ya que el calor se emplea en calentar y en evaporar el agua, por lo que no se emplea para aumentar la temperatura. Por ello en superficie, el agua oscila entre 2 y 3 °C, mientras que a partir de los 300 m. la temperatura es constante e igual a 2°C.
- En las aguas epicontinentales hay más variación debido a que son poco profundas; pero en todo caso, su oscilación es inferior a la del medio aéreo que la rodea.

b. Gases disueltos:

Proceden de la atmósfera y son fundamentalmente N₂, O₂ y CO₂ que afectan a la respiración de los seres vivos que habitan en el agua. Hay más gases en las aguas frías que en las cálidas porque los gases se disuelven mejor en agua fría que en caliente. La cantidad de O₂ es mayor que la de N₂ porque el oxígeno es más soluble que el nitrógeno, además de que parte del oxígeno del agua procede de las plantas acuáticas (algas) que son organismos autótrofos fotosintetizadores.

c. Luz:

Es muy importante porque los vegetales y algas acuáticos la necesitan para realizar la fotosíntesis y sin ellos los animales morirían.

d. Salinidad: o cantidad de sales disueltas por unidad de volumen de agua. La salinidad depende de la evaporación y del aporte de agua y por ello las aguas del Océano Atlántico poseen una salinidad media (3,5%), mientras que el Mar Rojo tiene una salinidad elevada (4,5%) y el Mar Báltico una salinidad baja (2%).

En los ecosistemas acuáticos **los organismos** pueden clasificarse en **tres grupos diferentes** según su **manera de desplazarse**:

1.- El plancton, formado por seres diminutos que flotan en el agua a merced de las olas y las corrientes. Puede dividirse en fitoplancton y zooplancton.

a) En el fitoplancton se incluyen organismos que realizan la fotosíntesis, es decir, productores, como las algas microscópicas y las cianobacterias. Este grupo de organismos es vital para los ecosistemas acuáticos porque constituyen el primer eslabón de las cadenas tróficas.

b) El zooplancton está formado por seres heterótrofos que se alimentan del fitoplancton, es decir, consumidores primarios, entre los que se encuentran protozoos, algunos crustáceos y las larvas de muchos animales.

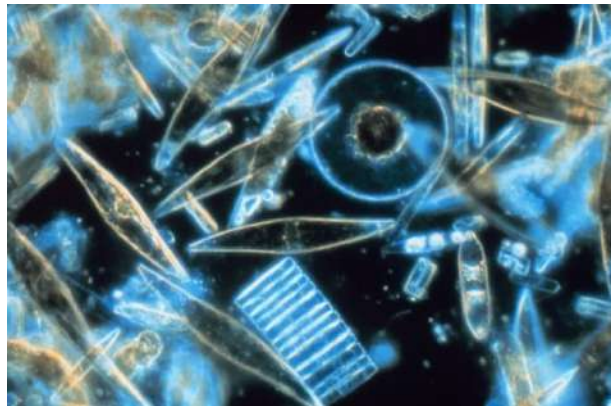


Imagen 35. Diatomeas (fitoplancton) vistas a través de un microscopio

Fuente: [Wikipedia](#)

Autor: Prof. Gordon T. Taylor

Licencia: Creative Commons (CC)

2.- El necton, integrado por animales de mayor tamaño que nadan y son capaces de desplazarse activamente, como los peces, los calamares, las tortugas marinas o los cetáceos.

3.- El bentos, formado por los organismos que viven fijos al fondo y los que se desplazan a poca distancia de él, como las ostras, los mejillones o las estrellas de mar.



Imagen 36. Arrecife de coral Fuente: [Wikipedia](#)
Autor: Desconocido Licencia: Creative Commons
(CC)

Ejercicio 60

¿Cuáles son los factores que condicionan los ecosistemas acuáticos?

Ejercicio 61

¿Cuál es la principal diferencia entre el fitoplancton y el zooplancton?

Ejercicio 62

Indica si los siguientes seres vivos pertenecen al plancton, al necton o al bentos:

	PLANCTON	NECTON	BENTOS
a) larvas de crustáceos			
b) erizo de mar			
c) atún			
d) alga microscópica			
e) lenguado			
f) sepia			
g) mejillón			
h) tintorera			

Ejercicio 63

¿En qué grupo de organismos, plancton, necton o bentos, podría incluirse a:

	PLANCTO	NECTON	BENTOS
--	---------	--------	--------

a) un nadador «haciendo el muerto			
b) un escafandrista andando por el fondo del mar			
c) un buceador desplazándose con aletas			

Ejercicio 64

Lea el párrafo que aparece abajo y complete las palabras que faltan

Los organismos acuáticos se clasifican en tres grupos:.....

El....., formado por organismos microscópicos que en el agua.

El....., que son seres vivos que viven.....

al sustrato y el....., integrado por animales

De agua dulce

Se llaman de agua dulce por la poca cantidad de sales minerales que lleva disueltas en comparación con el marino. En este medio se encuadran los **ríos, lagos, agua subterránea, torrentes, glaciares**,...y se **caracteriza por:**

- Es pobre en cloruro sódico y carbonato de magnesio.
- Es rico en carbonatos y sulfatos de calcio.
- Posee menos seres vivos que otros medios acuáticos.

Las plantas que podemos encontrar en este medio están **adaptadas** a vivir en **todas las profundidades y situaciones**, siendo su **función** la de **oxigenar las aguas** y servir de **alimento** a los **animales**, y así:

- Unas viven en la orilla, sin sumergirse, aprovechando la humedad del suelo.
- Otras tienen las raíces sumergidas, pero el tallo y las hojas son aéreas (cañas, espadañas y juncos).
- Otras tienen hojas flotantes y las raíces en el fondo de la charca (nenúfares).
- Otras son plantas flotantes (helechos de agua, lentejas de agua).
- Otras viven totalmente sumergidas, sin partes aéreas (espigas de agua).

En general en las aguas dulces la zonación o regiones biológicas vienen marcadas por la vegetación y son:

- a. **Zona Hidrófila:** Formada por plantas herbáceas que necesitan terrenos encharcados.
- b. **Zona de cañas y espadañas,** también llamados Cañizares formada por plantas que tienen la mitad de su cuerpo sumergido en el agua.
- c. **Zona de juncos:** Sobresalen del agua, pero tienen sus raíces incluso a 3 metros de profundidad.
- d. **Zona de nenúfares:** Desarrollan las hojas y flores en la superficie del agua pero tienen sus raíces a 3 o 4 metros de profundidad.
- e. **Zona de espigas de agua:** son plantas herbáceas sumergidas.
- f. **Zona de algas y musgos:** Son algas y musgos que forman un almohadillado hasta la zona profunda.

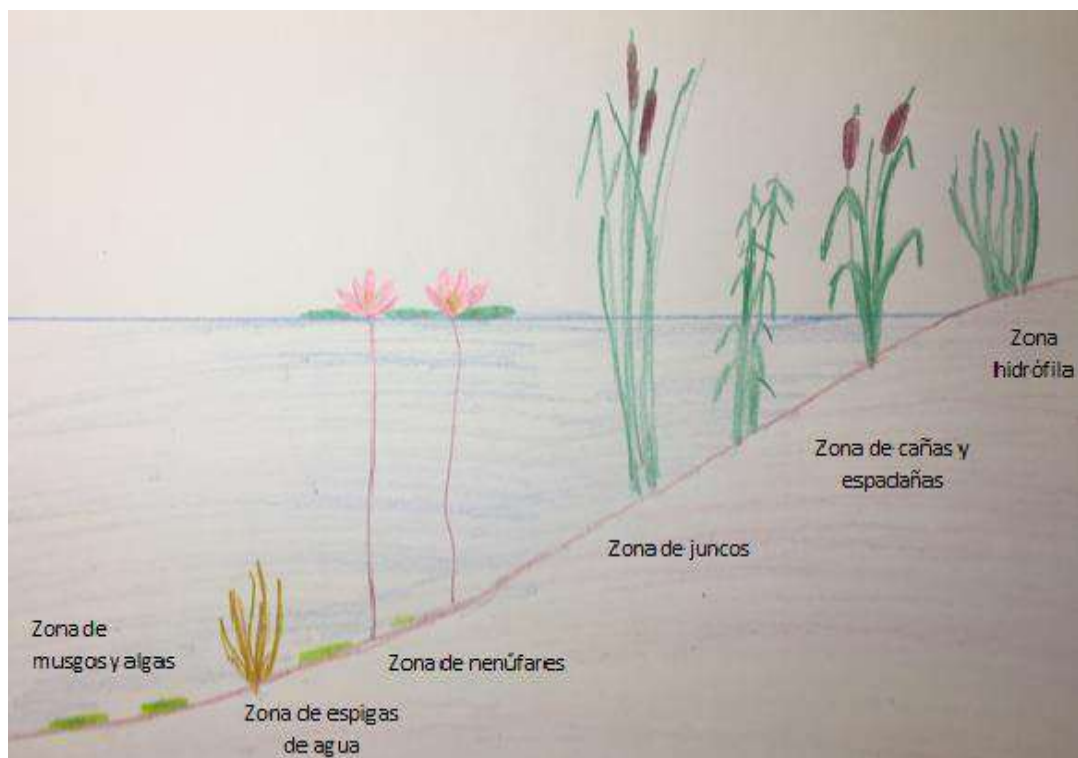


Imagen 37. Vegetación en un lago o río Fuente: Elaboración propia

Entre **los animales** podemos encontrar los siguientes:

- **Insectos:** Algunos son acuáticos toda su vida pero necesitan salir periódicamente a la superficie para respirar. Tales son los escarabajos acuáticos que se alimentan de plantas; el nadador de espalda o escorpión de agua que cazan gusanos, pececillos y larvas de insectos.

Otros pasan la fase larvaria en el agua y la fase adulta en vida aérea como los mosquitos y libélulas.

- Los mosquitos en fase larvaria tienen barbas con los que filtran el alimento y los adultos chupan la savia de plantas o la sangre de animales.

- Las libélulas (tanto larvas como adultos) y los caballitos de diablo son cazadores de otros animales.

- **Caracoles:** comedores de plantas y materia orgánica en descomposición, han de tomar aire de la superficie para respirar.

- **Pececillos:** Comen plantas y materia orgánica en descomposición, respiran por branquias con las que obtienen el oxígeno disuelto en el agua.

- **Anfibios:** Tienen una fase larvaria donde nadan, respiran por branquias y se alimentan de materia orgánica en descomposición. En la fase adulta andan o saltan en el medio aéreo, respiran por la piel o por pulmones y cazan a otros animales. Son anfibios: ranas, sapos, salamandras y tritones.

- **Aves:** En el curso alto del río se encuentran aves pescadoras como el martín pescador; en zonas donde las aguas son más tranquilas otras aves pescadoras como las garzas; también hay aves como la polla de agua que vive en las orillas y se alimenta de insectos, la focha que se alimenta de plantas del fondo y los patos que cogen fango del fondo del que extraen animalillos y partículas alimenticias.

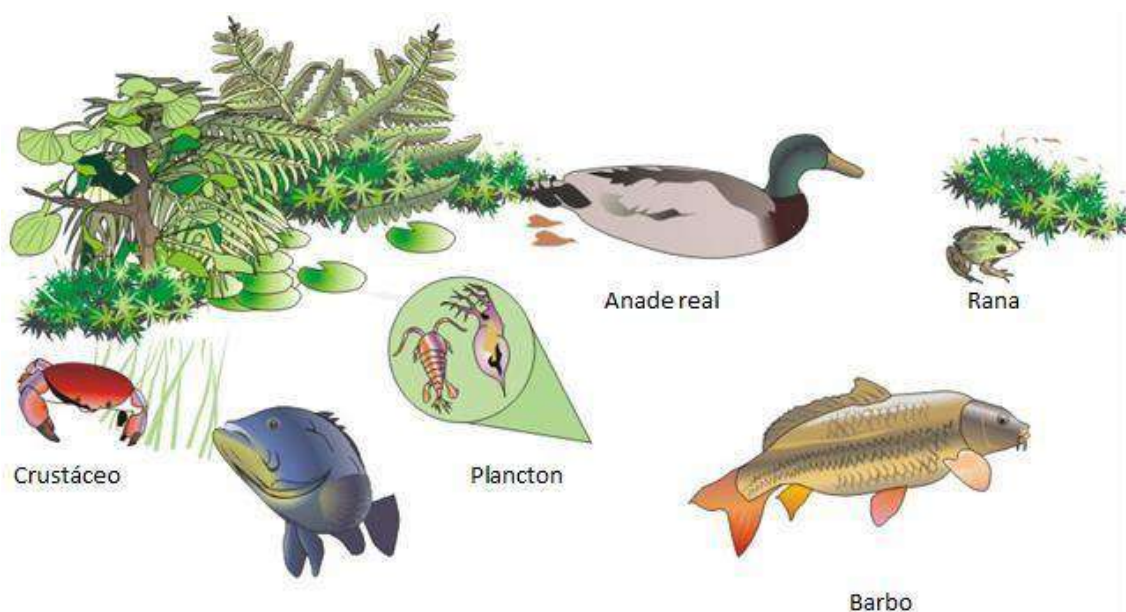


Imagen 38. Biocenosis ecosistema de agua dulce Fuente: [INTEF](#)
Autor: José Alberto Bermúdez Licencia: Creative Commons (CC)

Los lagos, estanques, pantanos y charcas. Comprenden tres regiones:

a.- **Zona litoral:** Se caracteriza por:

- En ella penetra la luz hasta el fondo.
- Posee abundante vegetación de juncos, carrizos, musgos,...
- Hay muchos animales como anfibios, aves, moluscos, crustáceos, insectos, gusanos...

b.- **Zona pelágica:** Está alejada de la orilla, pero en ella penetra la luz. Se caracteriza por:

- Posee luz.
- Tiene gran cantidad de aves, sobre todo zancudas y palmípedas.
- En sus aguas vive el plancton (zooplancton y fitoplancton).

c.- **Zona profunda:** Alejada de la orilla y en el fondo, se caracteriza por:

- A ella no llega la luz.
- Escasean los seres vivos tanto animales como vegetales.

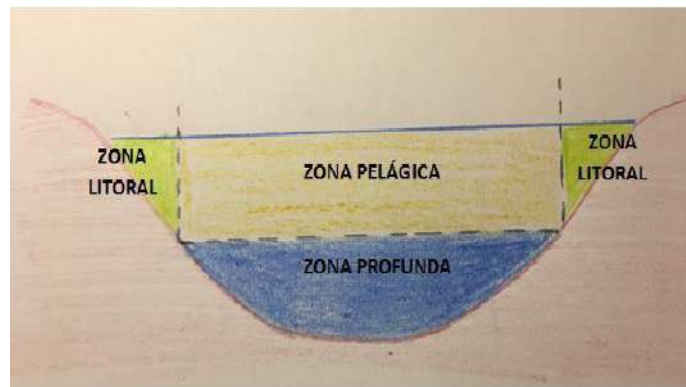


Imagen 39. Zonas de un lago Fuente: Elaboración propia

Ejercicio 65

En un lago en qué zona o zonas se encuentran los:

- a) productores
- b) consumidores
- c) descomponedores

Ejercicio 66

¿Qué productores hay en la zona pelágica?

Ejercicio 67

¿Se puede formar una cadena trófica completa en la zona profunda? ¿Por qué?

Marino

Comprende mares y océanos y es salado, como el medio interno de los seres vivos, debido a la presencia de sales como cloruros de sodio y magnesio. En la tierra este medio se da en terrenos salinos como las salinas de Montalvo (Cuenca).

El medio marino tiene una gran zonación o distribución de seres vivos según las condiciones particulares de proximidad a costa, temperatura, salinidad,... Estas zonas o biomas se clasifican en:

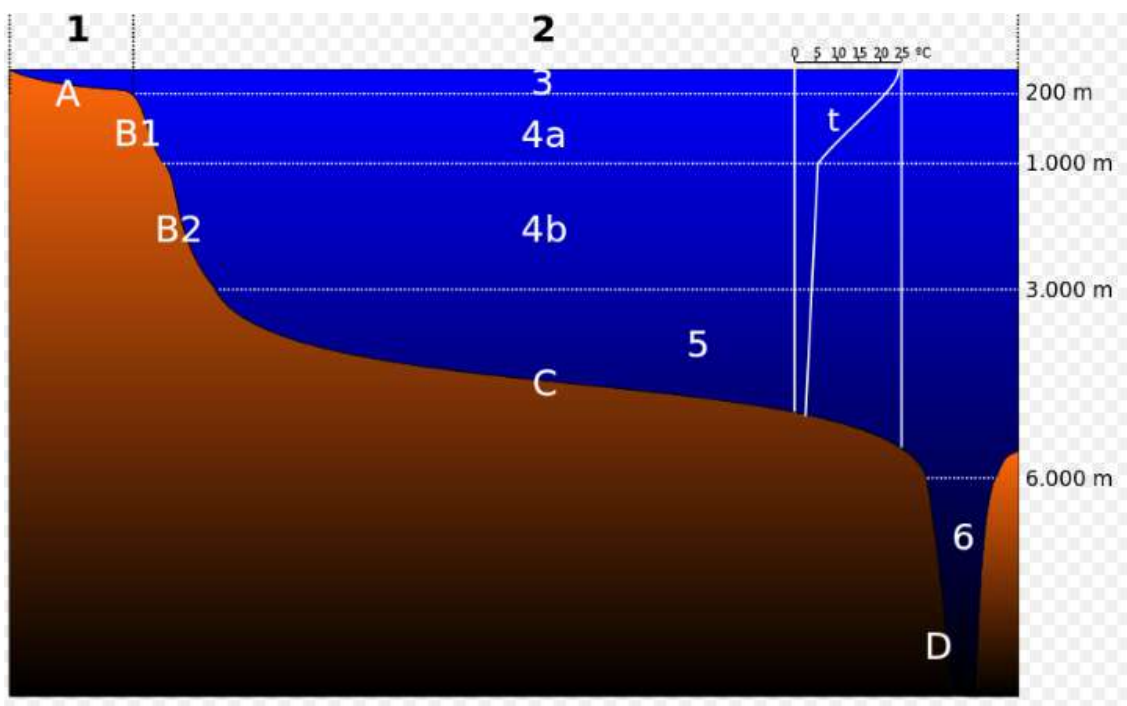


Imagen 40. Zonas del mar. Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Desconocido Licencia: Dominio público

Representan el 97,6 % del agua de nuestro planeta. Los componentes abióticos del ecosistema marino son el agua, las costas y los fondos. 1-6: Dominio pelágico

1. Región nerítica;
 2. Región oceánica;
 3. Zona Epipelágica.
 4. Zona Batial (4a. Zona Mesipelágica; 4b. Zona Batipelágica);
 5. Zona Abisopelágica o Abisal;
 6. Zona Hadalopelágica o Hadal; (t: termoclina permanente)
- A-D: Dominio bentónico
- A. Plataforma continental;

- B. Talud continental (B1. Talud continental superior; B2. Talud continental inferior);
- C. Llanura abisal; D. Fosa hadal.

A - Según su profundidad:

A-1. Plataforma continental (dibujo A): Es una pendiente suave que bordea a los continentes desde la superficie del mar hasta una profundidad de 200 metros. Se caracteriza por:

- a) A ella llega mucha luz por lo que hay abundancia de organismos fotosintetizadores (algas) que sirven de refugio y alimento a muchos animales.
- b) El fondo es arenoso o rocoso.
- c) Las aguas están en continuo movimiento por lo que muchos de los animales se protegen de él con conchas y mecanismos de sujeción al sustrato. Estos animales son crustáceos, equinodermos y moluscos. Por la abundancia de alimentos es una zona muy utilizada para la reproducción de peces, por lo que hay una gran variedad de ellos, pero poco numerosos. El conjunto de seres vivos de esta zona se denomina Bentos.

A-2. Talud continental (dibujo B): También llamado región batial, se extiende hasta los 2000 m de profundidad y se caracteriza por:

- a) A ella no llega la luz, por lo que no hay algas.
- b) En ella escasean los animales al no tener fuente de alimento.

A-3. Región abisal (dibujo C): Se extiende hasta el fondo de los océanos situado a 5000 o 6000 m por término medio, aunque puede alcanzar profundidades mayores de 10 a 12 kilómetros en las grandes fosas abisales como al fosa de las Marianas. Se caracteriza por:

- a) Hay oscuridad completa, por lo que algunos animales poseen tejidos electrógenos productores de luz y grandes bocas para capturar animales que caigan de la superficie.
- b) No hay vegetación.
- c) Escasean los animales.

B - Según la distancia a la costa:

B-1. Región nerítica (dibujo 1): Es la capa de agua correspondiente al grosor de la plataforma continental. Se caracteriza por:

- a) A ella llega la luz.

ACT 3. Bloque 7. Tema 2. Ecología y medio ambiente.

- b) Ocupada por el plancton o conjunto de organismos microscópicos que viven flotando y que se denominan:
- zooplancton: animales microscópicos.
 - Fitoplancton: vegetales microscópicos.
- c) El plancton es una gran fuente de alimento, por lo que hay una gran diversidad de animales nadadores que se alimentan de él.

B-2. Región pelágica (dibujo 2): También llamada de alta mar, es la masa de agua situada sobre el talud y la zona abisal. Comprende tres regiones:

- a) Epipelágica (dibujo 3): Se corresponde con la plataforma continental y también se le llama zona fótica porque a ella llega la luz.
- b) Batipelágica (dibujo 4b): También llamada zona batial, se corresponde con el talud continental.
- c) Abisopelágica (dibujo 5): Se corresponde con la zona abisal.

B-3. Región intertidal: es la zona correspondiente a las fluctuaciones de las mareas.

Ejercicio 68

La zona de alta mar se llama....

Ejercicio 69

La zona, según la distancia a la costa con más biodiversidad, es ...

Ejercicio 70

¿Dónde hay más seres vivos en el talud continental, en la plataforma continental o en la región abisal? ¿Por qué?

Ejercicio 71

Marca la respuesta correcta

1) Los juncos en un lago se encuentran en la zona:

a)	Litoral
b)	Pelágica
c)	Profunda
d)	Fuera del lago

2) En el curso alto de un río, las aves que nos encontramos son:

a)	Fochas
b)	Garzas
c)	Patos
d)	Martines pescadores

3) En la zona pelágica de un lago, principalmente hay:

a)	Fitoplancton
b)	Descomponedores
c)	No hay seres vivos
d)	Plantas

4) ¿En qué región marina no hay organismos fotosintéticos?

a)	Abisal
b)	Nerítica
c)	Plataforma continental
d)	Pelágica

5) ¿En qué región marina hay mayor biodiversidad?

a)	Abisal
b)	Talud continental
c)	Nerítica
d)	Pelágica

9.2. Biomás terrestres

También llamado aéreo se caracteriza por:

- Es más **pequeño** que el acuático, ya que ocupa una cuarta parte de la superficie del planeta.
- Las **temperaturas** presentan **grandes oscilaciones** entre:
 - El día y la noche: como en el Sáhara donde por el día se alcanzan hasta 40°C y por la noche hasta -10°C.
 - Entre las estaciones: Así en zonas templadas hay una media de 23°C en verano y 5°C en invierno.

- Entre distintas regiones, y así en el Sáhara se alcanzan 40°C mientras que en Siberia llagan a -50°C.
- c) La humedad o **cantidad de agua** en estado de vapor de la atmósfera, es **determinante para los seres vivos**, lógicamente hay menos cantidad de agua que en un medio acuático.
- d) El **medio** que **rodea a los seres vivos** es el **aire**.
- e) Los **seres vivos** tienen **peores condiciones** para la vida en este medio **que en el acuático**.
- f) Los **seres vivos** de este medio proceden del medio acuático, es decir la vida comenzó en el agua y posteriormente colonizaron el medio terrestre, por lo que los animales y plantas de este medio son muy variados tanto en forma corporal como en forma de vida ya que se han tenido que **adaptar a los distintos medio terrestres**.

Ejercicio 72

Escribe 3 diferencias entre el ecosistema terrestre y el acuático

9.2.1. Clasificación de los biomas terrestres por flora y fauna

Un bioma es un conjunto de ecosistemas que ocupa grandes regiones geográficas y se caracteriza por presentar una fauna, flora, clima y suelo parecidos. También se suele encontrar en las mismas latitudes y altitudes.

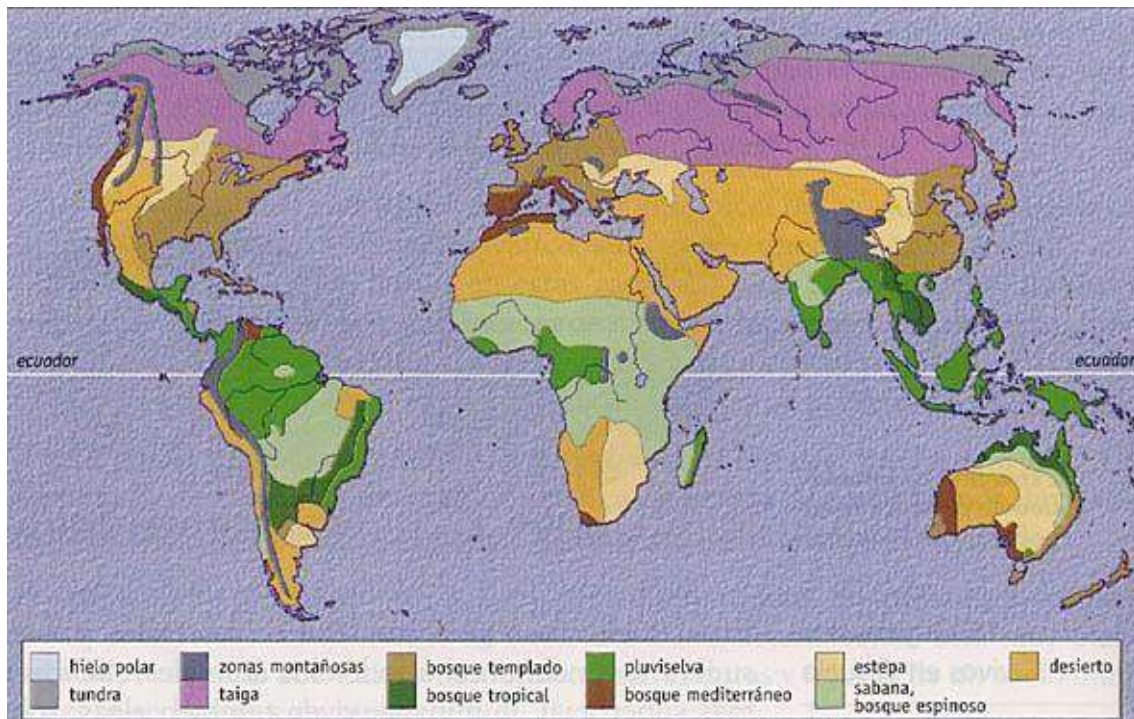


Imagen 41. Biomas terrestres

Fuente: [Libro electrónico CIENCIAS DE LA TIERRA Y MEDIO AMBIENTE](#)

Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

A) La tundra

Dentro de esa distribución el primer bioma sería la tundra. Al parecer, este término es ruso y significa vulgarmente turba o tierra turbosa. La tundra corresponde al paisaje abierto de las **regiones circumpolares** caracterizadas por **escasas precipitaciones**, generalmente en forma **nieve**, y por sufrir unas **temperaturas medias muy bajas** por lo que el **suelo permanece helado** (*permafrost*) casi todo el año. Debido a esto no existen árboles ni arbustos que puedan enraizar y la vegetación se limita a líquenes, musgos y algunas herbáceas.

Durante unas pocas semanas, que corresponden al **verano**, el suelo se deshíela en superficie y se originan grandes regiones pantanosas donde se forma la turba y pululan millones de **insectos**. La tundra es el **hábitat de herbívoros** como el *reno*, *el lemming* o *la liebre ártica*. El oso polar, el *lobo ártico* o *el búho nival* son los principales **depredadores**. Siberia, Laponia, norte de Canadá y Alaska poseen buenos ejemplos de regiones tipo tundra. En el hemisferio sur no existe una banda de **tundra** ya que no existen tierras emergidas. Sólo se pueden encontrar medios semejantes en la Tierra del Fuego y en algunas islas oceánicas.

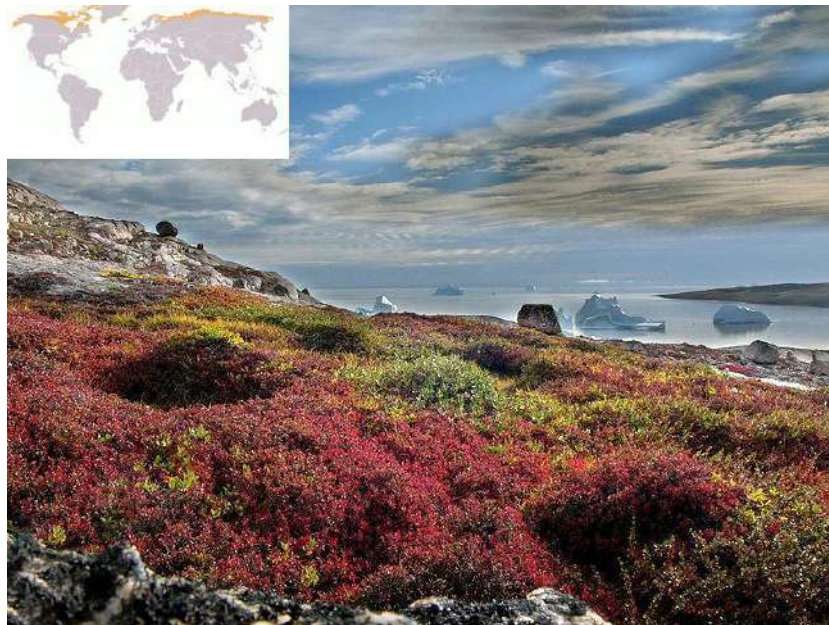


Imagen 42. Tundra de Groenlandia en verano Fuente: [Wikipedia](#)
Autor: Hannes Grobe Licencia: Creative Commons (CC)

B) La taiga

El segundo bioma corresponde a la taiga o bosque de coníferas que se extiende en el hemisferio norte por Canadá, Escandinavia y Rusia (Siberia), está **situado entre la tundra y la estepa**. En el hemisferio sur, al no haber masas continentales emergidas en las latitudes correspondientes, no se encuentra cinturón de coníferas.

La taiga se caracteriza por tener unas **temperaturas medias bajas** y dos periodos marcados: **seis meses de frío** e innivación y otros **seis** tórridos y **secos** (época de los grandes incendios forestales regeneradores). Estas extremadas condiciones sólo permiten árboles de hoja perenne, aciculifolios, es decir **coníferas** (*alerces*, *piceas*,

abetos, pinos) que no pueden permitirse el despilfarro de renovar cada año todas sus hojas. La taiga es el hábitat de los comedores de piñones (**herbívoros**) como el *piquituerto* o *la ardilla*. También de hábiles **depredadores** forestales como el *azor*, *la marta* o el *glotón*.



Imagen 43. Taiga en el raion de Yemelyanovsky, en el krai de Krasnoyarsk, Rusia
Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Andrey "Efenstor" Pivovarov Licencia: Creative Commons (CC)

C) El bosque caducifolio

Cuando las **temperaturas** son más **templadas** y la **humedad** más **abundante** y repartida **a la largo del año**, el bosque de coníferas es sustituido por el bosque caducifolio. En este bioma dominan los **árboles de hoja caduca** como *hayas*, *roble*, *avellanos*, *olmos*, *castaños* y numerosos **arbustos** que generan un **suelo profundo y fértil**. Generalmente, este bosque ha sido aclarado y talado para instalar cultivos, por lo que apenas se pueden encontrar masas representativas. Es el hábitat de una **variada fauna**, entre la que destacan el *oso* y el *gato montés*.



Imagen 44. Bosque primario de hayas en Polonia Fuente: [Wikipedia](#)
Autor: Lichinga Licencia: Creative Commons (CC)

D) El bosque mediterráneo

En las **zonas templadas**, si la **pluviosidad es baja** y la **estación seca muy marcada**, se instala otro tipo de bosque, **de hoja perenne y resistente a la sequía estival**. Es el bosque mediterráneo, con **vegetación xerófila**, dominado por la *encina*, *el alcornoque* o *el roble quejigo*, **árboles de hojas pequeñas y duras** para evitar la pérdida de agua, también hay muchos **arbustos olorosos** de hojas pequeñas (con aceites esenciales que evitan la evaporación del agua) como el *romero*, *tomillo* o *lavanda*. Se trata, también, de un ecosistema profundamente degradado por la acción humana. Es el paraíso de los reptiles y hábitat de especies tan significativas como el conejo, el lince y numerosas rapaces.



Imagen 45. Encinar denso en el Monte del Pardo(España)

Fuente: [Wikipedia](#) Autor: [Eleagnus-commonswiki](#) Licencia: Creative Commons (CC)

E) La sabana y praderas.

En la transición del bosque hacia el desierto, con pluviosidad muy escasa y una larga **estación seca** encontramos un bioma que puede tomar diferentes formas según los continentes. Se trata de la pradera, dominio de **plantas herbáceas** (gramíneas) **y muy escasos árboles o arbustos**. Se le denomina estepa en Eurasia, pradera en Norteamérica, pampa en Sudamérica, y sabana en África aunque cada una de estas formaciones herbáceas posee sus propias peculiaridades. Son el hábitat de **herbívoros corredores** como el bisonte, el caballo, la cebra o el canguro y de aves, también corredoras, como la avutarda, el avestruz o el ñandú.

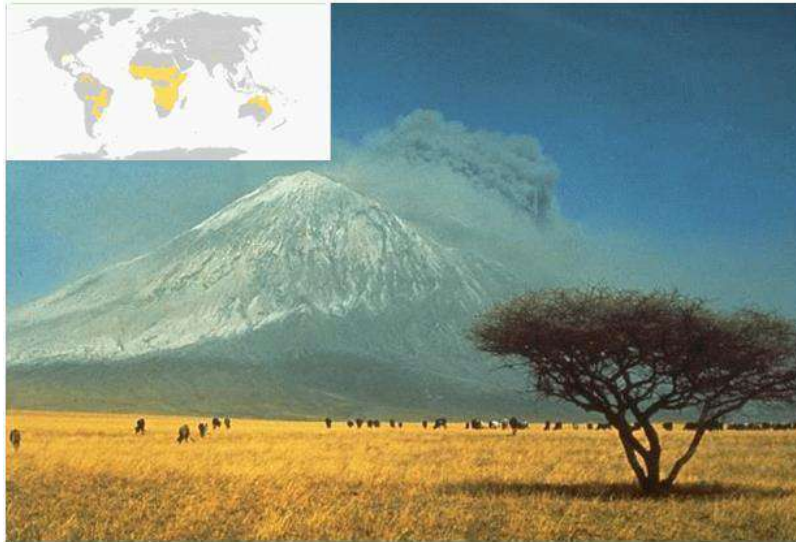


Imagen 46. Vista de la sabana de Tanzania Fuente: [Wikipedia](#)
Autor: Celia Nyamweru Licencia: Dominio público

F) El desierto cálido.

Cuando la **precipitación** es sumamente **escasa** se presentan los desiertos como los de Sáhara, Arabia o Kalahari. Los desiertos son consecuencia del sistema general de circulación atmosférico. Se originan en el cinturón subtropical de altas presiones, donde las masas de aire seco descienden, así se formaron los desiertos del Sáhara, de Arabia o el Kalahari.

Los desiertos son un medio muy extremado y los seres vivos han de especializarse para sobrevivir en ellos. Las **plantas** se han acomodado a la aridez mediante la emisión de **profundas raíces**, la **adaptación** de las **partes vegetativas al ahorro del agua** o **desarrollando** todo **su ciclo vital** en las **horas posteriores a un chaparrón**. Los **animales** son **crepusculares** y sobreviven en hondas **madrigueras** (escorpiones, reptiles, roedores) o bien pueden soportar varias jornadas sin beber ni alimentarse

(camello, dromedario).



Imagen 47. Desierto del Sahara
Fuente: [Wikipedia](#)
Autor: Florence Devouard
Licencia: Creative Commons (CC)

G) La selva tropical

En oposición al desierto, en las regiones intertropicales donde la **pluviosidad es abundante** y las **temperaturas elevadas (20 a 25°C)** pero **constantes**, aparece la selva virgen o bosque tropical. La vegetación es exuberante, marcadamente estratificada, con **árboles** muy elevados de hojas anchas, abarrotados de **plantas epífitas, lianas y trepadoras**. La selva es el **ecosistema de mayor biodiversidad**, especialmente en cuanto a invertebrados. La Amazonia, África Ecuatorial y la región Indomalaya presentan los mejores ejemplos, aunque este tipo de bosque se halla en regresión.

Las selvas tropicales son un importante engranaje en la estabilidad climática del planeta. **Controlan el flujo del agua, regulan el clima y generan oxígeno**, además de albergar un patrimonio genético de incalculable valor, una buena parte del cual está sin investigar todavía.

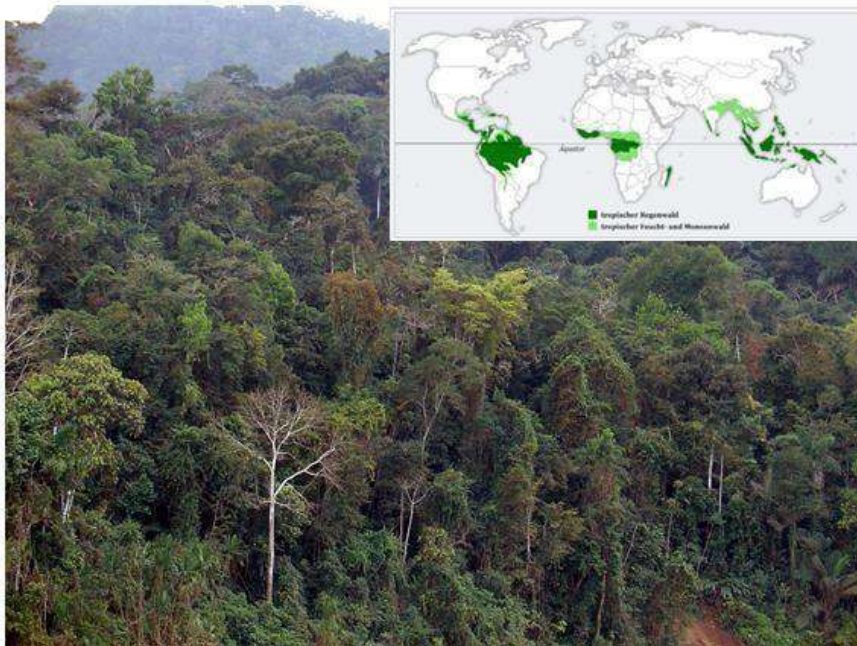


Imagen 48. Selva ecuatorial en la cuenca del Amazonas Fuente: [Wikipedia](#)
Autor: Martin St-Amant Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 73

¿De qué biomas son representativos los siguientes vegetales: cactus, abeto, musgo, haya, lianas, gramíneas, encinas?

Ejercicio 74

En la tundra no vive prácticamente ningún anfibio ni reptil. ¿A qué crees que es debido?

Ejercicio 75

Indica si es verdadero o falso:

	V / F
a) A pesar del intenso calor en los desiertos hay una gran abundancia de seres vivos.	
b) La tundra y la taiga son propias de climas fríos.	
c) En la selva tropical hay grandes árboles de hojas anchas, lianas y plantas epífitas	
d) La tundra se da aproximadamente en las mismas latitudes que el bosque mediterráneo.	
e) Los animales más característicos de la sabana son los grandes herbívoros.	
f) En el bosque caducifolio los vegetales dominantes son las gramíneas.	
g) Los principales vegetales de la taiga son los abetos y los pinos.	

Ejercicio 76

¿Cuál es el bioma característico de Castilla la Mancha?

Ejercicio 77

¿Qué biomas son característicos de la península Ibérica?

10. Cambio climático.

a. Explotación humana.

El ser humano explota el medio para obtener alimento y materias primas o bien para depositar los residuos de su industria. Esa actividad humana es capaz de transformar los ecosistemas al degradar la cobertura vegetal. Los **factores de degradación** más importantes son las **rotaciones agrícolas, los cultivos intensivos, los incendios y el sobrepastoreo**. También la creciente **urbanización** es un elemento que origina pérdida de cubierta vegetal.

El caso más significativo y cercano para nosotros es el de la sobreexplotación del bosque mediterráneo, convertido en muchas zonas en páramos esteparios. En otras regiones del planeta, la degradación (sobrepastoreo, roturación) de las praderas, estepas y sabanas da paso al desierto. Los bosques tropicales húmedos no escapan a la acción humana. La selva tropical cubre el 7% de la superficie terrestre pero está desapareciendo a un ritmo de entre 16 a 20 millones de hectáreas anuales. También los desiertos avanzan. Cada año se pierden, sin esperanzas de recuperación,

millones de hectáreas de tierras productivas y otros 20 millones quedan seriamente dañados.

Los bosques templados no corren mejor suerte. Se estima que 45 millones de hectáreas de hallan afectadas por la Waldsterben o muerte forestal debido a la contaminación atmosférica causada por la lluvia ácida o el ozono troposférico. Más problemas puede acarrear el cambio climático a causa del efecto invernadero ya que el calentamiento global produciría la subida del nivel del océano y el desplazamiento de los biomas hacia los polos, lo que modificaría la situación de las zonas de cultivo y afectaría a la economía y sustento de millones de personas.

Otro factor de degradación es **la contaminación** de los ecosistemas terrestres **por** sustancias tóxicas como **biocidas o residuos industriales**, que alteran las redes tróficas al eliminar determinadas especies y favorecer la expansión de otras resistentes. También las aguas sufren los efectos de los **vertidos orgánicos, agrícolas e industriales** procedentes de las actividades humanas, ocasionando diversas alteraciones que van desde la eutrofización de las aguas hasta la desaparición de la vida en los cauces. La **sobrepesca**, la urbanización del litoral o el vertido de sustancias tóxicas a los mares son algunos de los problemas con los que se enfrenta el medio marino. La **pérdida de diversidad** y la amenaza de **extinción de especies** (cetáceos, tortugas) son algunas de las **consecuencias**.



Pila de troncos apilados para la obtención de madera. La deforestación a la que el ser humano somete a los bosques a día de hoy se ha convertido en un problema para su conservación.



Los bosques caducifolios suelen ser abiertos para el desarrollo de zonas agrícolas.

Imagen 49. Pila de troncos apilados y campo agrícola Fuente: [Wikipedia](#) Autor: Serouj y Phil Williams Licencia: Creative Commons (CC)

Ejercicio 78

Escribe los principales factores de degradación del medio ambiente.

Ejercicio 79

¿Qué consecuencias tiene la degradación del medio ambiente?

b. Contaminación atmosférica

La atmósfera es la capa gaseosa que rodea la Tierra, a la que atrae por la fuerza de la gravedad. El aire es la mezcla homogénea de gases que constituye la atmósfera. La composición del aire es:

78.08 % de Nitrógeno.

20.95 % de Oxígeno.

0,93 Argón.

0.03 % de CO₂.

0.01% Otros gases (O₃, Neón, Helio, Metano, Kriptón, etc.).

Vapor de agua en proporción variable, entre un 0.4 – 1 %, no incluido en la composición de aire seco.

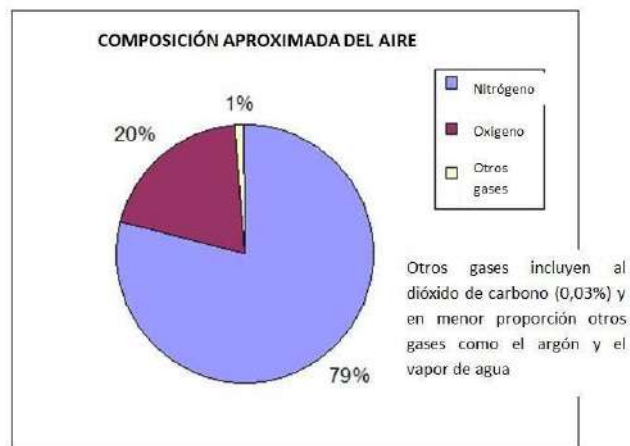


Imagen 5: Composición de la atmósfera.

URL:https://commons.wikimedia.org/wiki/Atmosphere#/media/File:Air_composition_pie_chart.JPG Autor: Desconocido. Licencia: [Creative Commons](#) (CC)

Pero la composición química del aire ha ido cambiando.

a. Aumento del efecto invernadero

La vida es posible en nuestro planeta, entre otras cosas, porque la temperatura media es de 15 °C. Por la distancia de la Tierra al Sol, la temperatura media de la Tierra debería ser 33 °C más baja, pero gracias a la presencia en la atmósfera de algunos gases como el CO₂ y el metano (CH₄), se crea un efecto invernadero que aumenta la temperatura.

Los gases de efecto invernadero (dióxido de carbono y metano), por su alta densidad, ocupan la parte más baja de la atmósfera.

La energía (**rayos infrarrojos**) procedente del Sol **atraviesa la atmósfera** y **calienta la Tierra**. **La Tierra, al calentarse, emite radiación infrarroja de la que parte es absorbida por los gases de efecto invernadero, reteniéndola e irradiándola de nuevo hacia la superficie terrestre, aumentando la temperatura media de la Tierra.**

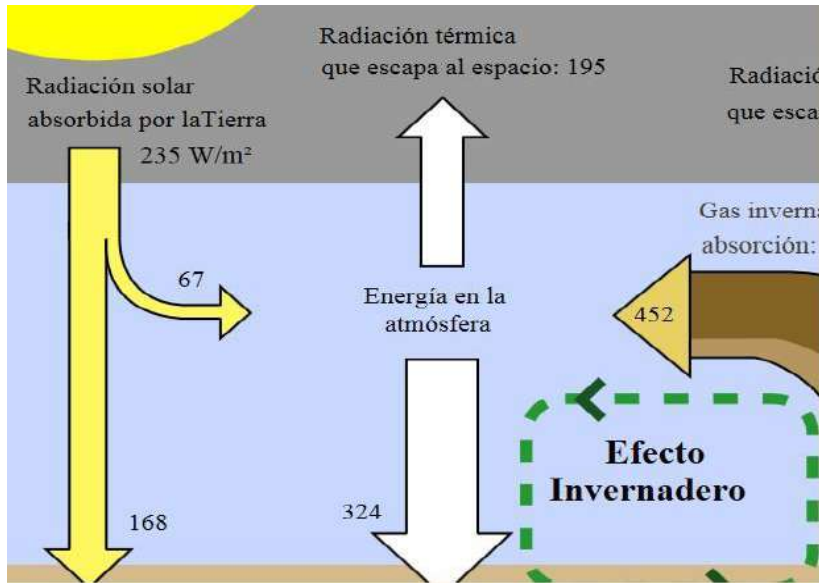


Imagen 10: Esquema del efecto invernadero mostrando los flujos de energía entre el espacio, la atmósfera y superficie de la tierra. En esta gráfica la radiación absorbida es igual a la emitida, por lo que la Tierra no se calienta ni se enfría. La habilidad de la atmósfera para capturar y reciclar la energía emitida a la superficie terrestre es el fenómeno que caracteriza al efecto invernadero. Fuente: Wikipedia. Autor: Robert A. Rohde.

Licencia: [GFDL 1.2](https://www.gnu.org/licenses/gfdl-1.2.html)

El efecto invernadero natural es bueno y necesario para la vida, pero con el aumento de la contaminación y la emisión de gases, como el CO₂, procedentes de la combustión de carbón, derivados del petróleo y de gas natural, o el metano (CH₄) procedente de la ganadería intensiva, están provocando un aumento del efecto invernadero.

Las principales causas del aumento de gases de efecto invernadero en la atmósfera son:

- La obtención de energía a partir de la **quema de combustibles fósiles** produce un aumento de la concentración de CO₂ en la atmósfera.
- La **deforestación** hace que se capte menos CO₂ por la fotosíntesis y que ese CO₂ permanezca en la atmósfera.
- La **ganadería intensiva y los arrozales** provocan el aumento de metano (CH₄) en la atmósfera.

El aumento del efecto invernadero está provocando una mayor retención de la radiación infrarroja, produciendo un calentamiento global responsable del cambio climático.

El aumento del efecto invernadero está provocando un **cambio climático** en el que, además del **aumento de la temperatura**, se están produciendo otras alteraciones como:

- **Subida del nivel del mar.**
- **Deshielo de glaciares** de montaña.
- **Disminución de la superficie helada** en Groenlandia y el Ártico.
- **Sequías, huracanes, grandes precipitaciones, inundaciones, olas de calor**, etc.
- **Cambio de hábitat de especies animales y vegetales.**

Soluciones al cambio climático

- 1) Reducción del uso de combustibles fósiles en todas las actividades (transporte, calefacciones, industrias, etc.).
- 2) Sustitución del actual modelo energético por la utilización de las energías renovables: solar, eólica, biomasa, mareomotriz, geotérmica e hidrógeno.
- 3) Planes de ahorro energético y de eficacia en los vehículos, iluminación, calefacciones, refrigeración, aislamientos, edificios ecológicos, industrias, etc.
- 4) Desarrollo de planes de reforestación para la captación y reducción del CO₂ atmosférico.
- 5) Protección de los ecosistemas captadores de CO₂ tanto terrestres (selvas) como marinos (arrecifes).
- 6) Establecimiento de protocolos internacionales que comprometan la actuación común de todos los países como el aprobado en Kyoto en 1997.



Vídeo 2: ¿Qué es el efecto invernadero? Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com>

/watch?time_continue=1&v=YLFLxQ0t07A



Vídeo 3: Causas y consecuencias del cambio climático.

Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com>

/watch?time_continue=1&v=ITyLuvBTi4w

Ejercicio 80

¿Cuáles son las consecuencias del efecto invernadero?

Ejercicio 81

¿Cuál es el gas que más influye en el efecto invernadero?

	a) CFC
	b) Óxidos de nitrógeno
	c) Dióxido de carbono
	d) Óxidos de azufre

Ejercicio 82

¿Qué radiación solar, es la que calienta la Tierra?

	a) Rayos ultravioletas
	b) Rayos gamma
	c) Luz visible
	d) Rayos infrarrojos

Para saber más

Puedes entrar en las siguientes páginas con explicaciones y actividades interactivas para que compruebes tus conocimientos.

Trasferencia de energía en los ecosistemas. Proyecto 2º ESO

http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/2ESO/Energia_ecosistemas/actividades.htm

Los seres vivos y el medio ambiente. Proyecto biosfera 2º ESO

<http://recursos.cnice.mec.es/biosfera/alumno/2ESO/servivo/actividades.htm>

Dinámica de los ecosistemas. Cidead 4º ESO

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esobiologia/4quincena10/index_4quincena10.htm

La energía en los ecosistemas. EDUCASTURPANDO 2º ESO

http://web.educastur.princast.es/proyectos/biogeo_ov/2ESO/11_ecologia/INDICE.htm

TAREAS DEL TEMA

1. a) Define ecosistema.

b) Señala si las siguientes frases son verdaderas o falsas, en caso de ser falsas corrígelas, debajo.

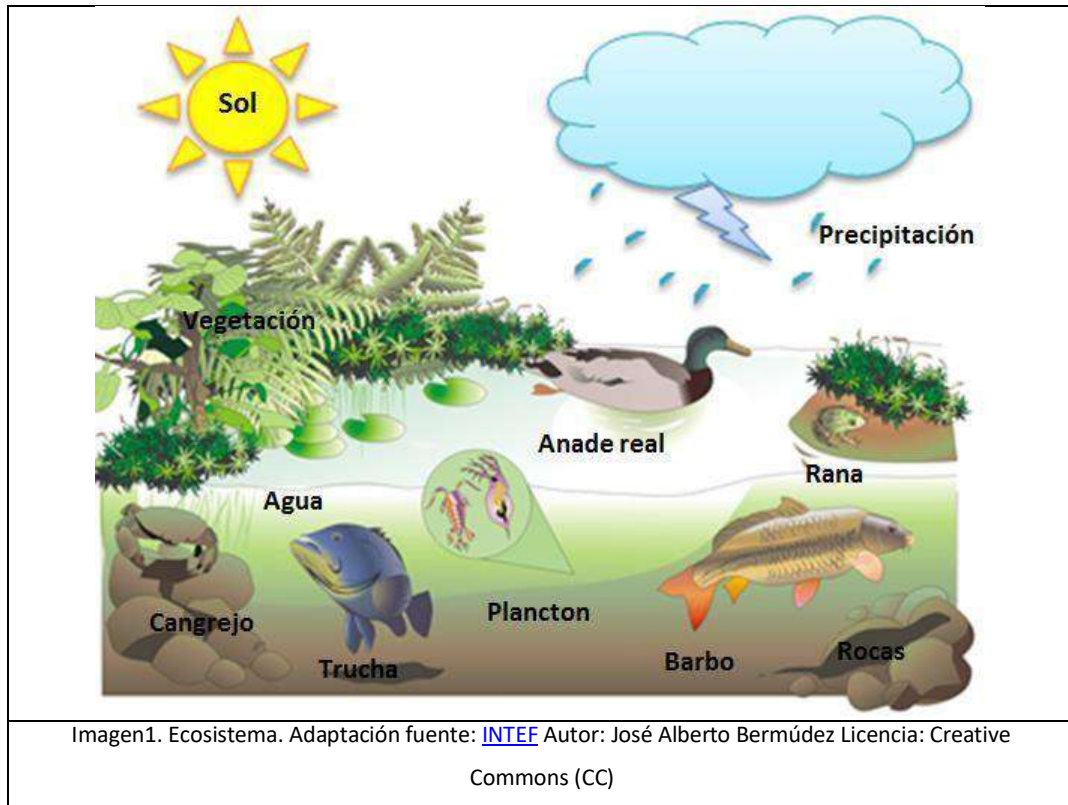
- El biotopo es el conjunto de seres vivos que habita en un lugar.
- La biocenosis de un lugar también recibe el nombre de comunidad.
- Ecosistema = biotopo + biocenosis.

c) Coloca en el paréntesis de cada elemento del ecosistema una C si forma parte de la biocenosis y una B si forma parte del biotopo.

- () Agua () Plantas
- () Animales () Temperatura
- () Rocas () Microorganismos
- () Viento () Energía solar

2. a) ¿Qué son los factores abióticos?

b) Cita 3 factores abióticos, del ecosistema del dibujo.



c) ¿Qué tipo de ecosistema representa el dibujo?

3. a) ¿Qué son los factores o relaciones bióticas?

b) Completa la siguiente tabla

Definiciones	Relaciones	Ejemplo
Se produce entre individuos de la misma especie.		
Se produce entre individuos de especies diferentes.		
Es una relación en la que los		

individuos de la misma especie compiten por el alimento, el territorio o las hembras.		
Es una relación que beneficia a las dos especies y no pueden vivir separadas.		
Es una relación que beneficia a una especie y perjudica a la otra. Los seres vivos implicados reciben el nombre de depredador y presa.		
Es una relación en la que los individuos de la misma especie se mantienen juntos para, reproducirse y criar a la prole.		
Es una relación que beneficia a las dos especies y las especies pueden vivir separadas		
Relación en la que los individuos de la misma especie, se distribuyen el trabajo y están divididos en castas		
Es una relación que beneficia a una especie y perjudica a la otra Los seres vivos implicados reciben el nombre de parásito y huésped.		
Es una relación en la que los individuos de la misma especie se juntan para buscar alimento, defenderse o migrar.		
Una relación en la que las dos especies se ven perjudicadas		
Relaciones en la que los individuos		

de la misma especie, se mantienen unidos físicamente.		
Relación en la que un individuo de una especie se beneficia y al de la otra especie le da igual.		

4. La imagen muestra un autillo dentro de un cactus.

- ¿Qué tipo de relación se establece entre ellos?
- ¿Qué tipo de adaptación presentan cada uno de ellos a los factores abióticos?



5. a) ¿Qué es un nivel trófico? Tipos

b) Convierte las siguientes frases falsas en verdaderas, debajo de la frase.

- Los productores son seres vivos heterótrofos.
- Los consumidores primarios se alimentan de los descomponedores.
- Los descomponedores convierten la materia inorgánica en orgánica.
- Los descomponedores son seres vivos autótrofos

6. a) Mira el dibujo y haz una lista con los seres vivos que aparecen clasificándolos según su nivel trófico:

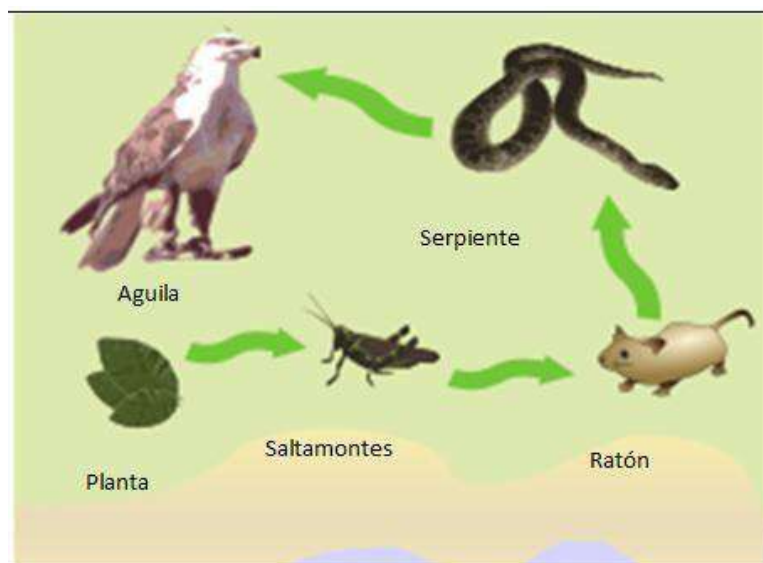
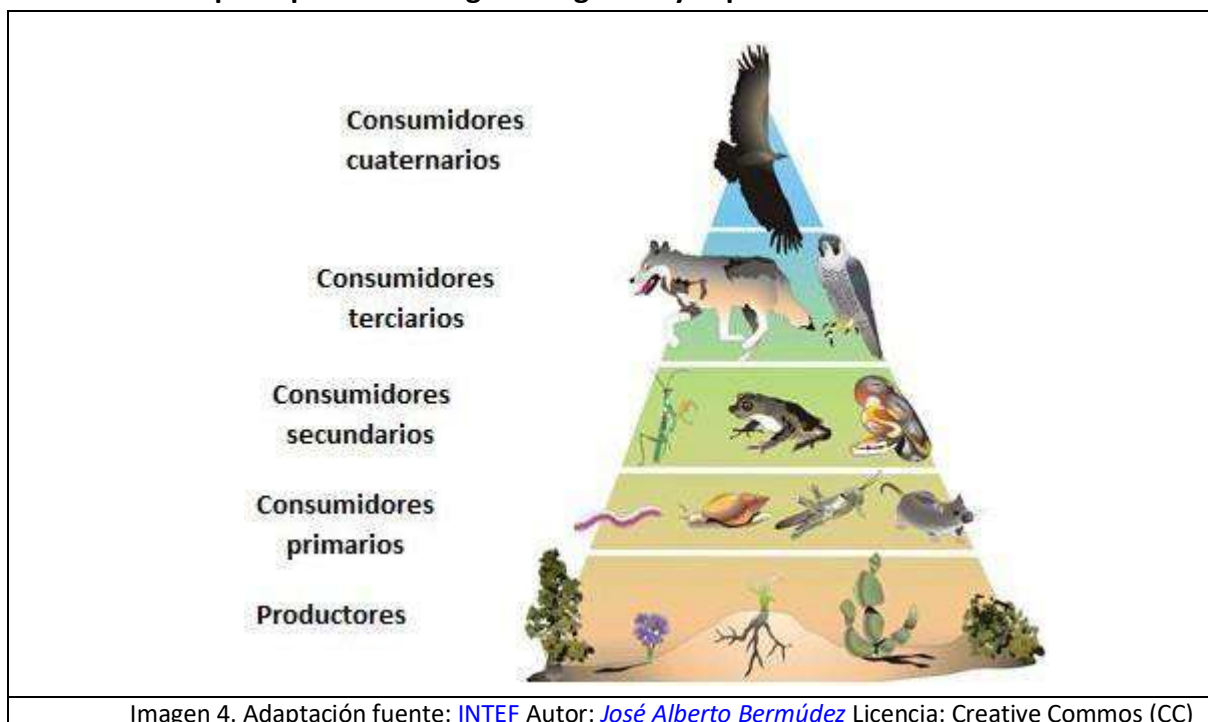


Imagen 3. Adaptación fuente: [Wikipedia](#) Autor: [chris](#) Licencia: Creative Commons (CC)

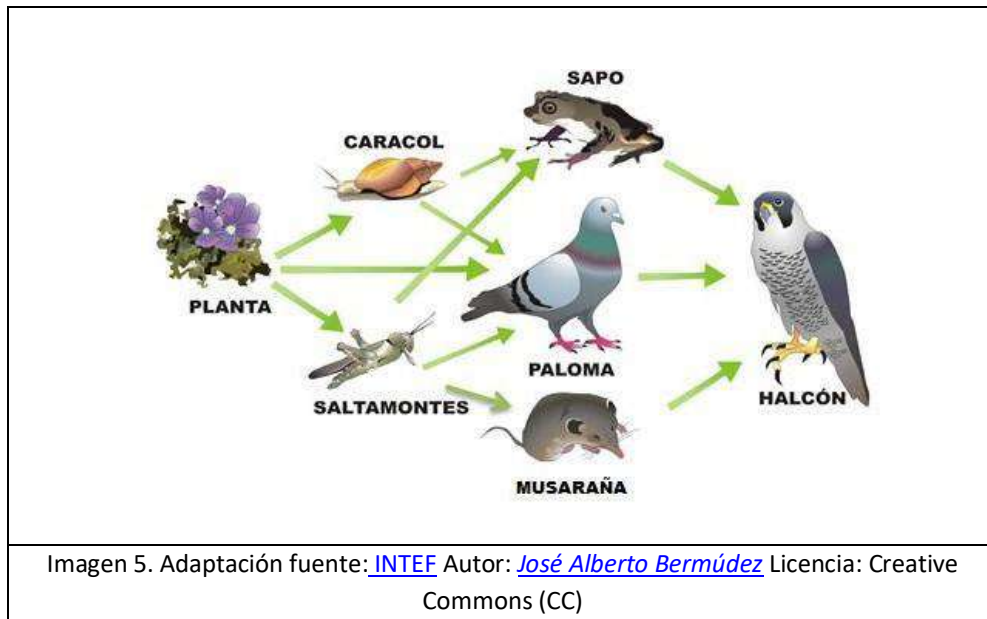
SER VIVO	NIVEL TRÓFICO	¿A QUIÉN COME?
	productores
	consumidores primarios	
	consumidores secundarios	
	consumidores terciarios	
	consumidores cuaternarios	

b) La imagen anterior ¿es una cadena o una red trófica? Razona la respuesta

7. Indica que representa el siguiente gráfico y explícalo



8. Observa la siguiente imagen y contesta a las siguientes preguntas:



- ¿Qué representa la imagen? Razona la respuesta
- Clasifica a los seres vivos según el nivel trófico que ocupan. (Alguno puede estar en más de un nivel).
- ¿Qué pasa con la materia en este ecosistema?
- ¿Qué pasa con la energía?
- ¿Qué tipo de ecosistema es?

9. Define hábitat y nicho ecológico. Indica el hábitat y el nicho ecológico de un conejo de campo.

10. Observa la imagen y contesta a las preguntas:

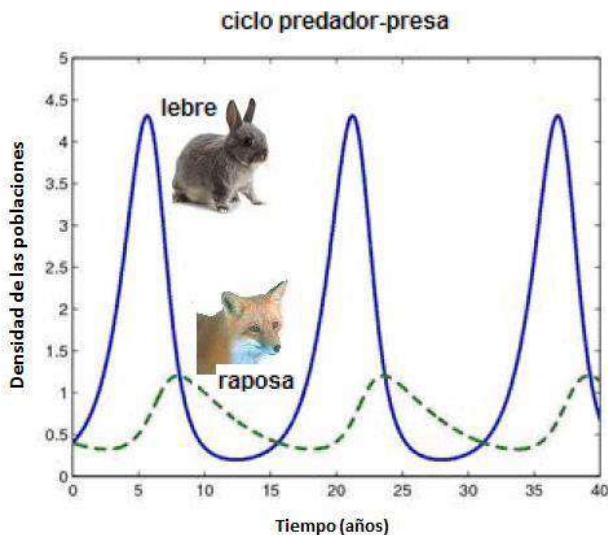


Imagen 6. Adaptación fuente: [Sintonía tecnológica e ambiental](#)
 Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

- a) ¿Qué representa el dibujo? ¿Qué tipo de variación del ecosistema es?
- b) ¿Qué pasaría con la población de liebres de una zona si se incrementara la población de raposas?
- c) ¿En qué factor se basa esta fluctuación?

11. Respecto a las sucesiones contesta las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué son las sucesiones ecológicas?
- b) ¿Qué tipos hay?
- c) Diferencias entre los estrategias k y r. ¿En qué etapas de la sucesión predomina cada uno?
- d) Observa la imagen, ¿Qué tipo de sucesión ocurrió cuando se incendió el bosque? Ahora ¿qué sucesión está ocurriendo?



12. Completa la siguiente tabla con las

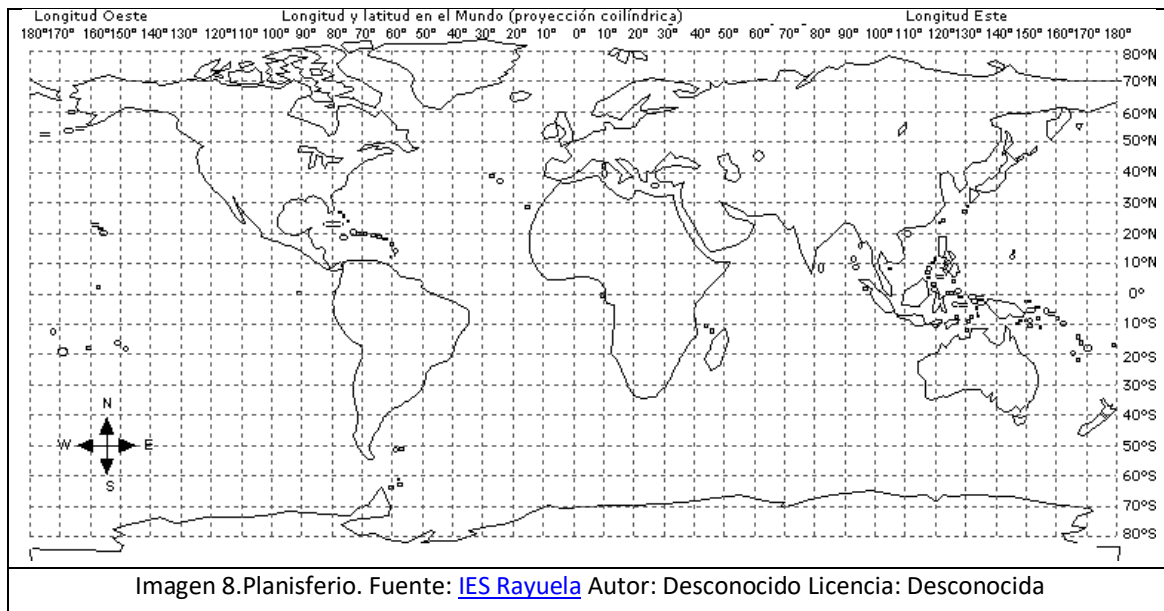
diferencias entre los ecosistemas acuáticos y terrestres

	ACUÁTICO	TERRESTRE
GRANDE/PEQUEÑO		
MEDIO QUE RODEA A LOS SERES VIVOS		
TEMPERATURA		
LUZ		
TIPOS DE ECOSISTEMAS		

13. a) Completa la siguiente tabla sobre los biomas terrestres

BIOMA	FLORA	FAUNA	TEMPERATURAS Y PRECIPITACIONES
SELVA TROPICAL			
SABANA			
DESIERTO			
BOSQUE MEDITERRÁNEO			
BOSQUE CADUCIFOLIO			
TAIGA			
TUNDRA			

b) Observa el siguiente planisferio con latitudes (números de norte a sur) y contesta a las siguientes preguntas:



b.1) ¿Qué biomas se encuentran entre los 90° y 60° de latitud?

b.2) ¿Qué biomas se encuentran entre los 60° y 30° de latitud?

b.3) ¿Qué biomas se encuentran entre los 30º y 0º de latitud?

14. Lea atentamente el texto y conteste a las siguientes cuestiones:

**La
desertificación del fondo del mar**

La protección de las praderas marinas es una demanda creciente de ecologistas y oceanógrafos. Según el informe Praderas Sumergidas, presentado por la organización ecologista Oceana y la Fundación Santander, el Mediterráneo ha perdido ya un 50% de estos hábitats y su extensión disminuye al año entre un 3% y un 5%. [...] las más de 60 especies de estas plantas marinas tienen gran importancia para el equilibrio de la biodiversidad. Sirven de casa y alimento a cientos de especies de peces, crustáceos y moluscos que luego acaban en la mesa.

- a) ¿A qué se refiere el texto cuando habla de biodiversidad?
- b) Un ecosistema es más estable cuanto más diverso es. ¿Por qué?
- c) Indique dos causas que provoquen pérdida de biodiversidad en los ecosistemas marinos y otras tres causas que provoquen pérdida de biodiversidad en cualquier otro ecosistema.
- d) Proponga cuatro medidas para evitar la pérdida de biodiversidad en cualquier ecosistema.

AUTOEVALUACIÓN DEL TEMA 2. ACT MÓDULO 3

1) Un ecosistema es:






- a) Es un conjunto de organismos, el lugar en que viven y las condiciones fisicoquímicas con que interactúan.
- b) Es un espacio lleno de agua.
- c) No es un sistema cerrado.
- d) Está formado solo por la biocenosis.

2) La biocenosis es:

- a) El espacio ocupado por la comunidad.
- b) El conjunto de organismos vivos de un ecosistema y las relaciones entre ellos.
- c) La ciencia que estudia los ecosistemas.
- d) El conjunto de organismos, el lugar en que viven y las condiciones fisicoquímicas con que interactúan.

- 3) El medio ambiente físico-químico de un ecosistema se llama:**
- a) Biocenosis.
 - b) Ecosistema.
 - c) Biotopo.
 - d) Comunidad.
- 4) Todos los seres vivos que habitan en un ecosistema constituyen...**
- a) Un biotopo.
 - b) Una comunidad.
 - c) Una población.
 - d) Un ecosistema.
- 5) ¿Se puede considerar el suelo un factor abiótico en los ecosistemas terrestres?**
- a) No, es irrelevante, porque siempre encontraremos algo en lo que crece la vida vegetal y por lo tanto, la vida animal.
 - b) No, puesto que se sobreentiende que tiene que haber suelo siempre.
 - c) Si, puesto que los suelos condicionan la vida vegetal y por lo tanto también la animal.
 - d) No, es un factor biótico.
- 6) Las plantas de ambientes secos presentan adaptaciones como...**
- a) Tallos finos para disminuir la superficie de pérdida de agua.
 - b) Hojas muy grandes para dar sombra al resto de la planta.
 - c) Hojas reducidas a espinas para evitar la pérdida de agua.
 - d) No presentan adaptaciones.
- 7) En el medio acuático qué factor abiótico es limitante:**
- a) El suelo
 - b) La temperatura
 - c) La luz
 - d) El agua
- 8) ¿Qué animales pueden vivir en cualquier ecosistema terrestre?**
- a) Los poiquilotermos.
 - b) Los homeotermos.
 - c) Todos.
 - d) Ninguno.
- 9) El conjunto de seres vivos de la misma especie que habitan en un ecosistema se llama:**
- a) Biotopo.
 - b) Comunidad.
 - c) Población.
 - d) Ecosistema

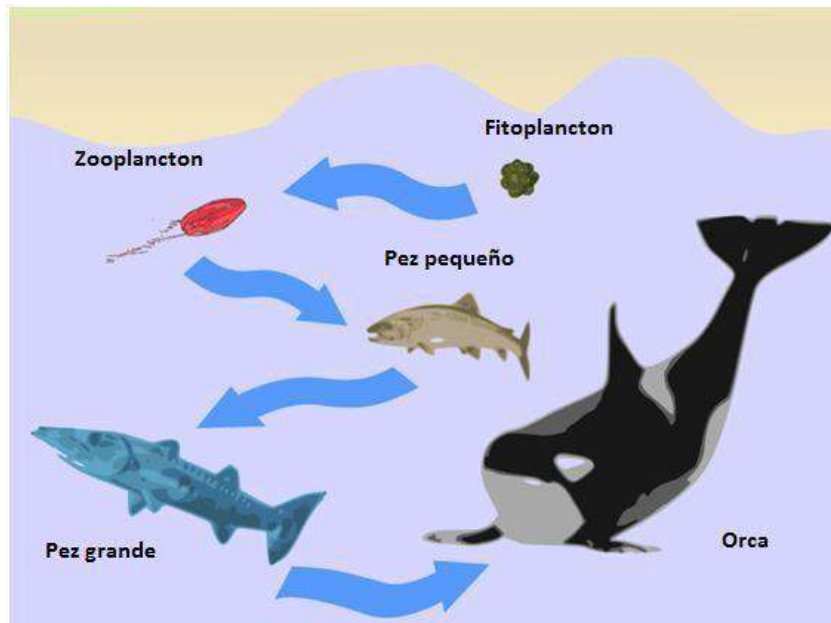
10) Relaciona cada imagen con la relación que tienen entre ellos

A			1. Competencia intraespecífica
B			2. Sociedad o asociación estatal
C			3. Asociación gregaria
D			4. Familia
E			5. Colonia

11) Sobre las relaciones interespecíficas, relaciona las dos columnas:

Relación interespecífica	Relación entre las dos especies
1. Parasitismo	a) (+,+)
2. Simbiosis	
3. Comensalismo	b) (+,-)
4. Depredación	
5. Mutualismo	c) (+,0)
6. Competencia	
7. Inquilinismo	d) (-,-)

12) La imagen representa una cadena trófica marina



Relaciona las dos columnas

1. Productor	a. Pez grande
2. Consumidor primario	b. Zooplancton
3. Consumidor secundario	c. Orca
4. Consumidor terciario	d. Fitoplancton
5. Consumidor cuaternario	e. Pez pequeño

13) Los seres vivos que en el ecosistema transforman la materia orgánica en inorgánica son:

- a) Productores.
- b) Consumidores primarios.
- c) Descomponedores.
- d) Consumidores secundarios.

14) ¿Cuál es el nicho ecológico del conejo?

- a) Vive en el bosque.
- b) Es herbívoro, se alimenta de plantas y construye madrigueras.
- c) Son descomponedores.
- d) Son consumidores secundarios.

15) Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones sobre la materia y la energía de un ecosistema.

- a) La energía es un ciclo ya que se puede reciclar.
- b) La materia es un ciclo ya que se puede reciclar.
- c) La energía que pasa a un nivel trófico es el 10% del nivel trófico anterior.
- d) Los productores transforman la materia orgánica en inorgánica.
- e) La energía luminosa es transformada en química mediante la fotosíntesis.
- f) La energía se pierde en forma de calor.

16) En una fluctuación debida a la depredación

- a) Si hay muchos depredadores aumentan las presas.
- b) Si disminuyen los depredadores disminuyen las presas.
- c) Si aumentan los depredadores disminuyen las presas.
- d) Si disminuyen los depredadores las presas ni aumentan ni disminuyen.

17) Los estrategas r , son las especies pioneras de una sucesión , y se caracterizan porque:

- a) Se reproducen rápidamente y tienen mucha biomasa.
- b) Se reproducen lentamente y tienen mucha biomasa.
- c) Se reproducen rápidamente y tienen poca biomasa.
- d) Se reproducen lentamente y tienen poca biomasa.

18) La tala de un bosque es una:

- a) Sucesión primaria.
- b) Regresión o disclimax.
- c) Sucesión secundaria.
- d) Climax o estado climácico.

19) La lluvia ácida afecta sobre todo a:

- a) Los desiertos.
- b) La sabana.
- c) El bosque caducifolio.
- d) La tundra.

20) Sobre los biomas relaciona las dos columnas

BIOMA	FLORA
A. TUNDRA	1. LIANAS Y PLANTAS EPIFITAS
B. TAIGA	2. HIERBA COMO LAS GRAMINEAS
C. BOSQUE CADUCIFOLIO	3. MUSGOS Y LIQUENES
D. BOSQUE MEDITERRÁNEO	4. CONIFERAS(PINOS Y ABETOS)
E. DESIERTO	5. HAYAS Y ROBLES
F. SABANA	6. ENCINAS, LAVANDA, ROMERO..
G. SELVA TROPICAL	7. CACTUS

TEMA 4. ATMÓSFERA, HIDROSFERA, GEOSFERA, BIOSFERA Y RELACIONES ENTRE ELLAS

1. INTRODUCCIÓN

La estructura de la Tierra está formada por una serie de capas concéntricas. La parte sólida, la **geosfera**, está dividida en varias capas, rodeada por otra capa gaseosa, la **atmósfera**. Tras la formación de nuestro planeta, conforme la Tierra se fue enfriando, el vapor de agua se fue condensando y se formó el agua líquida, que se fue acumulando hasta formar la **hidrosfera**. Además, surgió la vida por toda la Tierra, ocupando su superficie, y constituyó la **biosfera**.

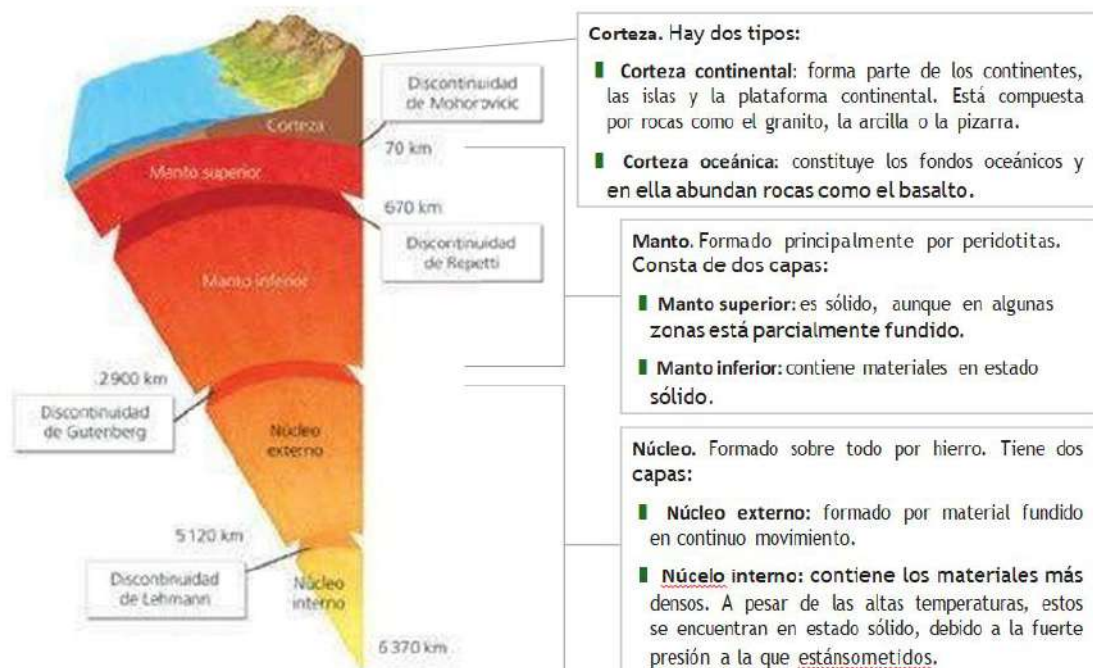
Por tanto, se puede decir que la Tierra está dividida en cuatro capas:

- **Geosfera:** constituye la parte sólida de nuestro planeta, caracterizada por el relieve de su superficie y por las capas que la componen. En este tema nos vamos a centrar en cómo está constituida la geosfera.
- **Atmósfera:** es la capa formada por los gases que forman el aire y que rodea a la Tierra. Su existencia es vital para los seres vivos.
- **Hidrosfera:** está formada por toda el agua existente en la Tierra.
- **Biosfera:** aunque no es realmente una capa, incluye todos los ecosistemas de la Tierra. Es decir, los seres vivos y el medio ambiente en el que habitan.

2. GEOSFERA

La geosfera está formada por diferentes capas, separadas por **discontinuidades**.

Cuanto más profunda es una capa, mayor densidad y temperatura presenta.



Ejercicio 1

Relaciona cada capa de la Geosfera con su característica:

Corteza	Es la capa más interna de la geosfera.
Manto	Capa fina que recubre la superficie terrestre.
Núcleo	Está formado principalmente por peridotitas.

Ejercicio 2

Escribe si las siguientes frases son verdaderas (V) o falsas (F).

- a) Los continentes se hallan sobre la corteza continental.
- b) La corteza oceánica es más gruesa que la corteza continental.
- c) El manto superior es completamente sólido.
- d) La capa de la geosfera que está formada por material fundido en continuo movimiento es el núcleo interno.

Ejercicio 3

Ordena las capas de la Tierra de mayor a menor grosor.

2.1. Características que hacen posible la vida en la Tierra

Según los conocimientos hasta ahora, la Tierra es el único planeta del sistema solar que alberga vida. La existencia de la vida en la Tierra como la conocemos depende de factores físico-químicos que enumeramos a continuación.

1. La distancia al Sol

La Tierra se encuentra a una distancia de 150 millones de km del Sol. Eso hace que la temperatura media del planeta sea suave, de 15º C, aunque haya zonas más calurosas y zonas más frías en la superficie terrestre.

2. Su tamaño y densidad

Esto hace que, por acción de su gravedad, la Tierra sea capaz de retener una atmósfera imprescindible para la vida en nuestro planeta.

3. La presencia de bioelementos en su superficie

La abundancia de elementos químicos en la superficie como carbono, nitrógeno, fósforo...que combinados entre sí forman los componentes básicos de los seres vivos.

3. ATMÓSFERA

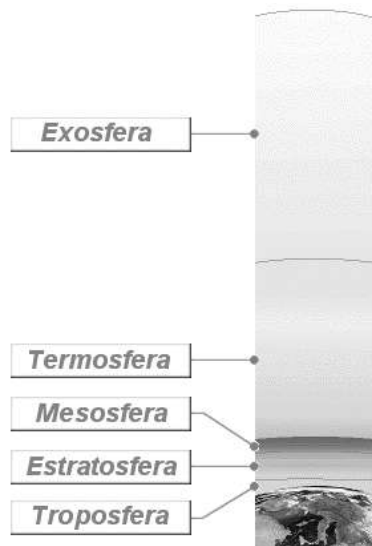
La capa gaseosa que rodea la Tierra recibe el nombre de atmósfera. No sólo sirve como elemento protector contra las radiaciones procedentes del Sol y del espacio, también impide que entre la noche y el día se produzcan grandes diferencias de temperatura.

Además, la atmósfera permite la vida, ya que gracias a ella los animales y plantas pueden respirar y, las plantas, realizar la fotosíntesis.

La atmósfera no es una estructura rígida e inmóvil, sino que en ella se producen constantemente procesos y cambios, que se llaman meteoros.

El **tiempo atmosférico** es el estado de la atmósfera en un momento determinado, los meteoros que se producen en un momento: llueve, hace sol, nieva... Es distinto del **clima**, que representa el tiempo atmosférico más frecuente en un lugar.

La atmósfera no es una capa homogénea, sino que con la altura, cambian sus propiedades y se hace cada vez menos densa (hay menos aire) hasta desaparecer.



De 0 a 10 km. La **troposfera** es la capa inferior de la atmósfera, en esta capa se forman las nubes, tienen lugar los fenómenos meteorológicos y la temperatura disminuye con la altura

De 10 a 50 km. En la **estratosfera** se encuentra la capa de ozono que protege la Tierra de la radiación ultravioleta del Sol. En ella la temperatura aumenta con la altura.

De 50 a 80 km. La **mesosfera** es la capa intermedia de la atmósfera, entre 50 y 80 km de altura. Por ella viajan los globos sonda y la temperatura disminuye hasta -100°C.

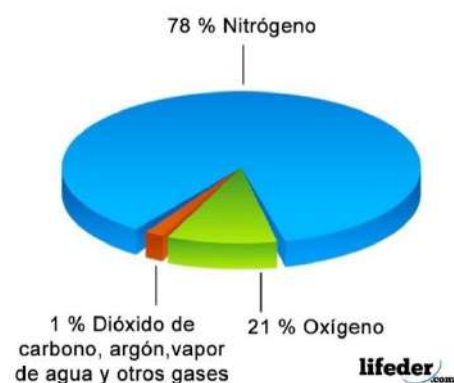
De 80 a 500 km. Los gases que forman la **termosfera** están ionizados, por eso rebotan en ella las ondas de radio y televisión, gracias a lo cual son posibles las telecomunicaciones. La temperatura aumenta con la altura.

De 500 a 2000 km. La **exosfera** es la capa más externa de la atmósfera, cada vez hay menos gases hasta desaparecer por completo en el espacio exterior, a unos 2000 km de altitud.

https://biologia-geologia.com/BG1/21_caracteristicas_de_la_geosfera.html

3.1. **Composición de la atmósfera**

La atmósfera está formada por una mezcla de gases. Su composición es: 78% de nitrógeno, 21% de oxígeno, 0,03 de dióxido de carbono, vapor de agua en concentraciones variables, y otros gases como hidrógeno, ozono y gases nobles.



3.2. Características que hacen posible la vida en la Tierra

La atmósfera desempeña importantes funciones para los seres vivos. No sólo impide que se produzcan grandes diferencias de temperatura entre el día y la noche, también impide el paso de los rayos ultravioletas del Sol, los rayos X y la radiación gamma, gracias a su capa de ozono (O₃).

Además, los gases de la atmósfera cumplen importantes funciones para los seres vivos, con los que intercambian gases y a los que proporcionan nutrientes. Así, los animales y las plantas incorporan O₂ atmosférico para realizar la respiración celular, y expulsan al medio CO₂; las plantas, además, al realizar la fotosíntesis, retiran CO₂ de la atmósfera y expulsan O₂ y vapor de H₂O.

Ejercicio 4

Ordena las capas de la atmósfera desde la más próxima al suelo hasta la más alejada.

Ejercicio 5

Di a qué capa corresponde cada una de las siguientes características.

Importante por su capa de ozono	
Es la más alejada de la superficie terrestre	
En ella existen truenos y relámpagos	
Por ellas pueden ir los globos meteorológicos	
Es una capa caliente con gran cantidad de radiaciones de alta intensidad y gracias a ella son posibles las telecomunicaciones	

4. **HIDROSFERA**

El 97 % del agua es salada y forma los mares y océanos.

El agua dulce, el 3 % restante, se distribuye de la siguiente forma:

- Hielo de los glaciares: 79 %.
- Aguas subterráneas: 20 %.
- Aguas superficiales: 1 %.

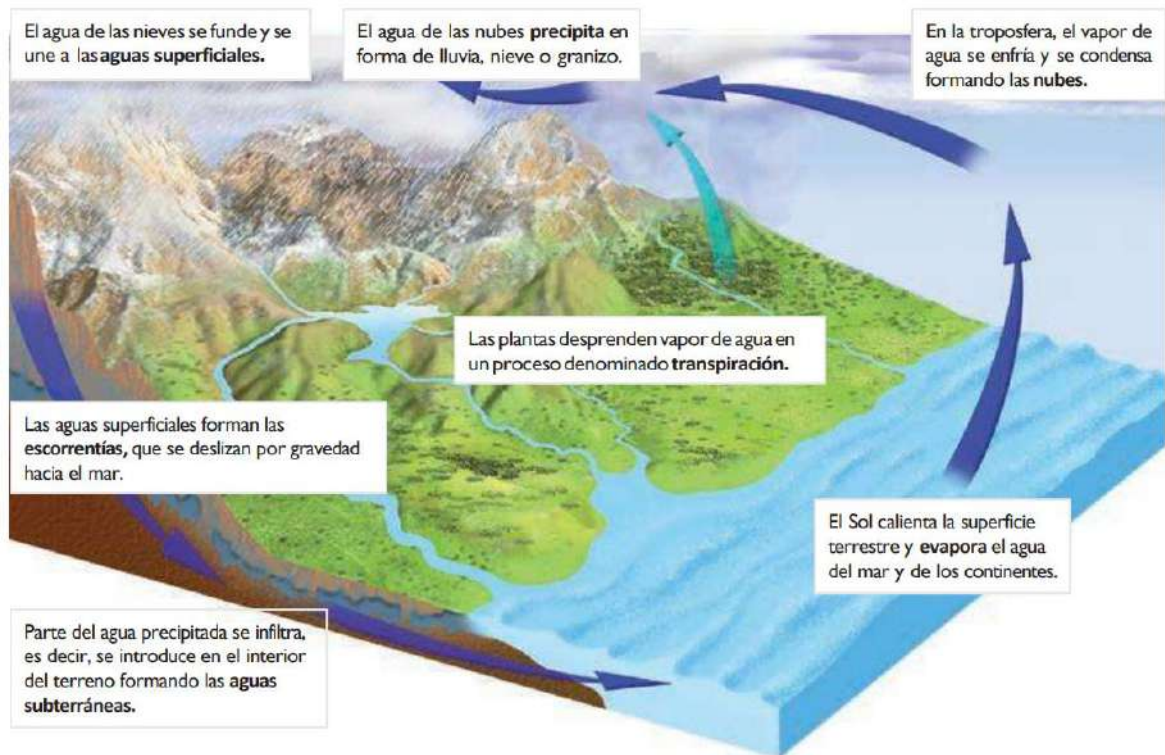
4.1. Características que hacen posible la vida en la Tierra

- El agua es muy buen disolvente.
 - Es el medio donde se producen las reacciones químicas
 - Es el medio de transporte en el interior de los organismos.
 - Es el vehículo para eliminar las sustancias de desecho
- Absorbe gran cantidad de calor.
 - Atenúa las diferencias de temperatura en el clima.
- Su dilatación cuando se congela es anómala: el hielo flota.
 - Cuando bajan las temperaturas y el agua se congela, se forma una capa de hielo sobre la superficie de las masas de agua y permite la supervivencia de las especies que viven en el medio acuático.
- Es adherente.
 - Es retenida en el suelo y asciende por los vasos conductores de los vegetales.

4.2. El ciclo del agua

Es el conjunto de pasos y procesos que experimenta el agua de la hidrosfera por la superficie terrestre y la atmósfera.

Los procesos que tienen lugar en este ciclo son: **evaporación, condensación, precipitación, transpiración, infiltración y escorrentía.**



Usos y contaminación del agua

No toda la población mundial tiene acceso al agua potable. Según datos de la ONU, más de 1 000 millones de personas en el mundo no tienen agua potable para beber.

Los principales usos del agua son: agrícola, ganadero, doméstico, urbano e industrial.

Se define como **contaminación del agua** cualquier alteración de su composición que la hace inadecuada para el uso al que se destina.

La **potabilización** es el proceso mediante el cual el agua es tratada y transformada para que sea apta para el consumo humano.

El agua potabilizada se somete a los siguientes procesos:

- Eliminación de objetos de gran tamaño.
- Eliminación de partículas y sustancias disueltas.
- Cloración.
- Distribución.

La **depuración** es la eliminación de las sustancias tóxicas o peligrosas para el medio ambiente contenidas en las aguas residuales, antes de devolverlas al medio.

Ejercicio 6

¿A dónde va a parar el agua que llevan los ríos? ¿De dónde procede el agua que llevan las nubes?

Ejercicio 7

En el ciclo del agua tienen lugar los siguientes procesos: evaporación, condensación, precipitación, escorrentía superficial y escorrentía subterránea. En la figura se representa el ciclo del agua. Sitúa los procesos nombrados anteriormente.



Ejercicio 8

Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- Las nubes se forman como consecuencia de la evaporación del agua de los océanos y lagos.
- La precipitación del agua en las nubes tiene lugar cuando el aire en el que están se enfría.
- El aire que nos rodea no presenta vapor de agua.
- Las precipitaciones pueden ser en forma de lluvia, nieve o granizo.

Ejercicio 9

Completa el texto utilizando las siguientes palabras:

TRANSPIRACIÓN, NUBES, NIEVE, ESCORRENTÍAS, SOL, INFILTRA.

El _____ evapora el agua del mar y de los continentes. Las plantas también desprenden vapor de agua en la _____. Este vapor de agua se condensa formando las _____ de donde el agua precipita en forma de lluvia, _____ o granizo. El agua precipitada que corre por la superficie forma las _____, que llevan el agua al mar. Parte del agua precipitada se _____, es decir, se introduce en el interior del terreno formando las aguas subterráneas.

5. BIOSFERA

La **biosfera** es el conjunto de todos los seres vivos que viven en la Tierra y sus relaciones (entre ellos y con el medio en el que viven). La biosfera, no es realmente una "capa" de la Tierra, forma parte de la corteza terrestre, de la hidrosfera y de la atmósfera.

La biosfera se caracteriza por:

- La **biodiversidad**. Es la variedad de seres vivos que viven en la Tierra (o en un **ecosistema** determinado), con todas sus variedades genéticas de razas y subespecies.
- Todos los componentes de la biosfera están **interrelacionados** y existe un **equilibrio** entre todos ellos. Si se produce una alteración en este equilibrio, puede extenderse al resto de la biosfera.

Ejercicio 10

Con respecto a los medios de la biosfera, relaciona los términos de ambas columnas.

Las plantas y los ritmos vitales de los animales...		depende del oxígeno disuelto en el agua
Las variaciones de las temperaturas...		debido a su baja salinidad
Los tipos diferentes de aguas...		es muy estable, aunque disminuye con la profundidad
El substrato donde se desarrollan los organismos terrestres...		en la zona superficial del agua
La temperatura del agua en el medio acuático...		poseen una cantidad relativa de agua
El suelo y el aire...		afectan a los procesos vitales
Las aguas saladas son características de...		necesitan la luz del sol
Los vegetales marinos viven debido a la luz...		los grandes océanos y mares
La respiración de los animales acuáticos...		está formado por los distintos tipos de suelos
Las aguas superficiales se denominan aguas dulces...		varían en su contenido en sales

Ejercicio 11

Completa las frases siguientes.

- El conjunto de toda el agua que hay en la Tierra se llama
- La mayor parte del agua que existe en nuestro planeta se encuentra en los
- Al conjunto de todos los seres vivos que existen en la Tierra se le llama
- La capa de aire que envuelve a la Tierra se llama

6. IMPACTO AMBIENTAL DE LA ACTIVIDAD HUMANA

La actividad humana genera impactos ambientales sobre la geosfera, la atmósfera y la hidrosfera: contaminación, sobreexplotación, alteración del régimen de los ríos, salinización de acuíferos...

La actividad humana libera muchos gases a la atmósfera, gases que alteran la composición del aire y sus propiedades, y producen contaminación.

Decimos que la contaminación es la acumulación de sustancias o formas de energía que alteran la composición y propiedades del medio natural, amenazando la salud, la supervivencia o las actividades de los seres vivos.



Los contaminantes pueden ser sustancias sólidas, líquidas o gaseosas, pero también pueden ser formas de energía no deseadas como el ruido o la radiación nuclear.

La contaminación puede llegar al medio de forma natural (volcán) o por medio de las actividades humanas.

El empleo de **gases propelentes** para la refrigeración y el uso de **combustibles fósiles** para obtener energía eléctrica y para la locomoción son las principales causas de contaminación atmosférica.

Como consecuencia de la contaminación atmosférica se produce:

A. **Agujero en la capa de ozono**

Los gases que se emplean para la refrigeración, en frigoríficos y aparatos de aire acondicionado se escapan a la atmósfera y llegan a la capa de ozono, que está en la estratosfera, destruyendo el ozono.

La capa de ozono protege la Tierra de los rayos ultravioletas del Sol, los responsables de las quemaduras solares. Por eso la destrucción de la capa de ozono, descubierta en los años 70 del siglo XX, ocasionará un aumento de las quemaduras solares y de las afecciones de la piel.



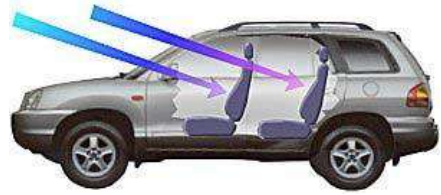
B. **Efecto invernadero.**

La capa de ozono detiene los rayos ultravioletas que proceden del Sol. Al disminuir la capa de ozono, los rayos ultravioletas llegan a la Tierra.

Los gases responsables del efecto invernadero son **dióxido de carbono** liberado por el uso de combustibles fósiles; y el vapor de agua. Estos gases retienen el calor de la Tierra, impidiendo que salga al espacio. Por eso la temperatura de la Tierra va aumentando poco a poco y alterando el clima.

Si no disminuye el dióxido de carbono, la temperatura de la Tierra puede aumentar tanto que los hielos de los polos se derretirán, subirá el nivel del mar y se producirán graves inundaciones.

El CO₂ actúa en la atmósfera como los vidrios de un coche, reteniendo y aumentando la temperatura. Los cristales de un coche causan efecto invernadero. La luz del Sol atraviesa los cristales y calienta el aire del interior del coche.



El calor interior del coche, que procede del Sol, no puede escapar, por lo que sigue calentándose y se alcanzan temperaturas asfixiantes.

C. Lluvia ácida.

Para obtener electricidad, se queman grandes cantidades de carbón y petróleo. Además de dióxido de carbono, la combustión de los combustibles fósiles produce otras sustancias, óxidos de nitrógeno y de azufre. Estos óxidos se mezclan con el agua de la lluvia y caen a la tierra en forma de lluvia ácida.

La lluvia ácida ataca las hojas de los árboles, destruyéndolas, por lo que no pueden realizar la fotosíntesis y mueren, pero también altera y contamina las aguas, impidiendo la vida en lagos y ríos.

La lluvia ácida acaba con las hojas de árboles y arbustos, mata los peces y destruye edificios.



6.1. Métodos para combatir la contaminación

Son métodos para disminuir la contaminación y proteger el medio ambiente:

7. Un uso racional de la energía
8. El empleo de energías renovables, como la solar o la eólica
9. Un uso racional del agua
10. El reciclado de materias primas
11. Respeto al medio ambiente

Bloque 05. Tema 5.

La materia y los sistemas materiales. Clasificación

ÍNDICE

- 1) INTRODUCCIÓN.
 - 2) **MEZCLAS, DISOLUCIONES Y SUSTANCIAS PURAS.**
 - 2.1. Sistemas heterogéneos. Mezclas.
 - 2.2. Sistemas homogéneos. Disoluciones.
 - 2.2.1. Concentración y densidad en disoluciones.
 - 2.3. Mezclas de especial interés: disoluciones acuosas, aleaciones y coloides.
 - 2.4. Sustancias puras.
 - 3) **MÉTODOS DE SEPARACIÓN DE MEZCLAS Y DISOLUCIONES.**
 - 4) **ESTADOS DE AGREGACIÓN.**
 - 5) **MATERIAS PRIMAS Y MATERIALES DE USO TÉCNICO.**
-

1) INTRODUCCIÓN

Estás rodeado de cosas que puedes ver: tus compañeros, las sillas y pupitres del aula, la pizarra, etc. Otras, aunque no puedas verlas, puedes oírlas, como los coches y motocicletas que pasan por la calle. Algunas, incluso sin verlas u oírlas, las sientes, como el aire. Todas las cosas que puedes ver, oír, tocar están formadas por materia.

Podemos decir que materia es todo aquello que nos rodea, que tiene masa y ocupa un lugar.



Imagen nº 1. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Aula>

Este tema nos introduce en el estudio a detalle de toda la materia con la que vivimos y que también forma parte de nosotros mismos.

Veremos que **la materia puede ser pura y puede estar mezclada**, se puede separar y juntar y podemos trabajar con ella y hacer cálculos para ver como varía el estado o la forma de la materia dependiendo a las condiciones a las que la sometamos.

Algunas cosas son tan pequeñas que no podemos verlas sin la ayuda de un microscopio. Otras están tan lejos que necesitamos un telescopio para poder observarlas. Incluso existen cosas que no podemos percibir pero cuya existencia podemos deducir por los efectos que producen, como los planetas lejanos o los agujeros negros. Pero no por eso dejan de estar constituidas por materia.

Toda la materia está formada por átomos y moléculas y, por tanto, tiene masa y volumen.

La mayoría de las cosas materiales tienen una forma y unos límites definidos: la mesa en la que comes o escribes, la silla en la que te sientas. **Son cuerpos.**

Un cuerpo es una porción de materia con una forma y unos límites perfectamente definidos.

Otras cosas, por el contrario, no tienen forma ni límites precisos. El aire que respiras, el agua que forma los mares y océanos o la leche que contiene el vaso que desayunas no tienen unos límites precisos y, por tanto, no son cuerpos. Pero aunque no podamos definir unos límites precisos, siempre podemos aislar un trozo o una porción. El agua del vaso o el aire que contiene una habitación, aunque no son cuerpos, si son trozos de materia que se llaman **sistemas materiales.**

Un sistema material es una porción de materia.

Aunque un cuerpo siempre será un sistema material, un sistema material no siempre será un cuerpo, e incluso puede estar formado por varios cuerpos. Por eso, el contenido de un aula, pupitres, perchas, alumnos, aire, libros... es un sistema material que contiene cosas que son cuerpos (mesas, sillas) y otras que no lo son (aire).

No toda la materia es idéntica y, a simple vista, podemos ver como el pupitre tiene patas de metal, rematadas en plástico y una base de madera que se fija a las patas mediante tornillos metálicos.

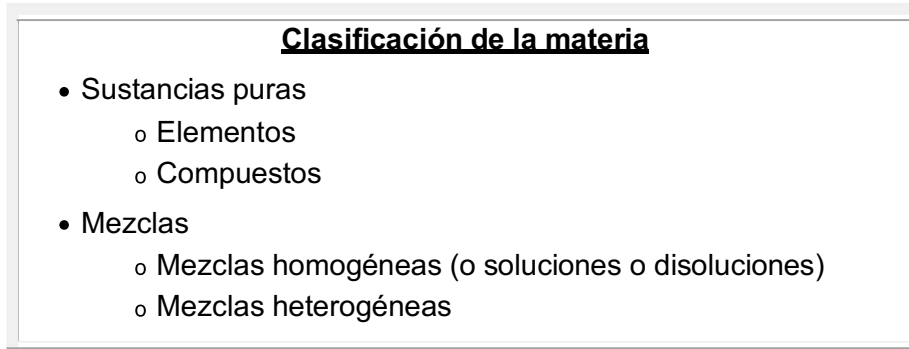
En casa, la sal que se emplea para cocinar o el azúcar que añades al café son ambas materia, pero de distinto tipo y con distintas propiedades que puedes distinguir.

Llamamos sustancia a cada una de las distintas formas de materia.

La materia que nos rodea forma cuerpos o sistemas materiales formados por una o varias sustancias.

Así, el agua que contiene el vaso en el que bebes no es sólo agua, contiene también otras muchas sustancias, aunque no puedas verlas. Por el contrario, en el lápiz que usas para escribir puedes percibir fácilmente la madera y el grafito, las dos sustancias que lo forman.

En el siguiente esquema podemos ver la relación entre los conceptos que vamos a tratar a lo largo del tema.



2) MEZCLAS. DISOLUCIONES Y SUSTANCIAS PURAS



Imagen nº 2. Disoluciones, Mezclas y Sustancias puras.
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Mezcla>

2.1) SISTEMAS HETEROGÉNEOS. MEZCLAS

En algunos cuerpos y sistemas materiales podemos distinguir perfectamente que están compuestos por varias sustancias distintas. En el bolígrafo puedes distinguir el metal, la tinta, el plástico...

Cuando en un sistema material podemos distinguir las distintas sustancias que lo componen, se trata de un SISTEMA HETEROGÉNEO también llamado MEZCLA.

Los siguientes ejemplos de mezclas heterogéneas te ayudarán a comprender mejor el concepto.



Imagen nº 3: Mezcla heterogénea. Autor:Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Mezcla#Mezclas_heterog%C3%A9neas

- Granito, formado por feldespato, cuarzo y mica.
- Rocas, formadas por minerales.
- Tierra y agua, la tierra no se disuelve en agua.
- Ensalada, compuesta por la mezcla de vegetales, aceite, sal y vinagre.
- Sopa de pasta, formada por el caldo y la pasta.
- Aceite y vinagre, no se mezclan por las diferentes características de ambos.

Podríamos poner innumerables ejemplos.

La mayoría de los sistemas materiales que aparecen en la naturaleza son heterogéneos y podemos distinguir en ellos varias sustancias. Por ejemplo, las piedras están formadas por diversas sustancias que forman en su superficie bandas de distintas formas, colores y brillos...

También los objetos creados por el hombre suelen ser sistemas heterogéneos, con distintas piezas de diferentes sustancias. Cada pieza de cada aparato, normalmente, está fabricada con una sustancia específica, idónea para la tarea que va a realizar.

2.2) SISTEMAS HOMOGÉNEOS. DISOLUCIONES

Vemos que muchos cuerpos y sistemas materiales son heterogéneos y podemos observar que están formados por varias sustancias. En otros no podemos ver que haya varias sustancias, decimos que el **Sistema Material** es **HOMOGÉNEO**.

Aunque parezcan formadas por una sustancia, realmente están formadas por más de una. Por ejemplo, el aire está formado por oxígeno, nitrógeno, agua, argón y muchas otras sustancias.

Cuando un Sistema Material es homogéneo pero está formado por varias sustancias, se trata de una DISOLUCIÓN.

Aunque una disolución puede ser sólida (oro de joyería), líquida (agua del grifo) o gaseosa (aire) la mayoría de las disoluciones que se estudian son líquidas, formadas por agua que lleva disuelta varias sustancias que se llaman **SOLUTOS**, mientras que el agua recibe el nombre de **DISOLVENTE**.

En una disolución: el **disolvente**, es el componente que está en mayor proporción, y el **soluto**, es el componente (o componentes) que está en menor proporción. La disolución es, pues, el conjunto formado por el soluto y el disolvente.



Imagen nº 4: Mezcla Homogénea. Disolución.

Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Disoluci%C3%B3n>

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Ahora bien, ¿cuánto soluto se puede disolver en una cantidad determinada de disolvente? Podemos contestar que una cantidad máxima. Si vamos añadiendo soluto (por ejemplo, azúcar al agua) observamos que al principio se disuelve sin dificultad pero, si seguimos añadiendo, llega un momento en el que el disolvente no es capaz de disolver más soluto y este permanece en estado sólido, “posado” en el fondo del recipiente.

Se llama **solubilidad de una sustancia** a la cantidad máxima de soluto que se puede disolver en un disolvente determinado.

Podemos clasificar las disoluciones en función de la cantidad de soluto que hay en relación al disolvente. Así tendremos:

- Una **disolución diluida** es aquella en la que hay poco soluto en relación al disolvente.
- Una **disolución concentrada** es aquella en la que hay mucho soluto en relación con el disolvente.
- Una **disolución saturada** es aquella que no admite más cantidad de soluto.

Ejercicio 1

Localiza la afirmación correcta:

<input type="checkbox"/>	a) Los sistemas heterogéneos reciben el nombre de mezclas heterogéneas
<input type="checkbox"/>	b) Los sistemas homogéneos reciben el nombre de disoluciones
<input type="checkbox"/>	c) Todos los sistemas homogéneos son sustancias puras
<input type="checkbox"/>	d) Todas las disoluciones son sistemas heterogéneos

Ejercicio 2

Localiza la afirmación correcta:

<input type="checkbox"/>	a) Los sistemas materiales son de dos tipos: puros y compuestos.
<input type="checkbox"/>	b) Los sistemas homogéneos tienen la misma composición en todos sus puntos.
<input type="checkbox"/>	c) Los sistemas heterogéneos tienen distinta composición pero iguales propiedades en todos sus puntos.
<input type="checkbox"/>	d) Los sistemas heterogéneos presentan discontinuidades a simple vista.

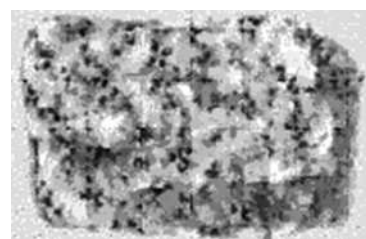
Ejercicio 3

Clasifica las siguientes sustancias en homogéneas y en heterogéneas:

	GRANITO	COBRE	HORMIGÓN	ÁCIDO SULFÚRICO	AIRE	GASOLINA
HOMOGÉNEAS						
HETEROGÉNEAS						

Ejercicio 4

Define sistemas homogéneos y heterogéneos y explica a cuál corresponde el dibujo.



Ejercicio 5

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan.

Los sistemas materiales se pueden clasificar en _____ y _____ . Los sistemas _____ a veces reciben sin más el nombre de mezclas. Un ejemplo de _____ es el turrón.

2.2.1) CONCENTRACIÓN Y DENSIDAD EN DISOLUCIONES

CONCENTRACIÓN Y DENSIDAD DE UNA DISOLUCIÓN

Para saber cómo está formada una disolución no basta conocer qué sustancia es el disolvente y qué sustancia es el soluto. Podríamos intentar saber la cantidad que hay de cada uno, pero entonces el derramar un poco de disolución o añadir más, nos obligaría a hacer nuevos cálculos. Por eso, lo que interesa conocer es la **proporción entre soluto y disolvente: LA CONCENTRACIÓN**.

La concentración de una disolución siempre es la misma, tengamos la cantidad de disolución que tengamos y la repartamos entre varios recipientes o en uno sólo. Para cambiar la concentración tendríamos que añadir o quitar sólo disolvente o sólo soluto.

Veamos distintos modos de expresar la concentración de una disolución:

- **CONCENTRACIÓN EN MASA.** *Nos indica la masa de soluto que hay en cada unidad de volumen de disolución.* Se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$C = \text{masa (g)} / \text{volumen (l)}$$

Ejemplos:

- Alcohol de 96 % (en 100 ml de disolución, 96 ml de alcohol y 4 ml de agua.
- Infusión de melisa al 60% con menta significa 60 g de melisa y 40 g de menta.
- Un vino de 12º significa el 12% en volumen de etanol, es decir, 12 ml de alcohol en 100 ml de vino.

La concentración en masa suele expresarse en gramos por litro (g/l) y también en tanto por ciento. El paso de una forma de medir a otra es muy fácil, ya que la concentración en tanto por ciento es 10 veces mayor que en gramos por litro, de forma que **basta multiplicar por 10 para pasar de % a g/l y dividir entre 10 para pasar de g/l a %.**

Ejemplo:

Si añadimos 5 g de sal a dos litros de agua para preparar una sopa, la concentración será, 5 gramos de sal entre 2 litros de agua.

La disolución tiene una concentración de sal de 2,5 g/l o del 0,25%, si la expresamos en tanto por ciento.

¡ATENCIÓN!

No debemos confundir la concentración en masa de una disolución con la densidad de la disolución. Aunque se midan en las mismas unidades, representan conceptos distintos.

- **LA DENSIDAD** de una disolución o de una sustancia pura *representa la relación entre la masa y el volumen de la disolución*. Se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$d = \frac{\text{Masa de la disolución}}{\text{Volumen de la disolución}}$$

La densidad es una propiedad que tienen todas las sustancias, tanto si son sustancias puras como si son mezclas. La expresión concentración en masa solo se puede aplicar a las disoluciones, no tiene sentido hablar de la concentración en masa de una sustancia pura.

- **PORCENTAJE EN MASA.** *El porcentaje en masa nos indica la masa de soluto que hay en 100 unidades de masa de disolución*. También se llama riqueza de soluto. Se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$\% \text{ en masa de soluto} = \frac{(\text{Masa de soluto}) \cdot 100}{\text{Masa de disolución}}$$

Se utiliza este modo de expresar la concentración cuando las cantidades de las sustancias que forman la disolución se miden en unidades de masa (g, kg...).

La masa del soluto y la del disolvente se deben expresar en las mismas unidades. UN PORCENTAJE NO TIENE UNIDADES.

Ejemplo:

Preparamos una disolución que contiene 2 g de NaCl (cloruro de sodio) y 3 g de KCl (cloruro de potasio) en 100 g de agua destilada. Hallar el tanto por ciento en masa de cada soluto en la disolución obtenida.

$$\% \text{ de NaCl} = (2 \text{ g de NaCl}) / (105 \text{ g de disolución}) \cdot 100 = 1'9 \%$$

$$\% \text{ de KCl} = (3 \text{ g de KCl}) / (105 \text{ g de disolución}) \cdot 100 = 2'8 \%$$

- **PORCENTAJE EN VOLUMEN.** *El porcentaje en volumen nos indica el volumen de soluto que hay en 100 unidades de volumen de disolución*. Se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$\% \text{ en volumen de soluto} = \frac{(\text{Volumen de soluto}) \cdot 100}{\text{Volumen de disolución}}$$

Se utiliza este modo de expresar la concentración cuando las cantidades de las sustancias que forman la disolución se miden en unidades de volumen (ml, l...).

El volumen del soluto y el del disolvente se deben expresar en las mismas unidades. UN PORCENTAJE NO TIENE UNIDADES.

Ejemplo:

Una disolución de alcohol en agua, contiene 96 cm³ de alcohol por cada 100 cm³ de disolución. ¿Cuál será el % en volumen de alcohol?

$$\% \text{ en volumen de alcohol} = (96 \text{ cm}^3 \text{ de alcohol}) / (100 \text{ cm}^3 \text{ de disolución}) \cdot 100 = 96\%$$

Así, una disolución en alcohol en agua al 96% contiene 96 cm³ de alcohol por cada 100 cm³ de disolución.

Ejercicio 6

Si en una disolución, disolvemos 0'5 Kg de soluto en 2 litros de disolvente, ¿Cuál será su concentración?

Ejercicio 7

Un suero glucosado tiene una concentración de 50 g/L.

- ¿Cuánta glucosa hay en 200 mL de suero?
- ¿Y en 5 L?
- Si una persona necesita 80 g de glucosa, ¿qué cantidad de suero se la debe suministrar?

Ejercicio 8

Una disolución contiene 40 g de azúcar en 200 cm³ de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

Ejercicio 9

Una disolución contiene 3 g de azúcar en 500 ml de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

2.3) MEZCLAS DE ESPECIAL INTERÉS: DISOLUCIONES ACUOSAS, ALEACIONES Y COLOIDES

1) DISOLUCIONES ACUOSAS

Como hemos comentado en apartados anteriores, una disolución es una mezcla homogénea, en la cual:

- La sustancia que se encuentra en menor proporción se llama soluto.
- La sustancia que se encuentra en mayor proporción es el disolvente.

Se habla de una **disolución acuosa** siempre que el [disolvente](#) (o el disolvente mayoritario, en el caso de una [mezcla](#) de disolventes) es [agua](#). Las disoluciones acuosas tienen una gran importancia en la [biología](#), desde los [laboratorios](#) de [ciencia básica](#) hasta la [química de la vida](#), pasando por la [química industrial](#).

Por la vasta cantidad y variedad de sustancias que son solubles en agua, esta se denomina a veces **disolvente universal**.



Imagen nº 5: Disolución acuosa: Agua y sal.
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Disoluci%C3%B3n>
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

2) **ALEACIONES**

Una aleación es una mezcla homogénea de dos metales, o de un metal y otra sustancia (disoluciones sólidas). Por ejemplo: ACERO = Hierro (Fe) + Carbono (C), BRONCE = Cobre (Cu) + Estaño (Sn), LATÓN = Cobre (Cu) + Zinc (Zn).

El producto que se obtiene tiene propiedades diferentes, por ejemplo, el acero es más duro que el hierro.



Imagen nº 6: Puente fabricado con acero.
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Acero>
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

3) **COLOIDES**

Hemos estudiado en apartados anteriores la diferencia entre una mezcla homogénea de una mezcla heterogénea, pero no siempre es fácil distinguir una **mezcla homogénea (disolución) de otra heterogénea**. El agua del mar y el agua con azúcar son ejemplos típicos de disoluciones.

¿Dirías lo mismo de la salsa mayonesa, el Ketchup o la gelatina? A simple vista parecen mezclas homogéneas, pero no lo son; son mezclas heterogéneas denominadas **coloides**. Un **Coloide es una mezcla heterogénea que dispersa la luz (efecto Tyndall)**. **Por ejemplo:** salsa de tomate, puré de verduras, gel de baño, gelatina, la niebla... Las disoluciones son mezclas homogéneas y no dispersan la luz.

Los coloides son mezclas heterogéneas en las que hay un componente en mayor proporción en el que se encuentra disperso otro u otros que están en menor proporción. Los distintos coloides se diferencian en el tamaño de las partículas que están dispersas.

Un caso particular de coloide, muy usual en la vida cotidiana, son las emulsiones. En una **emulsión las partículas que están en menor proporción** se mantienen dispersas gracias a una tercera sustancia llamada **emulsionante**. **Un ejemplo es la mayonesa que se hace con huevo, aceite y sal y jugo de limón**. Las partículas de agua de la mezcla se mantienen dispersas en el aceite gracias a la lecitina, una sustancia que está presente en la yema del huevo y que actúa como emulsionante (su molécula se une, por una parte, a la grasa y por otra, al agua); si no estuviese la lecitina, el agua y el aceite terminarían por separarse (como ocurre en el aliño de la ensalada).



Imagen nº 7: Gel de ducha. Ejemplo de Coloide.

Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Gel>

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

La sangre. La sangre es un caso particular. Está compuesta por una mezcla heterogénea (células) y una mezcla homogénea (plasma). Tiene en dispersión muchas células, como los glóbulos rojos y los blancos. En el plasma están disueltas sales, gases (O₂ y CO₂) y otras sustancias orgánicas como azúcares. La composición de la sangre de un individuo sano se mantiene casi constante; cuando cambia, es síntoma de que se ha producido una enfermedad.

2.4) SUSTANCIAS PURAS

Sustancia pura es aquella materia cuya composición no cambia cualesquiera que sean las condiciones físicas en las que se encuentre. Por ejemplo, el agua es una sustancia pura ya que su composición es siempre la misma en estado sólido, líquido o gas.

Una sustancia pura no se puede descomponer en otras sustancias más sencillas utilizando solamente procedimientos físicos.

Una sustancia pura puede descomponerse en otras sustancias más simples utilizando procedimientos químicos. Por ejemplo, el agua puede descomponerse, mediante una corriente eléctrica (electrolisis del agua), en hidrógeno y oxígeno, dos nuevas sustancias cuya composición y propiedades son distintas a las del agua, pero no hay ningún procedimiento que nos permita descomponer el hidrógeno y el oxígeno en otras sustancias más simples.

Así, dentro de las sustancias puras distinguimos dos tipos:

- **COMPUESTOS:** Son sustancias puras que se pueden descomponer en otras más simples por medio de un proceso químico.
- **ELEMENTOS:** Son sustancias puras que no se pueden descomponer en otras más simples por ningún procedimiento.



Imagen nº 8: Hierro puro refinado electrolíticamente
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Hierro>
Autor: Desconocido.Licencia: Dominio público

3) MÉTODOS DE SEPARACIÓN DE MEZCLAS Y DISOLUCIONES

Puesto que en la naturaleza los cuerpos y sistemas materiales son heterogéneos, antes de poder ser empleados por la ciencia y la tecnología se necesita obtener las sustancias que lo integran. Es preciso separar los componentes de las mezclas naturales.

Separar una mezcla en sus componentes puede ser fácil o difícil dependiendo de las sustancias a separar y, de ellas, cuál es la que deseamos obtener.

Existen varios métodos para separar los componentes de una mezcla. Los más empleados son:

• MÉTODOS MECÁNICOS

- **Cribado o tamizado:** Si la mezcla está formada por dos materiales sólidos de distinto tamaño, ambos se pueden separar mediante una criba o tamiz.
- **Decantación:** Para separar dos líquidos que no se mezclan, como el agua o el aceite o un sólido que no se disuelve en un líquido. Se deja reposar el sistema y los líquidos se colocan en capas que después se separan dejando caer una de ellas. Si lo que se obtiene es un sólido, tras separarlo es necesario dejarlo secar.
- **Filtración:** Se emplea para separar un sólido que esté suspendido en agua. Es similar al cribado pero se emplean tamices, llamados filtros, mucho más finos (similares a los filtros empleados en algunas cafeteras).
- **Separación magnética.** para separar sustancias sólidas magnéticas (hierro, níquel, cobalto...).
- **La Centrifugación** es un método por el que se pueden separar sólidos de líquidos de diferente densidad mediante una centrifugadora, la cual imprime a la mezcla un movimiento rotatorio con una fuerza mayor que la de la gravedad provocando la sedimentación de los sólidos o de las partículas de mayor densidad. Resulta muy útil para la separación de moléculas.



Imagen nº 9: Tamiz. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Decantaci%C3%B3n>

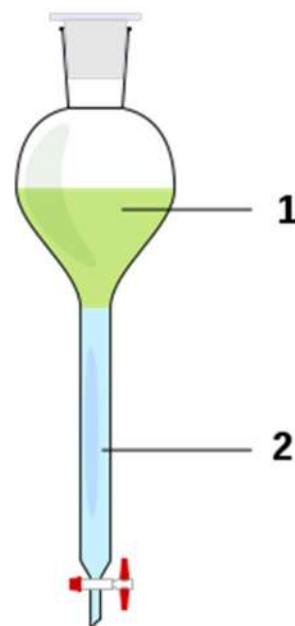


Imagen nº 10: Embudo de decantación
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Decantaci%C3%B3n>
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

Otros métodos

- **Desecación o secado:** Cuando uno de los componentes de la mezcla es agua, para eliminarla, la mezcla se seca. Puede hacerse calentando la mezcla, pero también puede hacerse exponiéndola al Sol.
- **Flotación:** Si de los componentes de la mezcla uno flota en el agua u otro líquido y los demás no, al echar la mezcla en el líquido, los componentes se separarán.
- La separación de las sustancias que forman una disolución es más difícil que las que forman una mezcla heterogénea y también existen varios métodos para hacerlo, pero los más comunes, tanto en la industria como en el laboratorio son:
- **Cromatografía:** La cromatografía más simple se denomina cromatografía en papel. En una tira de papel, similar al que se emplea para hacer filtros, se colocan unas gotas de la disolución que se desea separar. Después se sumerge un extremo del papel en una mezcla de agua con acetona u otra sustancia similar, procurando que el líquido no moje la mancha de disolución y que el papel quede en vertical. La mezcla subirá por el papel y arrastrará la mancha de la disolución, pero cada componente de la disolución será arrastrado de forma distinta, dependiendo de su afinidad con la mezcla que lo arrastra y el papel. De esta forma en el papel se formarán bandas de color a distintas alturas, una por cada componente de la disolución.
- **Destilación:** La destilación es un método que permite separar las sustancias presentes en una disolución. Consiste en calentar la disolución hasta que hierva, recogiendo los vapores desprendidos. Existen varios tipos de destilaciones. El más sencillo es la destilación simple. La disolución se calienta hasta hervir y los vapores se enfrían y se recogen inmediatamente. Con este método no se separan completamente las sustancias que constituyen la disolución pero es fácil y cómodo de realizar. Se emplea para obtener agua destilada (que se usa para el planchado de ropa en las nuevas planchas a vapor y en las baterías de los coches).
- **Cristalización,** para separar un sólido disuelto en un líquido como en las salinas marinas.



Imagen nº 11: Cromatógrafo de gases. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Destilaci%C3%B3n>

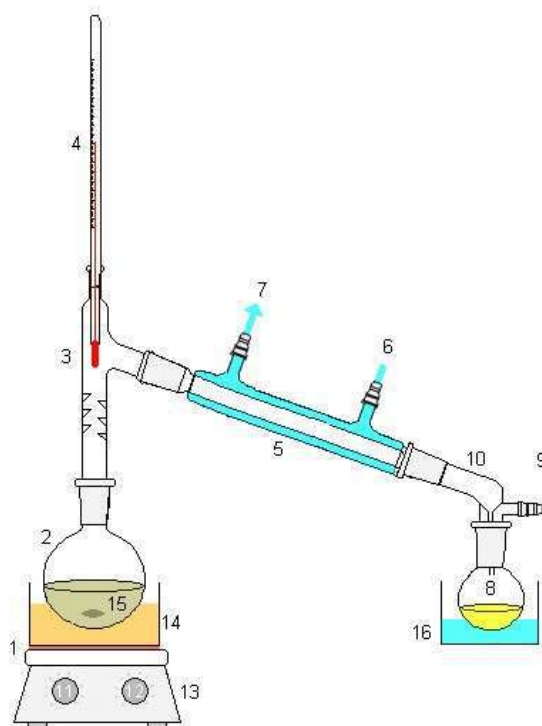


Imagen nº 12 Destilador. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Destilaci%C3%B3n>

Ejercicio 10

¿Cómo separaríamos una mezcla de agua y arena?

Ejercicio 11

Por error, hemos añadido agua a la vinajera del aceite. ¿Qué tipo de mezcla se forma? ¿Qué procedimiento se puede usar para separarlos?

Ejercicio 12

Tenemos una mezcla en la que un precipitado sólido muy fino se encuentra en suspensión en el seno de un líquido. Hemos intentado separarlo con un filtro y no hemos podido. ¿Por qué? ¿Qué podría hacerse?

Ejercicio 13

De los siguientes métodos de separación, ¿cuál no es propio de las mezclas heterogéneas?

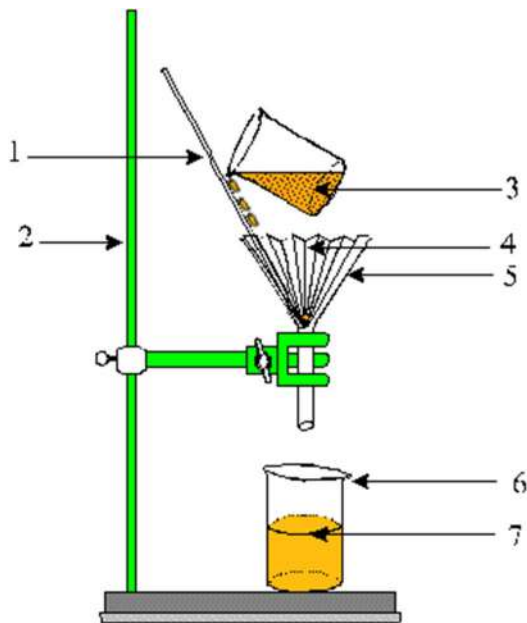
	a) evaporación
	b) decantación
	c) centrifugación
	d) filtración

Ejercicio 14

En una botella de agua pone: Residuo seco: 105 mg/l ¿Qué crees que significa?
¿A qué técnica de separación se refiere?

Ejercicio 15

Explica el gráfico siguiente.



4) ESTADOS DE AGREGACIÓN

Los sistemas materiales pueden ser homogéneos o heterogéneos, estar formados por una única sustancia o por varias, tener una única clase de átomos o varias. Pero también se pueden manifestar de varias formas, en lo que se llaman estados de agregación.

Los estados de agregación son las distintas formas en que se puede presentar la materia.

El estado sólido se caracteriza por tener una forma y un volumen fijos que no puede ser cambiado. Son incompresibles, ya que por mucha fuerza que ejerzamos sobre ellos su volumen no disminuirá.

Los átomos y moléculas que forman los sólidos están ordenadas en el espacio, formando lo que se llama estructura cristalina. Esa estructura cristalina se manifiesta en el sólido haciendo que éste tenga una forma geométrica. Así, por ejemplo, los granos de sal son pequeños cubos y los minerales tienen formas regulares. Pero la mayoría de las veces esta forma geométrica es tan pequeña que se precisa el empleo de un microscopio para poder verla.

Esto no significa que las moléculas y átomos que forman los sólidos estén en reposo. Debido a la temperatura, se están moviendo continuamente (como todos los átomos y moléculas). Pero los átomos están enlazados por unas fuerzas que impiden que se muevan libremente y sólo pueden vibrar, pero sin separarse demasiado de su posición, como si estuvieran unidas mediante un muelle que se encoje y expande continuamente.

Un líquido, como un sólido, es incompresible, de forma que su volumen no cambia. Pero al contrario que el sólido, el líquido no tiene una forma fija, sino que se adapta al recipiente que lo contiene, manteniendo siempre una superficie superior horizontal.

En el líquido, los átomos y moléculas no están unidos tan fuertemente como en el sólido. Por eso tienen más libertad de movimiento y, en lugar de vibrar en un sitio fijo, se pueden desplazar y moverse, pero siempre se desplazan y mueven una molécula junto a otra, sin separarse demasiado. Es como si estuvieran bailando, de forma que se pueden mover, pero siempre cerca una de otra.

En la superficie del líquido, las moléculas que lo forman se escapan al aire, el líquido se evapora. Si el recipiente que contiene el líquido está cerrado, las moléculas que se han evaporado pueden volver al líquido, y se establece así un equilibrio, de forma que el líquido no se pierde.

Si el recipiente está abierto, las moléculas que escapan del líquido al aire son arrastradas por éste y no retornan al líquido, así que la masa líquida acaba por desaparecer. Es por esto que las ropas se secan y más rápidamente cuanto más viento haya, ya que el viento ayuda a arrastrar las moléculas que se han evaporado.

La ebullición, el que un líquido hierva, es distinta de la evaporación. Mientras que la evaporación sólo afecta a la superficie del líquido, la ebullición afecta a todo el líquido, en todo el líquido aparecen burbujas de gas que escapan de forma tumultuosa.

Si los sólidos tienen una forma y un volumen fijos y los líquidos un volumen fijo y una forma variable, los gases no tienen ni una forma fija ni un volumen fijo. Se adaptan al recipiente que los contiene y, además, lo ocupan completamente. Si el recipiente que ocupa el gas es flexible o tiene una parte móvil, resulta fácil modificar su forma y su volumen, alterando la forma y volumen del gas que hay en su interior.

En un gas, las moléculas no están unidas de ninguna forma. Si en el sólido sólo podían vibrar, permaneciendo fijas en un sitio determinado, y en el líquido podían moverse pero sin separarse unas de otras, en el gas las moléculas se mueven y desplazan libremente. El gas está formado por moléculas con mucho espacio vacío entre ellas, espacio vacío por el que se mueven con absoluta libertad. Por eso su volumen no es fijo y se pueden comprimir y dilatar.

Comprimir simplemente disminuye el espacio vacío en el que se mueven las moléculas del gas, y dilatarlo es aumentar ese espacio vacío.

LOS ESTADOS DE AGREGACIÓN

SÓLIDO	LÍQUIDO	GAS
Volumen fijo.	Volumen fijo.	Volumen del recipiente.
Forma propia.	Forma del recipiente que lo contiene.	Sin forma definida.
No fluyen.	Fluyen libremente.	Fluyen libremente.
No se pueden comprimir.	No se pueden comprimir.	Se comprime fácilmente

Los estados de agregación no son fijos e inmutables. Dependen de la temperatura.

Si sacamos hielo del congelador, estará a -10 ó -20°C . Empieza a calentarse, pero seguirá siendo hielo. Cuando la temperatura alcance los 0°C empezará a fundirse, ya que 0°C es la temperatura de fusión del hielo, es el punto de fusión. Tendremos entonces hielo y agua a 0°C . Mientras haya hielo y agua, la temperatura será de 0°C , por mucho que lo calentemos, porque mientras se produce el cambio de estado la temperatura permanece fija.

Una vez que se ha fundido todo el hielo, el agua, que estaba a 0°C empezará a subir de temperatura otra vez y cuando llegue a 100°C empezará a hervir, ya que 100°C es la temperatura de ebullición del agua, es su punto de ebullición. Puesto que se está produciendo un cambio de estado, la temperatura no variará y mientras el agua hierva, permanecerá constante a 100°C . Cuando todo el agua haya hervido y sólo tengamos vapor de agua, volverá a subir la temperatura por encima de los 100°C .

Lo mismo ocurrirá a la inversa. Si enfriamos el vapor de agua, cuando su temperatura alcance los 100°C empezará a formar agua líquida y su temperatura no cambiará. Cuando todo el vapor se haya convertido en agua, volverá a bajar la temperatura hasta llegar a 0°C , a la que empezará a aparecer hielo y que quedará fija. Cuando todo el agua se haya convertido en hielo, volverá a bajar la temperatura.

Es decir, mientras se produce un cambio de estado la temperatura permanece fija y constante, siendo la misma tanto cuando enfriamos como cuando calentamos, aunque cada sustancia cambiará de estado a una temperatura propia.

La mayoría de las sustancias, el agua entre ellas, al calentarse funden del estado sólido al líquido y ebullicen del estado líquido al gaseoso. Al enfriarse, por contra, condensan del estado gaseoso al líquido y solidifican del estado líquido al sólido. Algunas sustancias, como el hielo seco pasan directamente del estado sólido al gaseoso, subliman. Y al enfriar el gas condensan directamente al estado sólido, pero siempre permanece fija la temperatura a la que cambian de estado.

El paso de un estado a otro recibe un nombre específico, que puedes ver a continuación:



Imagen nº 13: Cambios de estado

Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Estado_de_agregaci%C3%B3n_de_la_materia

Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

CALORES LATENTES DE CAMBIOS DE ESTADO

El calor necesario para provocar el cambio de estado completo de una unidad de masa de la sustancia dada se denomina calor latente. Para cada proceso de cambio de estado existe un calor latente distinto (por ejemplo, calor latente de fusión, de vaporización, de condensación, etc).

Así, el calor latente de fusión es la cantidad de calor necesaria para fundir completamente una masa m de un sólido, y se expresa como:

$$L_F = \frac{Q}{m}$$

Los calores latentes de vaporización, condensación, sublimación, etc., se definen de forma análoga a la anterior. Todos los calores latentes son parámetros característicos de cada sustancia, y su valor depende de la presión a la que se produzca el cambio de estado para la misma.

Conociendo estos calores latentes, podemos saber la cantidad de calor necesario para llevar a fusión o a ebullición alguna sustancia en concreto.

Ejemplo 1: ¿Qué cantidad de calor será preciso para fundir una pieza de 300 g de hierro?
 $300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}$. $L_f = 293.103 \text{ J/kg}$ (según tabla de calores latentes)

$$Q = L_f \cdot m; Q = 293.103 \cdot 0,3 = 87'9.103 \text{ J}$$

5) **MATERIAS PRIMAS Y MATERIALES DE USO TÉCNICO**

A) **MATERIAS PRIMAS**

Se conoce como materias primas a los materiales extraídos de la naturaleza que nos sirven para construir los bienes de consumo. Se clasifican según su origen: vegetal, animal, y mineral. Ejemplos de materias primas son la madera, el hierro, el granito, etc.

Las materias primas que ya han sido manufacturadas pero todavía no constituyen definitivamente un bien de consumo se denominan productos semielaborados o semiacabados.

Clasificación de materias primas:

- De origen vegetal: madera, lino, algodón, corcho...



Imagen nº 14. Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Madera>

- De origen animal: pieles, lana



Imagen nº 15: Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público
Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Lana>

- De origen mineral: carbón, hierro, oro, cobre, mármol



Imagen nº 16. Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Mineral>
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

B) MATERIALES DE USO TÉCNICO

Los materiales son las materias preparadas y disponibles para elaborar directamente cualquier producto. Estos materiales se obtienen mediante la transformación físico-química de las materias primas. Se puede decir que los materiales no están disponibles en la naturaleza tal cual como los conocemos nosotros, sino que antes de usarlos han sufrido una transformación.

Los objetos están fabricados por una gran variedad de materiales, que se pueden clasificar siguiendo diferentes criterios como por ejemplo, su origen, sus propiedades...

Teniendo en cuenta estos criterios podemos clasificar los materiales en:

Según su origen:

- Materiales naturales: aquellos que se encuentran en la naturaleza, como el algodón, la madera, el cobre,...
- Materiales sintéticos: son aquellos creados por personas a partir de los materiales naturales: el hormigón, el vidrio, el papel, los plásticos...

Según sus propiedades:

Podemos agrupar estos materiales en una serie de grupos: Maderas, Metales, Plásticos, Pétreos, Cerámicos y vidrio o Materiales textiles.



Imagen nº 17. Materiales de uso técnico. Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Material>
Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES:

Se pueden clasificar en los siguientes grupos:

• **PROPIEDADES FÍSICAS:**

- 1) **Extensión:** Capacidad para ocupar un espacio tridimensional y adquirir volumen.
- 2) **Densidad:** Relación entre la masa del material y el volumen que ocupa. Su fórmula es $d=m/v$ donde la m (masa) se da en kg y v (volumen) en metros cúbicos.
- 3) **Volumen específico:** es la inversa a la densidad. Su fórmula es $\text{Volumen específico}=V/m^3$.
- 4) **Resistividad:** Resistencia de un material al paso de la corriente eléctrica. Se mide en ohmios.
- 5) **Conductividad:** Es la capacidad que tienen los materiales a permitir el paso de la corriente eléctrica. Es la inversa a la resistividad.
- 6) **Calor específico:** Cantidad de calor necesario para elevar 1°C la temperatura de 1 Kg. de material.
- 7) **Color:** Propiedad que caracteriza a los materiales y permite su rápido reconocimiento.
- 8) **Conductividad térmica:** Capacidad de los materiales para transmitir calor.
- 9) **Dilatación:** Índice del aumento de volumen de un cuerpo como consecuencia del aumento de temperatura.
- 10) **Porosidad:** Porcentaje de poros en un material. Es una relación, generalmente expresada en porcentaje, del volumen de huecos respecto al volumen total de material, incluyendo los huecos.
- 11) **Temperatura de fusión:** Temperatura a la cual se produce la transformación del estado del material (de sólido a líquido).

• **PROPIEDADES MECÁNICAS:**

- 1) **Cohesión:** Resistencia que ponen las moléculas de un material a ser separadas. Depende de la fuerza intermolecular.
- 2) **Dureza:** Resistencia que pone un material a ser penetrado o rayado por otro material.
- 3) **Elasticidad:** Es la capacidad de un cuerpo a ser deformado y recobrar la fuerza inicial, cuando se supera el límite de elasticidad se producen deformaciones permanentes.
- 4) **Plasticidad:** Es la capacidad que tienen los materiales a adquirir una deformación permanente, cuando superamos el límite de plasticidad se produce la rotura.
- 5) **Ductilidad:** Es la capacidad que tienen los materiales a extenderse formando hilos cuando se someten a tracción.
- 6) **Maleabilidad:** Es la capacidad que tienen los materiales a extenderse en forma de plancha cuando los sometemos a compresión.
- 7) **Tenacidad:** Es la capacidad que tienen algunos materiales a soportar golpes sin romperse ni deformarse.

- 8) **Fragilidad:** Es lo contrario a la tenacidad, es la capacidad que tienen los materiales a romperse cuando se golpean.
- 9) **Flexibilidad:** Es la capacidad que tiene un material para doblarse sin llegar a romperse.
- 10) **Fatiga:** Es la resistencia a la rotura por un esfuerzo repetitivo de sentido variable.
- 11) **Resiliencia:** Es la capacidad de un material a absorber energía en la zona elástica al someterlo a esfuerzo de rotura. Es el resultado de un ensayo destructivo.
- 12) **Maquinabilidad:** Es la facilidad que ofrecen los materiales a ser mecanizados (realizar objetos con máquinas o herramientas).

• **PROPIEDADES QUÍMICAS:**

- 1) **Oxidación:** Es una reacción química en la cual el elemento que se oxida cede electrones al elemento oxidante.
- 2) **Corrosión:** Es la destrucción lenta y progresiva de un material producida por el oxígeno del aire cuando aparece combinado con la humedad. Hay varios tipos de corrosión:
 - Corrosión uniforme: Es igual en toda la superficie del metal, disminuye el espesor y decrece la resistencia mecánica.
 - Corrosión localizada: Produce picaduras, hoyos y surcos en la superficie del metal, disminuye la capacidad de deformación.
 - Corrosión intergranular: Se localiza en la unión de los granos y provoca la pérdida de cohesión entre ellos.

• **PROPIEDADES ECOLÓGICAS:**

- Reciclables.
- Renovables.
- Tóxicos.
- Biodegradables.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Localiza la afirmación correcta:

X	a) Los sistemas heterogéneos reciben el nombre de mezclas heterogéneas
	b) Los sistemas homogéneos reciben el nombre de disoluciones
	c) Todos los sistemas homogéneos son sustancias puras
	d) Todas las disoluciones son sistemas heterogéneos

Ejercicio 2

Localiza la afirmación correcta:

	a) Los sistemas materiales son de dos tipos: puros y compuestos
X	b) Los sistemas homogéneos tienen la misma composición en todos sus puntos
	c) Los sistemas heterogéneos tienen distinta composición pero iguales propiedades en todos sus puntos
	d) Los sistemas heterogéneos presentan discontinuidades a simple vista

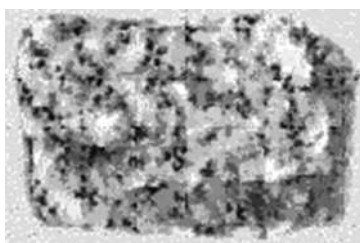
Ejercicio 3

Clasifica las siguientes sustancias en homogéneas y en heterogéneas:

	GRANITO	COBRE	HORMIGÓN	ÁCIDO SULFÚRICO	AIRE	GASOLINA
HOMOGÉNEAS		X		X	X	X
HETEROGÉNEAS	X		X			

Ejercicio 4

Define sistemas homogéneos y heterogéneos y explica a cuál corresponde el dibujo.



Sistemas homogéneos son los que tienen la misma composición y propiedades en cualquier porción de los mismos. En caso contrario se llaman heterogéneos.

El sistema de la fotografía es un sistema heterogéneo, ya que a simple vista se ven sus distintos componentes, de modo que según qué fragmento de la piedra cojamos, las propiedades cambian. En este caso se trata de granito,

una piedra constituida por cuarzo, feldespato y mica.

Ejercicio 5

Lee el párrafo que aparece abajo y completa las palabras que faltan.

Los sistemas materiales se pueden clasificar en **HOMOGÉNEOS** y **HETEROGÉNEOS**. Los sistemas **HETEROGÉNEOS** a veces reciben sin más el nombre de mezclas. Un ejemplo de **SISTEMA HETEROGÉNEO** es el turrón

Ejercicio 6

Si en una disolución, disolvemos 0'5 Kg de soluto en 2 litros de disolvente, ¿Cuál será su concentración?

$$0'5 \text{ kg} = 500 \text{ g. } C = 500/2 = 250 \text{ g/l}$$

$$C = 250 \text{ g/l} : 10 = 25 \%$$

Ejercicio 7

Un suero glucosado tiene una concentración de 50 g/L.

a) ¿Cuánta glucosa hay en 200 mL de suero?

b) ¿Y en 5 L?

c) Si una persona necesita 80 g de glucosa, ¿qué cantidad de suero se la debe suministrar?

a) 200ml de suero son 0,2 litros de suero.

$$C(\text{g/l}) = m(\text{soluto})/V(\text{disolución}); 50 \cdot 0,2 = 10 \text{ g de glucosa.}$$

b) En cinco litros habrá: $50 \cdot 5 = 250 \text{ g de glucosa}$

c) Nos pregunta, la cantidad de suero, es decir, el volumen en litros, que necesita esa persona para tener sus 80 g de glucosa necesarios.

$$V(\text{l}) = 80 \text{ g} / 50\text{g/l} = 1,6 \text{ l}$$

Ejercicio 8

Una disolución contiene 40 g de azúcar en 200 cm³ de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

En primer lugar debemos modificar las unidades en que nos dan el volumen, 200 cm³, se corresponden con 0,2 litros de disolución. Ahora ya podemos calcular la concentración de la disolución en gramos por litro:

$$C = 40 \text{ g}/0,2\text{l} = 200\text{g/l}$$

Para calcular la concentración en tanto por ciento, debíamos dividir la concentración en g/l entre 10,

$$C = 20\%$$

Una concentración de 200 g/l es igual a una concentración del 20%.

Ejercicio 9

Una disolución contiene 3 g de azúcar en 500 ml de disolución. ¿Cuál es la concentración en g/L? y ¿cuál es su concentración en tanto por ciento?

Los 500 ml de disolución se corresponden con 0,5 l, entonces la concentración en gramos por litro:

$$C = m(g) / V(l) = 3 \text{ g} / 0,5 \text{ l} = 6 \text{ g/l};$$

Para calcular la concentración en tanto por ciento, debíamos dividir la concentración en g/l entre 10,

$$C = 6/10 = 0,6 \%$$

Una concentración de 6 g/l es igual a una concentración del 0,6%.

Ejercicio 10

¿Cómo separaríamos una mezcla de agua y arena?

Como la arena no se disuelve en el agua, en la mezcla se ven claramente ambas sustancias. Usando los métodos físicos que conocemos para separar mezclas, podríamos llevar a cabo la separación por filtración. Consiste en separar la arena insoluble en el agua, haciendo pasar la mezcla a través de los poros de un filtro colocado en el embudo. El agua pasa por los poros del filtro y la arena queda retenida en el filtro.

Ejercicio 11

Por error, hemos añadido agua a la vinajera del aceite. ¿Qué tipo de mezcla se forma? ¿Qué procedimiento se puede usar para separarlos?

El agua y el aceite son dos líquidos inmiscibles, por lo que forman una mezcla heterogénea claramente separada en dos fases. Incluso si agitamos aparecerán bolsas de aceite, más o menos esféricas, nítidamente separadas del agua. La forma más fácil de separarlas, aunque no la única, aprovecharía su diferencia de densidad.

El agua tiene una densidad de 1 g/cm³ y el aceite de 0,9 g/cm³ aproximadamente. Si disponemos un embudo de decantación como el de la figura, el aceite, menos denso, sobrenadará.

Abriendo la llave irá saliendo el agua; cuando se aproxima el aceite cerramos la llave. Seguidamente cogemos otro recipiente en el que desechamos la pequeña cantidad en que termina de salir el agua y empieza a salir el aceite. A continuación, ya sólo queda aceite.

Ejercicio 12

Tenemos una mezcla en la que un precipitado sólido muy fino se encuentra en suspensión en el seno de un líquido. Hemos intentado separarlo con un filtro y no hemos podido. ¿Por qué? ¿Qué podría hacerse?

La razón, probablemente, es que el tamaño del poro del papel de filtro empleado era demasiado grande en comparación con el de las partículas que debía retener. La alternativa sería introducir la mezcla en una centrífuga, que aleja las partículas sólidas al fondo del tubo, y después retirar el líquido por decantación.

Ejercicio 13

De los siguientes métodos de separación, ¿cuál no es propio de las mezclas heterogéneas?

X	a) evaporación
	b) decantación
	c) centrifugación
	d) filtración

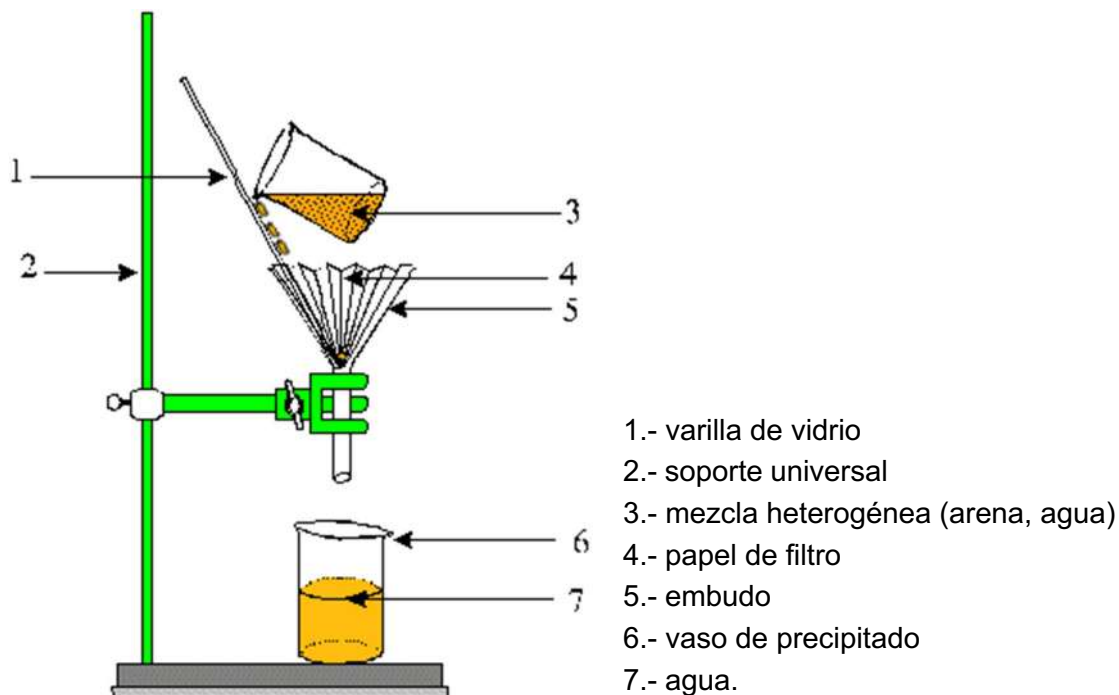
Ejercicio 14

En una botella de agua pone: Residuo seco: 105 mg/l ¿Qué crees que significa? ¿A qué técnica de separación se refiere?

El residuo seco es el resto que queda cuando evaporamos por completo el agua de esa botella. Por tanto, la técnica de separación es la evaporación hirviendo directamente.

Ejercicio 15

Explica el gráfico siguiente.



Las propias indicaciones del dibujo explican su funcionamiento: disponemos una mezcla que se calienta a una temperatura controlada (el termómetro es indispensable para mantener la temperatura del matraz de destilación en un punto) con lo cual se evapora uno de los componentes: asciende y pasa por el tubo refrigerante enfriado por agua que entra y sale en dirección contraria del vapor. Éste se condensa al bajar la temperatura y el condensado gotea y se recoge sobre el vaso.

Bloque 05. Tema 6.

Geometría plana. Longitudes, ángulos y áreas

ÍNDICE

- 1) **INTRODUCCIÓN. XX SIGLOS DE GEOMETRÍA.**
- 2) **PUNTOS, RECTAS, PLANOS.**
- 3) **ÁNGULOS.**
 - 3.1. Sistema sexagesimal.
 - 3.2. Sistema internacional. El Radián.
 - 3.3. Clasificación de los ángulos.
 - 3.4. Relación entre parejas de ángulos.
 - 3.5. Igualdad entre ángulos.
- 4) **POLÍGONOS.**
 - 4.1. Clasificación de los polígonos.
 - 4.2. Polígonos regulares.
 - 4.3. Triángulos.
 - 4.3.1. Rectas notables de un triángulo.
 - 4.3.2. Congruencia de triángulos.
 - 4.3.3. Teoremas sobre la proporción geométrica.
 - 4.3.4. Semejanza de triángulo.
 - 4.3.5. Teoremas fundamentales que relacionan los lados de un triángulo rectángulo
 - 4.4. Cuadriláteros.
 - 4.4.1. Perímetros y áreas de los polígonos.
 - 4.4.2. Semejanza de polígonos. Aplicaciones.
- 5) **EL CÍRCULO Y LA CIRCUNFERENCIA.**
 - 5.1. La Circunferencia.
 - 5.1.1. Posiciones relativas.
 - 5.2. El Círculo.
 - 5.2.1. Áreas en el círculo.
- 6) **AUTOEVALUACIÓN.**

ENLACES DE INTERÉS

1) INTRODUCCIÓN. XX SIGLOS DE GEOMETRÍA

El tema que vamos a comenzar hace referencia a la geometría clásica o euclídea.

Unas pinceladas históricas a lo mejor te pueden interesar para animarte en el esfuerzo de comprender y disfrutar del conocimiento que tantas mentes brillantes nos han regalado.

La historia nos hace pensar, que los egipcios ya conocían muchos de los postulados de la geometría clásica 2700 años a.C., los plasmaron en sus impresionantes construcciones como las mastabas y con posterioridad las pirámides más evolucionadas de caras lisas, de la Dinastía IV (2500 a. C.), las pirámides de Keops, Kefren, y Micerino.

Sin embargo, los primeros desarrollos de la geometría y, en general, de las matemáticas de manera sistemática, podemos decir que se encuentran alrededor de la cultura helénica, en la Grecia Antigua, sobre el año 600 a.C.

Pero un hito en el desarrollo general de la geometría y las matemáticas, habrá que situarlo en el 300 a.C. con la aparición del libro de Euclides llamado **Los Elementos** (una de sus cinco obras que han llegado hasta nuestros días), cuya influencia en la historia ha sido extraordinaria, siendo durante más de 20 siglos la guía de la enseñanza de la geometría básica, la cual estudiamos ajenos a su historia y, quizá con menos entusiasmo que lo haría un estudiante de la Biblioteca de Alejandría.

¿Por qué es tan importante el libro de los Elementos de Euclides?

La trascendente tarea de Euclides está en recoger y estructurar el patrimonio matemático griego bajo una relación lógica de sus elementos.

Así, más que crear unas matemáticas nuevas (*lo que habían hecho un brillante grupo de matemáticos anteriores Tales, Pitágoras, Hipócrates, Demócrito, Arquitas, y sobre todo los de la Academia de Atenas, Teeteto, Eudoxo, Menecmo, Dinostarto, que bajo la dirección matemática y filosófica platónica realizaron el llamado «milagro griego» en Matemáticas*), a Euclides le cabe el inmenso mérito de la ordenación y sistematización de la Geometría griega elemental, de manera que con independencia de sus aportes originales, su mayor contribución se le reconoce como gran recopilador y creador de un estilo de exposición –el método axiomático–, de modo que en lenguaje actual diríamos que Euclides es un gran maestro y su obra fundamental un Libro de Texto, que establece un modelo de exposición y de demostración en Matemáticas, una especie de norma académica de obligado respeto para todo matemático.

En el tema que desarrollamos seguidamente solo se estudian algunas de las proposiciones y teoremas euclídeos la mayoría sin demostración (sin fundamentación sobre los postulados).

Todas las proposiciones y teoremas, tienen su demostración. El interesado puede visitar la siguiente página web.

<http://newton.matem.unam.mx/geometria>

De manera general del libro de los Elementos veremos algunas:

o **Definiciones.** Frases breves y precisas con las que se *introducen los conceptos matemáticos* y se da *nombre a los diversos elementos geométricos* que intervienen en las proposiciones.

D.I.1. Punto es lo que no tiene partes.

D.I.2. Línea es la longitud sin anchura.

D.I.3. Los extremos de la línea son puntos.

D.I.4. Línea recta es la que yace por igual sobre sus puntos.

D.I.5. Superficie es lo que sólo tiene largo y ancho.

D.I.6. Los extremos de la superficie son líneas.

D.I.7. Superficie plana es la que yace por igual sobre sus rectas.

D.I.8. Ángulo plano es la inclinación de dos líneas que se encuentran en un plano y no yacen las dos sobre una recta.

D.I.9. Si las dos líneas que contienen el ángulo son rectas, el ángulo se llama rectilíneo.

D.I.10. Si una recta trazada sobre otra forma con ella dos ángulos contiguos iguales cada uno de ellos es recto, y la recta se llama perpendicular a aquella sobre la cual se trazó.

D.I.11. Ángulo obtuso es el mayor que el recto.

D.I.12. Ángulo agudo es el menor que el recto.

o **Axiomas.** Verdades autoevidentes comunes a todas las ciencias.

NC1. Cosas iguales a una misma cosa son iguales entre sí.

NC2. Si a cosas iguales se agregan cosas iguales, los totales son iguales.

NC3. Si de cosas iguales se quitan cosas iguales, los restos son iguales.

NC4. Las cosas que se superponen una a la otra son iguales entre sí. NC5. El todo es mayor que la parte.

o **Postulados.** Verdades menos obvias que se refieren solamente a *la materia concreta de que se trate*, en este caso a la Geometría.

P1. [Es posible] trazar una línea recta desde un punto cualquiera a otro punto cualquiera.

P2. [Es posible] prolongar de una manera ilimitada en línea recta una recta limitada.

P3. [Es posible] describir un círculo para cada centro y cada radio.

P4. Todos los ángulos rectos son iguales.

P5. Si una recta, al incidir sobre otras dos, forma del mismo lado ángulos internos menores que dos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en que estén los ángulos menores que dos rectos.

o **Proposiciones.** Enunciados que se demuestran a partir de las proposiciones anteriores y las asunciones aceptadas en Postulados y Axiomas.

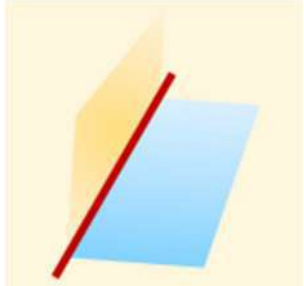
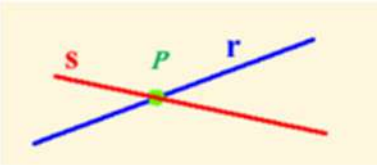

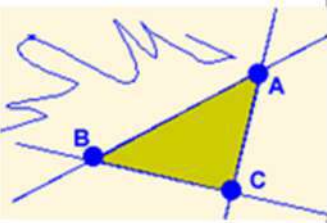
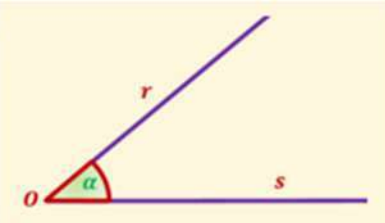
2) PUNTOS. RECTAS. PLANOS

Comencemos con una de las primeras 23 definiciones de Euclides:

(D.I.1). Punto es lo que no tiene partes.

- Partimos de la existencia de infinitos puntos cuyo conjunto llamamos **ESPACIO**.
- Los puntos del espacio los podemos agrupar en conjuntos parciales formados por infinitos puntos, a los que denominaremos **Planos**.
- Dentro de un plano, podemos hacer agrupaciones de infinitos puntos a los que vamos a denominar **RECTAS**.

Estos tres conceptos construidos por la imaginación humana se relacionan entre sí de la siguiente manera.

<p>Dos planos que se cortan determinan una recta (r)</p>	<p>Dos rectas que se cortan determinan un punto (P)</p>	<p>Dos puntos unidos representan un segmento y prolongado por sus extremos una recta.</p>
		
<p>Tres puntos no alineados determinan un plano.</p>	<p>Dos rectas que se cortan determinan un ángulo plano.</p>	
		

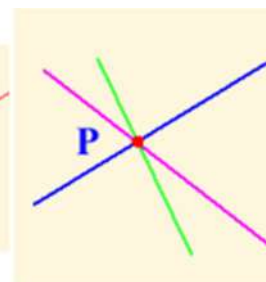
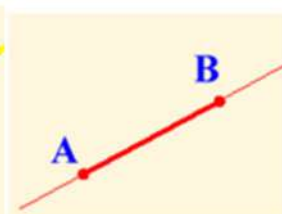
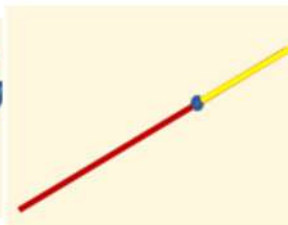
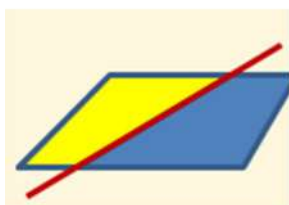
De las expresiones anteriores podemos deducir:

Una sola recta divide al plano que la contiene en dos partes iguales llamadas **semiplanos**.

Un punto sobre una recta, divide a dicha recta en dos partes iguales llamadas **semirrectas**.

Dos puntos señalados sobre una recta definen un **segmento de recta**.

Por un punto pueden pasar infinitas rectas.

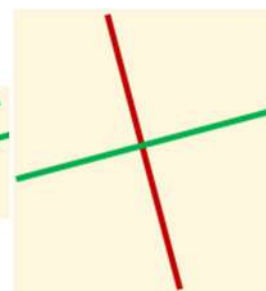
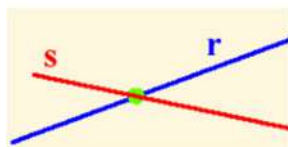
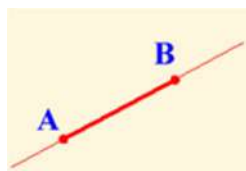


Por dos puntos sólo puede pasar una recta.

Dos rectas son secantes cuando tienen un solo punto común.

Dos rectas paralelas no tienen ningún punto en común.

Dos rectas se dicen perpendiculares si una recta trazada sobre otra forma con ella dos ángulos contiguos iguales (cada uno de ellos es recto), y la recta se llama perpendicular a aquella sobre la cual se trazó.



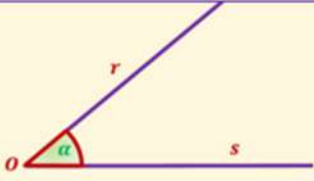
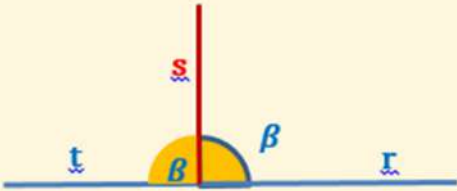
Ejercicio 1

Selecciona las respuestas correctas.

<input type="checkbox"/>	Todas las rectas secantes son perpendiculares.
<input type="checkbox"/>	Todas las rectas perpendiculares son secantes
<input type="checkbox"/>	Las rectas paralelas sólo tienen un punto en común
<input type="checkbox"/>	Un ángulo define una porción infinita de plano
<input type="checkbox"/>	El matemático griego que recopila el conocimiento antiguo de su época fue Pitágoras
<input type="checkbox"/>	A la geometría clásica también le llamamos Euclídea
<input type="checkbox"/>	Antes de la cultura helenística (600 a.C) no existía la matemática

3) ÁNGULOS

Las definiciones euclidianas sobre ángulos.

<p>D.I.8. Ángulo plano es la inclinación de dos líneas que se encuentran en un plano y no yacen las dos sobre una recta.</p> <p>D.I.9. Si las dos líneas que contienen el ángulo son rectas, el ángulo se llama rectilíneo.</p>	
<p>D.I.10. Si una recta trazada sobre otra forma con ella dos ángulos contiguos iguales cada uno de ellos es recto, y la recta se llama perpendicular a aquella sobre la cual se trazó.</p> <p>D.I.11. Ángulo obtuso es el mayor que el recto.</p> <p>D.I.12. Ángulo agudo es el menor que el recto.</p>	

En la geometría griega no se utilizaba el concepto de grado como unidad de medida de los ángulos. La única medida de ángulo considerada era el ángulo recto definido por perpendicularidad, como uno de los ángulos iguales que se forman al interseccionar dos rectas.

(La utilización de medidas del ángulo se vendrá posteriormente con Hiparco y Ptolomeo).

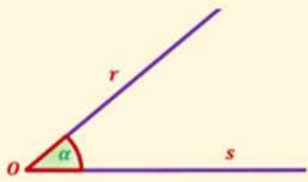
Al punto de intersección de las semirrectas que definen el ángulo se le llama vértice del ángulo. (O)

A las semirrectas Or y Os, se les denomina lados del ángulo.

Un ángulo como el de la figura se puede simbolizar de las siguientes formas:

Un ángulo como el de la figura se puede simbolizar de las siguientes formas:

- Definiendo el vértice y las semirrectas de los lados. \widehat{rOs}
- Nombrando el vértice del ángulo. \widehat{O}
- Mediante una letra griega. α .

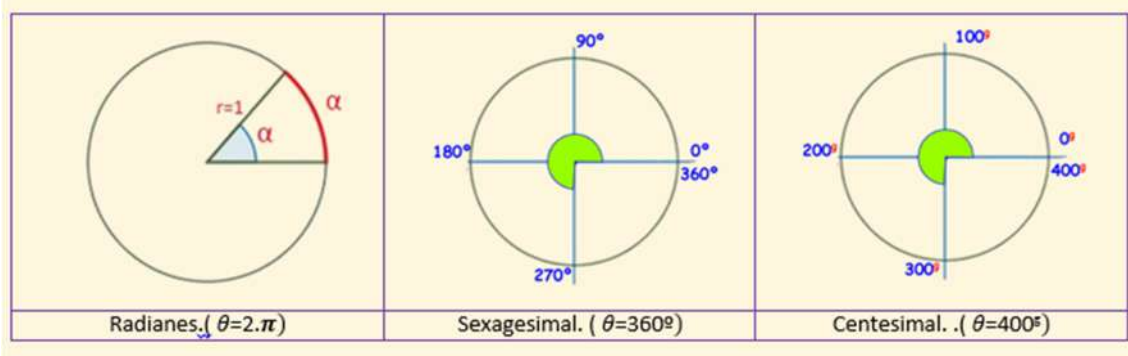


En el campo de la geometría es frecuente la utilización del alfabeto griego clásico para la definición de los elementos geométricos por ello insertamos la tabla siguiente:

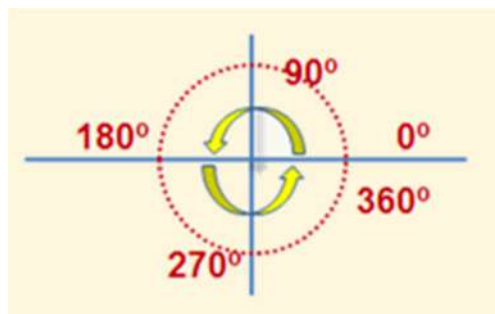
Nombre de la letra:	Minúscula	Mayúscula	Nombre de la letra:	Minúscula	Mayúscula
<i>Alfa</i>	α	A	<i>Nu</i>	ν	N
<i>Beta</i>	β	B	<i>Xi</i>	ξ	Ξ
<i>Gamma</i>	γ	Γ	<i>Ómicron</i>	\omicron	O
<i>Delta</i>	δ	Δ	<i>Pi</i>	π	Π
<i>Épsilon</i>	ϵ	E	<i>Rho(ro)</i>	ρ	P
<i>Zeta</i>	ζ	Z	<i>Sigma</i>	σ	Σ
<i>Eta</i>	η	H	<i>Tau</i>	τ	T
<i>Theta (tita)</i>	θ	Θ	<i>Ípsilon</i>	υ	Y
<i>Iota</i>	ι	I	<i>Phi (fi)</i>	ϕ	Φ
<i>Kappa</i>	κ	K	<i>Ji o Chi</i>	χ	X
<i>Lambda</i>	λ	Λ	<i>Psi</i>	ψ	Ψ
<i>Mu</i>	μ	M	<i>Omega</i>	ω	Ω

Existen diferentes unidades de medida de ángulos: el **grado centesimal** (gradian), el grado **sexagesimal** y el **radian**, que es la unidad de medida en el sistema internacional de unidades.

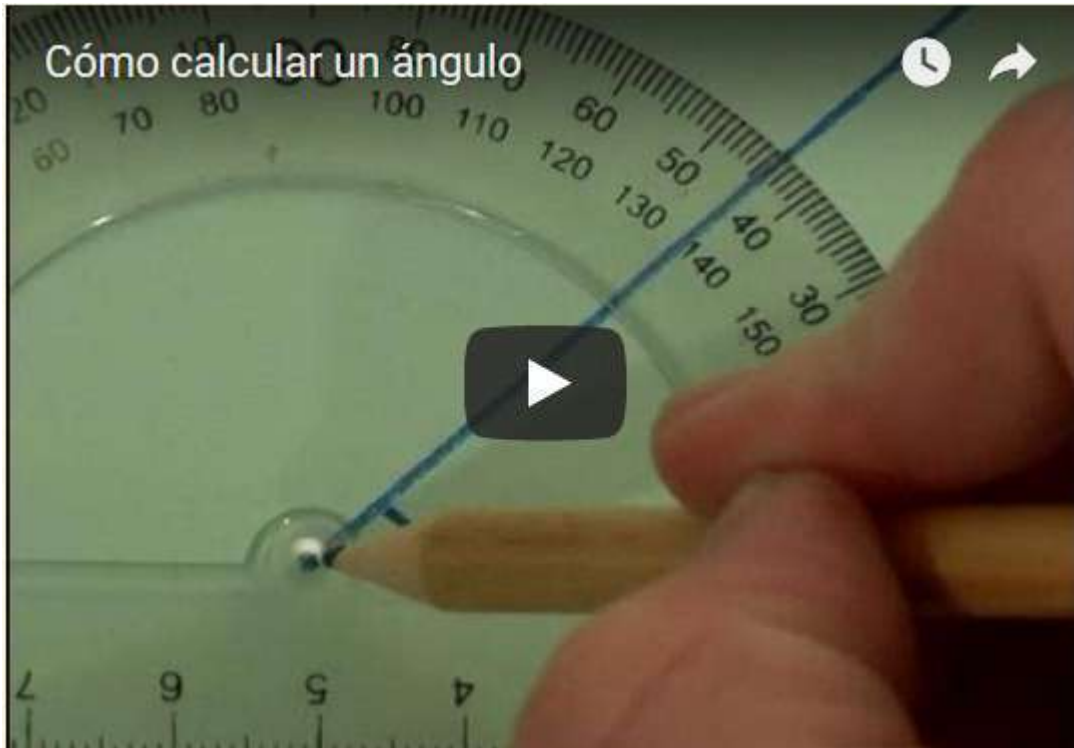
Según la unidad utilizada, el ángulo completo de una circunferencia tomará distintos valores.



Por convenio los ángulos se miden en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj, los ángulos positivos son antihorarios y los negativos horarios.



En este vídeo puedes aprender a medir y trazar ángulos con la ayuda de un transportador de ángulos.



Vídeo nº 1. ¿Cómo calcular un ángulo?

Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=V7R2Yf00uBs&feature=youtu.be>

3.1) SISTEMA SEXAGESIMAL

Sistema sexagesimal.

- Es un antiguo sistema de numeración de carácter posicional de potencias de 60, es decir, que la base de numeración tenía 60 dígitos diferentes.
- En el sistema sexagesimal de ángulos utilizamos como unidad de medida el grado.

El ángulo **completo** tiene un valor de 360° , el **llano** de 180° y el **recto** de 90°

Si bien la unidad de medida es el grado ($^\circ$), actúan como submúltiplo el minuto de arco o **arcominuto** y el segundo de arco o **arcosegundo**.

(arco-minuto y arco-segundo no tienen ninguna relación con la medida del tiempo, son medidas de ángulos).

Para pasar de una unidad a otra deberemos tener en consideración las equivalencias entre la unidad y sus submúltiplos:

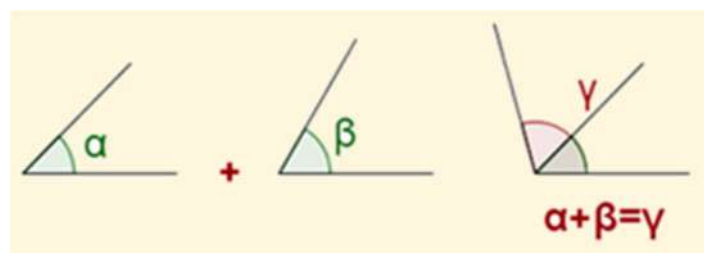
1° equivale a 60 minutos de arco. $1^\circ = 60'$.

$1'$ equivale a 60 segundos de arco. $1' = 60''$



Suma de ángulos

La suma de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la suma de las amplitudes de los dos ángulos iniciales.



Numéricamente procedemos del siguiente modo:

- 1) Para sumar ángulos se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los **minutos** y los **segundos** debajo de los **segundos** y **se suman**.
- 2) Si los **segundos suman más de 60**, se **divide** dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el **cociente** se añadirán a los **minutos**.
- 3) Si los minutos también excediesen de 60 dividiríamos dicho número entre 60, el resto serán minutos y el **cociente** se añadirán a los **grados**.

Veamos un ejemplo:

Suma los ángulos α de $32^\circ 24' 48''$, con el ángulo β de $43^\circ 49' 25''$

32°	24'	48"
+ 43°	49'	25"
75°	73'	73"

Pasamos los segundos a minutos por exceder de 60.

73"	60
13"	1'

32°	24'	48"
+ 43°	49'	25"
75°	73'	
	+ 1'	13"
75°	74'	13"

Como los minutos (74'') también exceden de 60, los pasamos a grados.

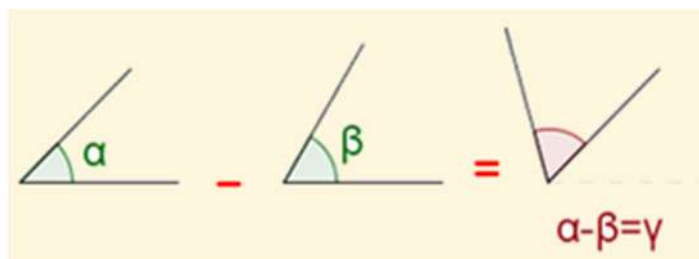
74'	60
14'	1°

32°	24'	48"
+ 43°	49'	25"
75°		13"
	+ 1°	14'
76°	14'	13"

Resultando ser el ángulo suma: $76^\circ 14' 13''$

Resta de ángulos

La resta de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la diferencia entre la amplitud del ángulo mayor y la del ángulo menor.



Numéricamente procedemos del siguiente modo:

- 1) Para restar ángulos **se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.**
- 2) Si el cardinal del minuendo es menor que el cardinal del sustraendo, **convertimos un minuto del ángulo del minuendo en 60 segundos y se lo sumamos a los segundos iniciales del ángulo del minuendo.** A continuación restamos los segundos.
- 3) Si los minutos **del minuendo fuesen inferiores a los minutos del sustraendo, transformaríamos un grado en minutos,** se los sumáramos a los minutos que tengamos en el minuendo y proseguimos la resta.

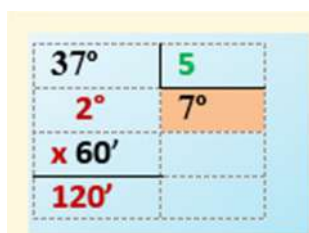
Veamos un ejemplo:

Resta al ángulos a de $52^\circ 23' 18''$, el ángulo β de $43^\circ 49' 25''$

$23' = 22' 60''$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">52°</td> <td style="padding: 2px 5px;">$23'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$18''$</td> <td style="padding: 2px 5px;">→</td> <td style="padding: 2px 5px;">52°</td> <td style="padding: 2px 5px;">$22'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$78''$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">$- 43^\circ$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$49'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$25''$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	52°	$23'$	$18''$	→	52°	$22'$	$78''$	$- 43^\circ$	$49'$	$25''$					<p>Los segundos de arco del minuendo son menores que los segundos de arco del sustraendo. Hacemos la siguiente modificación: $23' = 22', 60''$ modificando de esta forma el ángulo del minuendo pudiendo comenzar la resta de valores.</p>
52°	$23'$	$18''$	→	52°	$22'$	$78''$										
$- 43^\circ$	$49'$	$25''$														
$1^\circ = 60'$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">52°</td> <td style="padding: 2px 5px;">$22'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$78''$</td> <td style="padding: 2px 5px;">→</td> <td style="padding: 2px 5px;">51°</td> <td style="padding: 2px 5px;">$82'$</td> <td style="padding: 2px 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">$- 43^\circ$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$49'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$25''$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="padding: 2px 5px;">$53''$</td> </tr> </table>	52°	$22'$	$78''$	→	51°	$82'$		$- 43^\circ$	$49'$	$25''$				$53''$	<p>Como resulta que los minutos de arco del minuendo ($22'$) son mayores que los minutos de arco del sustraendo ($49'$), procedemos a realizar la siguiente modificación: $1^\circ = 60'$, que nos permite avanzar y finalizar la resta, siendo el resultado final de: $8^\circ 33' 53''$.</p>
52°	$22'$	$78''$	→	51°	$82'$											
$- 43^\circ$	$49'$	$25''$				$53''$										
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 80%; margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">51°</td> <td style="padding: 2px 5px;">$82'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$78''$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">$- 43^\circ$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$49'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$25''$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">8°</td> <td style="padding: 2px 5px;">$33'$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$53''$</td> </tr> </table>		51°	$82'$	$78''$	$- 43^\circ$	$49'$	$25''$	8°	$33'$	$53''$						
51°	$82'$	$78''$														
$- 43^\circ$	$49'$	$25''$														
8°	$33'$	$53''$														

Multiplicación de ángulos

La **multiplicación** de un número por un ángulo es otro ángulo cuya **amplitud es la suma** de tantos **ángulos iguales al dado** como indique el número.



Numéricamente procedemos del siguiente modo:

La **multiplicación** de un número por un ángulo es otro ángulo cuya **amplitud es la suma** de tantos **ángulos iguales al dado** como indique el número por el que se multiplica.

Numéricamente procedemos del siguiente modo:

- 1º) Multiplicamos los segundos, minutos y grados por el número.
- 2º) Si los cardinales de las unidades de los segundos sobrepasan el número 60, se realizará la conversión pertinente de segundos a minutos, dividiendo para ello por 60. El cociente de dicha división representa minutos mientras que el residuo de la misma son segundos.
- 3º) Se hace lo mismo para los minutos.

Veamos un ejemplo:

Multiplica el ángulo α de $32^\circ 23' 49''$ por cinco.

<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 5px;">32°</td><td style="padding: 5px;">$23'$</td><td style="padding: 5px;">$48''$</td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center; padding: 5px;">\times</td><td style="padding: 5px;">5</td></tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"><td style="padding: 5px;">160°</td><td style="padding: 5px;">$115'$</td><td style="padding: 5px;">$245''$</td></tr> </table>	32°	$23'$	$48''$		\times	5	160°	$115'$	$245''$					
32°	$23'$	$48''$												
	\times	5												
160°	$115'$	$245''$												
<p>Como los minutos y segundos exceden de 60 tendremos que pasar parte de este valor a una unidad superior para ello dividiendo por 60, comenzando por los segundos.</p> <p>Por lo que podemos decir que $245'' = 4', 5''$ quedando el ángulo modificado como: $160^\circ 119' 5''$</p>	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 5px;">$245''$</td><td style="padding: 5px;">60</td></tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"><td style="padding: 5px;">$5''$</td><td style="padding: 5px;">$4'$</td></tr> </table> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 5px;">160°</td><td style="padding: 5px;">$115'$</td><td style="padding: 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">$+$</td><td style="padding: 5px;">$4'$</td><td style="padding: 5px;">$5''$</td></tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"><td style="padding: 5px;">160°</td><td style="padding: 5px;">$119'$</td><td style="padding: 5px;">$5''$</td></tr> </table>	$245''$	60	$5''$	$4'$	160°	$115'$		$+$	$4'$	$5''$	160°	$119'$	$5''$
$245''$	60													
$5''$	$4'$													
160°	$115'$													
$+$	$4'$	$5''$												
160°	$119'$	$5''$												
<p>Repetimos el proceso para los minutos por superar estos el valor de 60.</p> <p>Resultando que $119' = 1^\circ 59'$.</p> <p>Quedando definitivamente el ángulo con un valor de $161^\circ 59' 5''$</p>	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 5px;">$119'$</td><td style="padding: 5px;">60</td></tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"><td style="padding: 5px;">$59'$</td><td style="padding: 5px;">1°</td></tr> </table> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 5px;">160°</td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;">$5''$</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">$+$</td><td style="padding: 5px;">1°</td><td style="padding: 5px;">$59'$</td></tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"><td style="padding: 5px;">161°</td><td style="padding: 5px;">$59'$</td><td style="padding: 5px;">$5''$</td></tr> </table>	$119'$	60	$59'$	1°	160°		$5''$	$+$	1°	$59'$	161°	$59'$	$5''$
$119'$	60													
$59'$	1°													
160°		$5''$												
$+$	1°	$59'$												
161°	$59'$	$5''$												

División de ángulos.

La **división de un ángulo** por un **número** es hallar otro **ángulo** tal que multiplicado por ese número da como resultado el **ángulo** original.

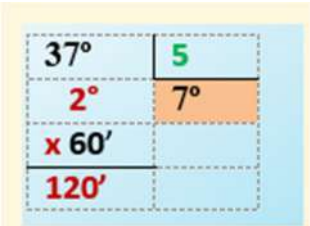
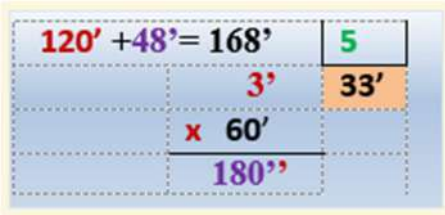
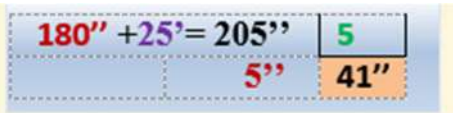
37°	5
2°	7°
$\times 60'$	
$120'$	

Numéricamente procedemos del siguiente modo:

- 1º) **Comenzamos dividiendo el cardinal de los grados por el número dado (divisor).**
- 2º) El cociente de la división son los grados y **al resto o residuo lo multiplicamos por 60**, para transformarlo en minutos.
- 3º) Se añaden estos minutos a los que tenía el ángulo inicial y se divide el número de minutos resultante por el divisor dado, transformando los minutos del residuo de la visión en segundos.
- 4º) Se añaden estos segundos a los que tenía el ángulo inicial y se divide el número de segundos resultante por el divisor dado.

Veamos un ejemplo:

Divide el ángulo a de $37^\circ 48' 25''$ en cinco partes.

<p>Comenzamos dividiendo los grados del ángulo inicial.</p> <p>Los dos grados del resto los pasamos a minutos y se los sumamos a los minutos del ángulo inicial para a continuación dividir de nuevo por cinco.</p>		
<p>Los tres minutos del resto los pasamos a segundos y se los sumamos a los segundos del ángulo inicial para a continuación dividir de nuevo por cinco.</p>		<p>Resultando el valor final del ángulo de $7^\circ 33' 41''$ con un resto de 60 décimas de arco. $(5'' \cdot 60/5)$.</p>

Ejercicio 2

¿Cuál es el nombre de las siguientes letras griegas?

π	
α	
γ	
β	
λ	
μ	
ω	

Ejercicio 3

Realiza las siguientes operaciones con ángulos.

$35^\circ 33' 54'' + 7^\circ 42' 25'' = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}''$

3.2) SISTEMA INTERNACIONAL. EL RADIAN

Se denomina **radian** (rad), al ángulo central (*ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia*) y cuyos lados determina sobre la misma un arco de longitud igual al radio de la circunferencia.

Como la longitud de la circunferencia es $L=2\pi r$, podremos decir que el ángulo completo equivale a:

$$\theta_{rad} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ (rad)}$$

De la misma forma diríamos que el ángulo **llano** tiene π radianes o que el ángulo **recto** tiene $\pi/2$ radianes.

Para pasar de grado a radianes plantearemos la siguiente proporción:

$$\frac{\theta_{rad}}{\theta^\circ} = \frac{2\pi}{360^\circ} \quad \longrightarrow \quad \theta_{rad} = \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot \theta^\circ$$

Para pasar de radianes a grado plantearemos la siguiente proporción:

$$\frac{\theta^\circ}{\theta_{rad}} = \frac{360^\circ}{2\pi} \quad \longrightarrow \quad \theta^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \theta_{rad}$$

Ejemplo. Si conocemos que el ángulo central α es igual a 36° . ¿Cuál será su valor en radianes?

$$\frac{\alpha_{rad}}{36^\circ} = \frac{2\pi}{360^\circ} \quad \longrightarrow \quad \alpha_{rad} = \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 36^\circ = \frac{\pi}{5} \text{ (rad)}$$

Ejemplo. Si conocemos que el ángulo central β es igual a $\pi/4$ rad. ¿Cuál será su valor en grados?

$$\frac{\beta^\circ}{\pi/4} = \frac{360^\circ}{2\pi} \quad \longrightarrow \quad \beta^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \pi/4 = 45^\circ$$

Debemos observar que el **radian** representa la constante de razón entre el arco y el radio, por tanto es un número que carece de unidades, pues lo que nos indica es las veces que el arco contiene al radio.


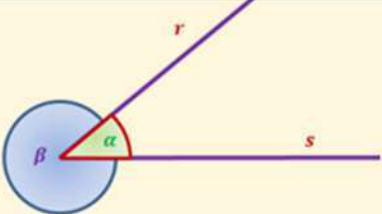

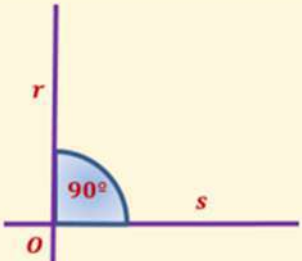
La utilidad del radian estriba que tanto el ángulo como el arco que define contienen el mismo número de radianes. Luego cuando utilizamos el radian es indiferente referirnos al arco o al ángulo.

Ejercicio 4

Determina el valor en radianes de los siguientes ángulos:

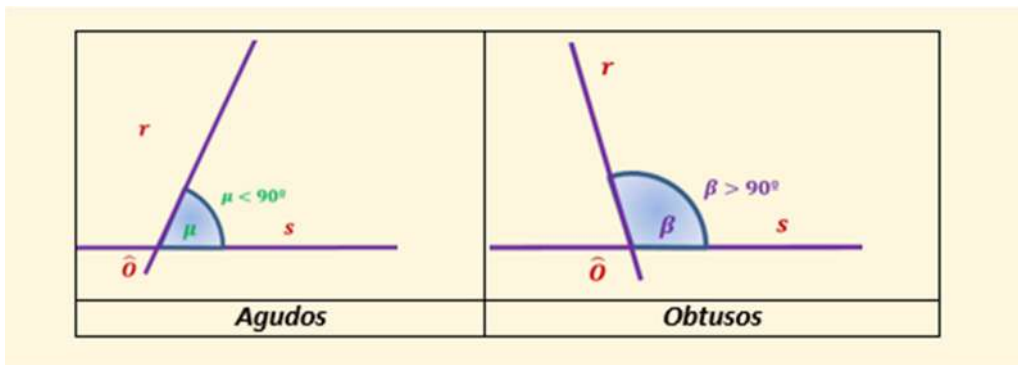
- a) $\mu = 60^\circ$
- b) $\beta = 150^\circ$
- c) $\theta = 270^\circ$

3.3) CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

<ul style="list-style-type: none"> • Llamaremos ángulo completo aquél que abarca todos los puntos del plano. El valor asignado es de 360° 	
<ul style="list-style-type: none"> • Dos semirrectas con origen común definen sobre el plano dos ángulos α (llamado ángulo convexo) y β (llamado ángulo cóncavo). La suma de un ángulo cóncavo con su convexo respectivo suman 360° grados. $\alpha + \beta = 360^\circ$ 	
<ul style="list-style-type: none"> • Cuando el ángulo cóncavo es igual al convexo, le llamaremos ángulo llano y, en él, los lados del ángulo son semirrectas opuestas. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Cuando los lados de un ángulo son semirrectas perpendiculares, al ángulo formado le llamamos ángulo recto. 	

Si tomamos como referencia el ángulo de 90° , los ángulos los podemos denominar como:

- **Agudos** si son **menores** que un recto.
- **Obtusos** si son **mayores** que un recto.



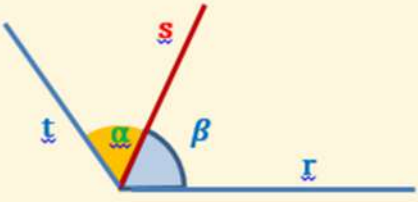
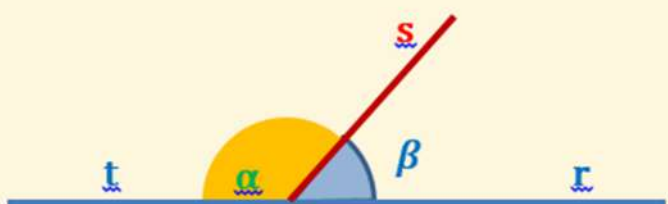
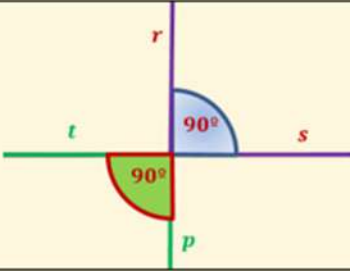
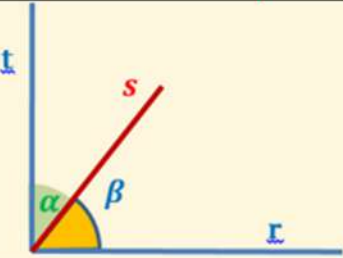
Ejercicio 5

¿Cómo se denominan estos ángulos?

_____	_____	_____
	_____	_____

3.4) RELACIÓN ENTRE PAREJAS DE ÁNGULOS

Los ángulos emparejados también reciben nombres específicos, veamos cuales son:

	<p>Ángulos consecutivos: aquellos ángulos que tienen el mismo vértice y un lado en común.</p> <p>α y β consecutivos.</p>
	<p>Ángulos adyacentes: aquellos ángulos consecutivos en los que el lado no compartido son semirrectas opuestas.</p> <p>α y β adyacentes.</p>
	<p>Ángulos suplementarios: aquellos ángulos cuya suma es el valor de un llano, es decir, 180°.</p> <p>$\alpha + \beta$ son suplementarios si $\alpha + \beta = 180^\circ$</p>
	<p>Ángulos complementarios: aquellos ángulos cuya suma es el valor de un recto, es decir, 90°.</p> <p>$\alpha + \beta$ son complementarios si $\alpha + \beta = 90^\circ$</p>

Ejercicio 6

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:

Dos ángulos adyacentes son aquellos que:

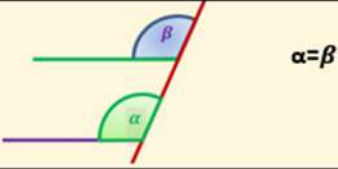
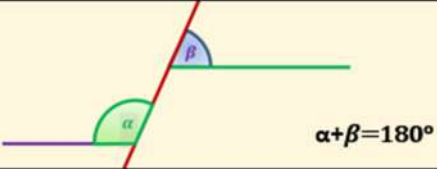
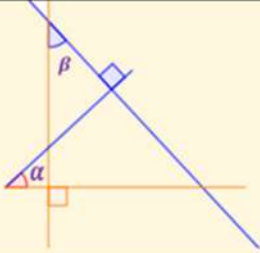
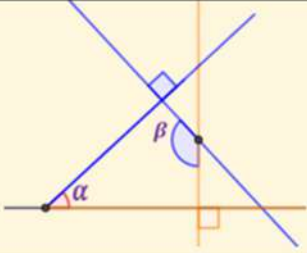
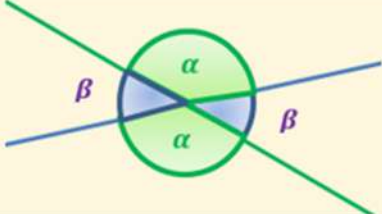
	V / F
Suman 90°	
Suman 45° , tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son una prolongación del otro	
Siendo suplementarios, tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son una prolongación del otro	

Ejercicio 7

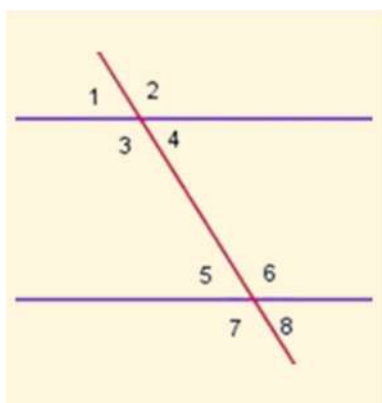
¿Qué podríamos decir que todos los ángulos adyacentes son consecutivos o que todos los ángulos consecutivos son adyacentes?

3.5) IGUALDAD ENTRE ÁNGULOS

Es muy importante saber que dos ángulos son iguales cuando cumplen alguna de las condiciones siguientes:

<p>Dos ángulos que tienen sus lados paralelos entre sí, o son iguales o son suplementarios.</p> <p>Proposición I.29. Una recta que incide sobre dos paralelas forma ángulos alternos iguales entre sí.</p>	
	
<p>Dos ángulos que tienen sus lados perpendiculares entre sí, o son iguales o son suplementarios.</p>	
	
<p>Proposición I.15. Si dos rectas se cortan, forman ángulos opuestos por el vértice que son iguales.</p>	
	

También tenemos que conocer que dos rectas paralelas cortadas por una tercera recta determinan ocho ángulos que guardan relación entre sí:



Atendiendo a su disposición respecto a las rectas los ángulos podemos caracterizarlos como:

- ♦ **Ángulos internos (3, 4, 5 y 6).** Los ángulos internos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas son **suplementarios**.

$$\widehat{3} + \widehat{5} = 180^\circ = \widehat{4} + \widehat{6}$$

- ♦ **Ángulos externos (1, 2, 7 y 8).** Los ángulos externos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas son **suplementarios**.

$$\widehat{1} + \widehat{7} = 180^\circ = \widehat{2} + \widehat{8}$$

- ♦ **Ángulos correspondientes:** Son aquellos que están al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal. Los ángulos correspondientes son iguales.

$$\widehat{2} = \widehat{6}; \widehat{4} = \widehat{8}; \widehat{1} = \widehat{5}; \widehat{3} = \widehat{7}$$

♦ **Ángulos alternos internos:** Son aquellos ángulos interiores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas.
Los ángulos alternos internos son iguales.

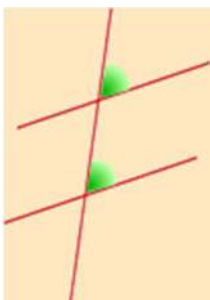
$$\widehat{3} = \widehat{6}; \text{ y } \widehat{4} = \widehat{5}$$

♦ **Ángulos alternos externos:** Son aquellos ángulos exteriores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas.
Los ángulos alternos externos son iguales.

$$\widehat{1} = \widehat{8} \text{ y } \widehat{2} = \widehat{7}$$

Ejercicio 8

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:



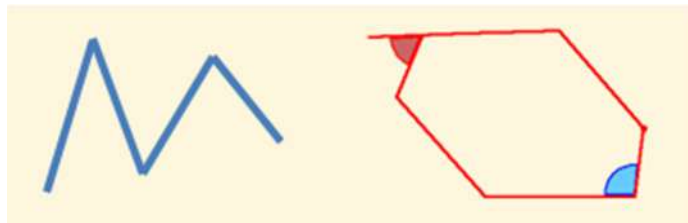
De los ángulos de la figura podemos decir que

	V / F
Son iguales por ser ángulos internos	
Son iguales por ser externos internos	
Ninguna de las anteriores es correcta	

4) POLÍGONOS

La línea de puntos formada por segmentos rectilíneos se les denomina poligonal.

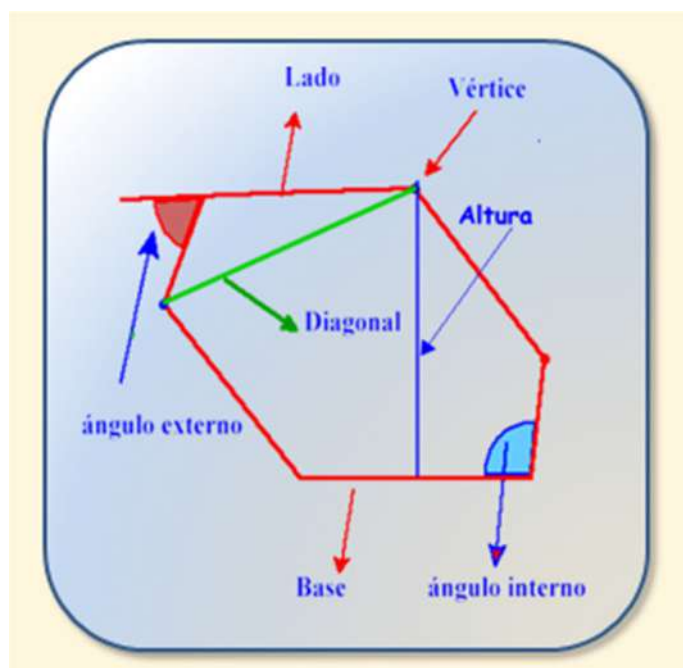
Las líneas poligonales pueden ser **abiertas** o **cerradas**.



Las líneas **poligonales cerradas** dan lugar a los **polígonos**, que podemos definirlos como el conjunto de puntos del plano delimitados por una línea poligonal cerrada. Por tanto, un polígono representa una superficie.

En un polígono podemos diferenciar diferentes elementos:

- **Lados**: son los segmentos rectilíneos que lo delimitan.
- **Ángulos interiores**: los que forman dos lados contiguos en el interior del polígono.
- **Ángulos exteriores**: los que forman dos lados contiguos en el exterior del polígono.
- **Vértices**: los puntos donde coinciden dos lados.
- **Diagonales**: las rectas que unen dos vértices que no sean consecutivos.
- **Base**: es cualquiera de los lados (normalmente el lado en que se "apoya" la figura).
- **Altura**: es el segmento perpendicular desde el vértice al lado opuesto o a su prolongación.



4.1) CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

Podemos clasificar a los polígonos atendiendo a **sus ángulos** o a sus **lados**.

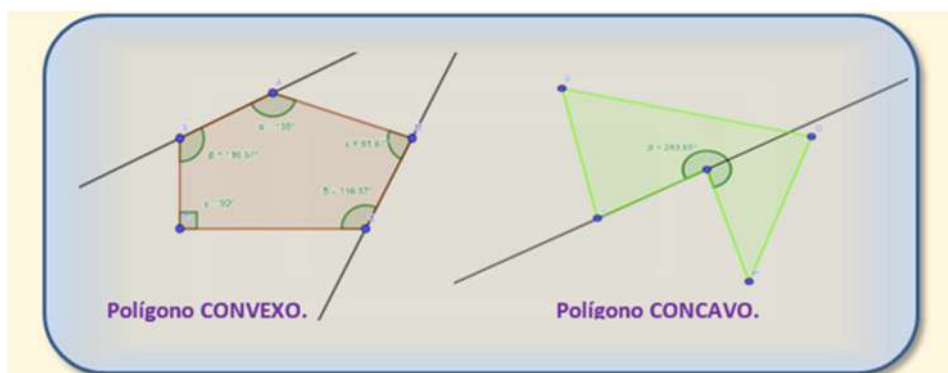
▪ **Según sus ángulos:** Pueden ser polígonos **cóncavos** o polígonos **convexos**.

a) Un polígono es convexo cuando todos sus ángulos internos valen **menos de 180°**.

En un polígono convexo, todos los lados están en el mismo semiplano que formaría la prolongación de cualquiera de los lados. Es decir, la prolongación de cualquier lado no divide al polígono.

b) Un polígono es **cóncavo** cuando tiene por lo menos un ángulo interno cóncavo o **mayor que 180°**.

En un polígono cóncavo encontraremos que la prolongación de algunos de los lados divide al polígono en dos partes.



▪ **Según sus lados:**

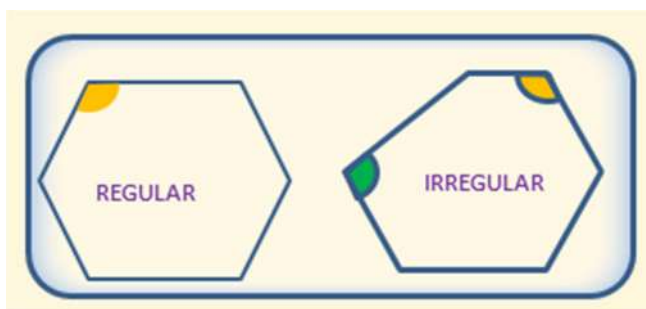
Los polígonos según el número de lados que lo forman reciben nombres diferentes.

Para poder cerrar un polígono necesitamos al menos tres lados porque con menos no puede delimitarse una superficie cerrada.

En la tabla siguiente están relacionados los nombres de los polígonos con su número de lados.

LADOS	NOMBRE	LADOS	NOMBRE
3	triángulo	17	Heptadecágono
4	cuadrilátero	18	octodécágono
5	pentágono	19	eneadécágono
6	hexágono	20	isodécágono
7	heptágono	30	triacontágono
8	octógono	40	tetracontágono
9	eneágono	50	pentacontágono
10	decágono	60	hexacontágono
11	endecágono	70	heptacontágono
12	dodecágono	80	octacontágono
13	Tridecágono	90	eneacontágono
14	tetradecágono	100	hectágono
15	pentadecágono	10^6	megágono
16	hexadecágono	10^{100}	googólono

Cuando un polígono tiene sus **lados y ángulos iguales** se llaman polígono **REGULAR**.
Si los lados y ángulos **no tienen la misma medida** se llaman polígono **IRREGULAR**.



En todos los polígonos **convexos** de “n” lados, tanto regulares como irregulares se verifica que:

- La suma de los ángulos internos del polígono valen: $s=180^\circ \cdot (n-2)$
- El número de diagonales del polígono será: $n^\circ \text{ diagonales} = n \cdot (n-3) / 2$

Ejemplo.- Hallar la suma de los ángulos internos de un pentágono.

$$s = 180^\circ \cdot (n-2) = 180^\circ \cdot (5-2) = 180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$$

Ejemplo.- Hallar el número de diagonales de un cuadrilátero.

$$n^\circ \text{ diagonales} = n \cdot (n-3) / 2 = 4 \cdot (4-3) / 2 = 4 / 2 = 2$$

Ejercicio 9

¿Cuál será el valor mínimo que puede tener un ángulo Cóncavo?

Ejercicio 10

¿Cuál es el número de segmentos rectilíneos mínimos que se necesita para formar un polígono cerrado?

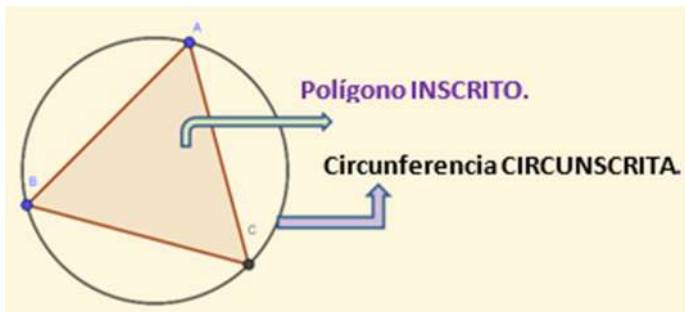
Si los segmentos rectilíneos sólo pueden unirse por sus extremos, para cerrar un polígono, ¿podrán ser estos segmentos de la longitud que se desee o tendrá que cumplir alguna condición?

4.2) POLÍGONOS REGULARES

Sabemos que son aquellos que tienen **todos sus lados y ángulos iguales**.

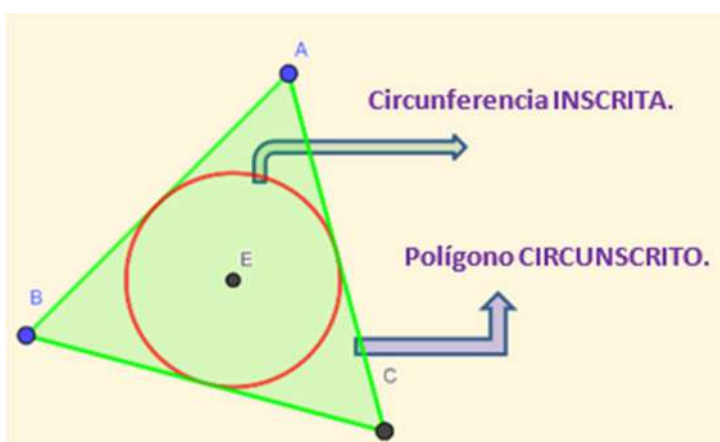
En todo polígono regular se puede trazar una circunferencia que pase por todos sus vértices llamada **circunferencia circunscrita** al polígono.

También se dice que el **polígono** está **inscrito** en la circunferencia.

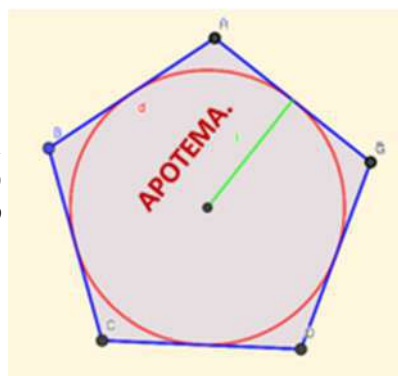


Dado un polígono regular también podremos trazar una circunferencia que sea tangente a todos sus lados, llamada **circunferencia inscrita**.

También se dice que el **polígono** circunscribe a la circunferencia.



Denominamos **apotema** de un polígono regular, a la distancia medida perpendicularmente desde el centro del polígono a uno de sus lados. *La apotema es el radio de la circunferencia inscrita en el polígono.*

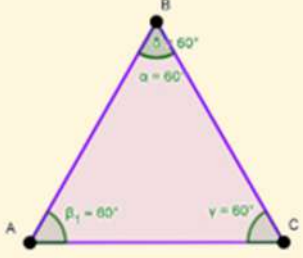
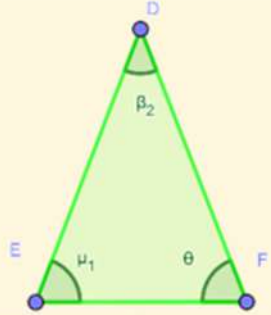



4.3) TRIÁNGULOS



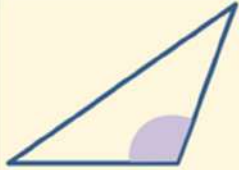
El triángulo es el polígono cerrado de menor número de lados. Está formado por tres lados y tres ángulos.

Podemos clasificarlos atendiendo a la **longitud de sus lados** o al valor de **sus ángulos**.

♦ Según sus LADOS los triángulos se clasifican en:

<p>Equilátero: cuando tienen los tres lados iguales y los tres ángulos internos iguales.</p> <p>Cada ángulo interno mide 60°.</p>	
<p>Isósceles: cuando tienen dos lados iguales. Los ángulos opuestos a los lados iguales son iguales entre sí.</p>	
<p>Escaleno: cuando tienen los tres lados desiguales. Los ángulos son también desiguales.</p>	

♦ Según sus ÁNGULOS los triángulos se clasifican en:

<p>Triángulo acutángulo.</p> <p>Tiene tres ángulos agudos.</p>	<p>Triángulo rectángulo</p> <p>Tiene un ángulo recto. El lado mayor es la hipotenusa. Los lados menores son los catetos.</p>	<p>Triángulo obtusángulo</p> <p>Tiene un ángulo obtuso.</p>
		

Algunas de las propiedades más importantes a destacar del triángulo son:

- Es el único polígono cerrado que carece de diagonales.
- Todo polígono mayor de 3 lados puede triangularizarse, es decir, dividirse en al menos $n-2$ triángulos (n número de lados del polígono que se triangulariza).
- la suma de los tres ángulos internos de un triángulo es siempre 180° , lo que equivale a π radianes.

Si observamos la figura, el ángulo 1 es del mismo valor que el ángulo γ pues tienen sus lados paralelos a este.

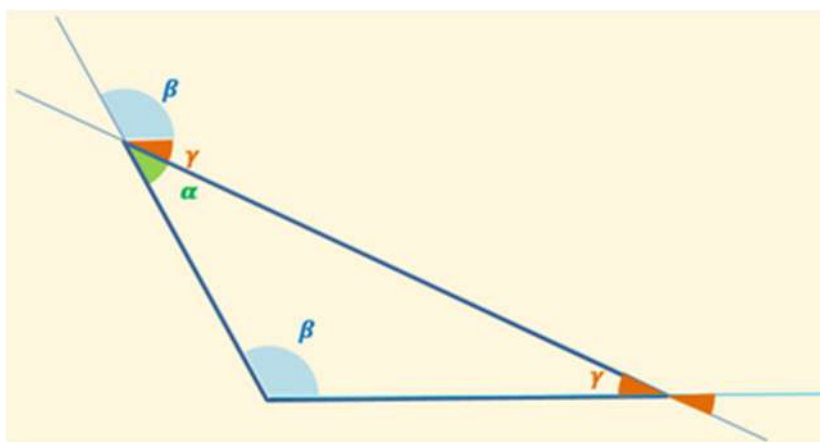
El ángulo 2 es igual al ángulo α por ser ángulos opuestos por el vértice.

El ángulo 3 es igual al ángulo β por tener sus lados paralelos.

La suma de los ángulos $1+2+3=\alpha+\beta+\gamma=180$.





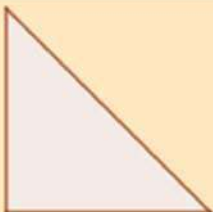
Con lo cual quedaría demostrado que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a dos rectos, es decir, 180° .

- La longitud de cada lado del triángulo es **menor que la suma** de los otros lados y **mayor que la diferencia** de los mismos. **Desigualdad triangular**.
- Los triángulos son los únicos polígonos siempre convexos, no pueden ser cóncavos, dado que ninguno de sus tres ángulos puede superar los 180° grados o π radianes.
- En todo triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.
- El ángulo exterior de un triángulo (formado por un lado y la prolongación de otro), es igual a la suma de los dos ángulos no adyacentes al ángulo o igual a la suma de los interiores opuestos.



Ejercicio 11

Clasifica los siguientes triángulos atendiendo a sus lados y a sus ángulos.

TRIÁNGULO	SEGÚN SUS LADOS	SEGÚN SUS ÁNGULOS
		
		
		
		
		

Ejercicio 12

¿Cuántos ángulos obtusos puede tener un triángulo?

<input type="checkbox"/>	a) Como mucho uno
<input type="checkbox"/>	b) No puede tener ninguno
<input type="checkbox"/>	c) Como mucho dos

4.3.1) RECTAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

Son aquellas rectas que pasan o definen puntos especiales relacionados con las propiedades o características de los triángulos.

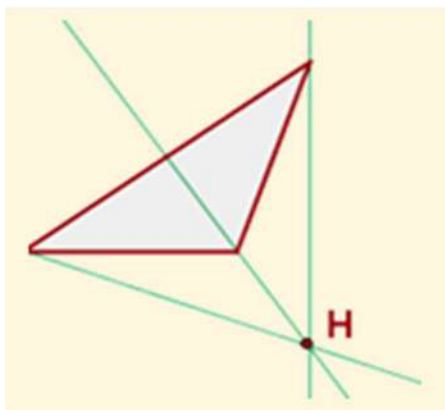
Así tenemos:

Rectas que definen la altura de un triángulo.

Son cada una de las rectas perpendiculares trazadas desde un vértice del triángulo a su lado opuesto o su prolongación.

Las tres alturas interseccionan en un punto llamado **Ortocentro**.

El ortocentro es un punto interior si el triángulo es acutángulo, o un punto exterior si el triángulo es obtusángulo. Si es rectángulo está en el vértice del ángulo recto.



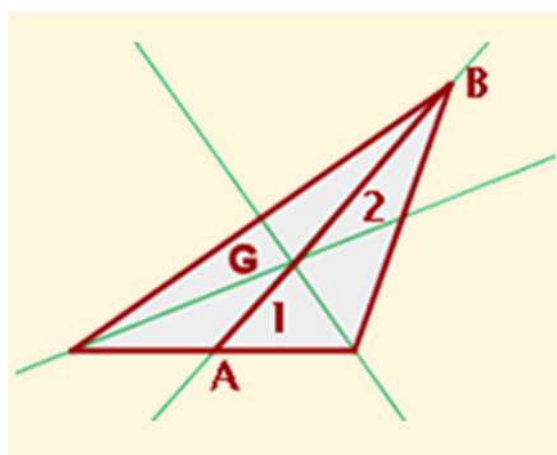
Medianas de un triángulo.

Mediana es cada una de las rectas que une el punto medio de un lado con el vértice opuesto.

El **Baricentro** es el punto de corte de las tres medianas.

El baricentro divide a cada mediana en dos segmentos, el segmento que une el baricentro con el vértice mide el doble que el segmento que une baricentro con el punto medio del lado opuesto. Por ello se dice que el baricentro dista $1/3$ de la base y $2/3$ de la altura. **$BG = 2GA$**

El Baricentro representa el centro de gravedad del triángulo. *El baricentro es siempre un punto interior.*

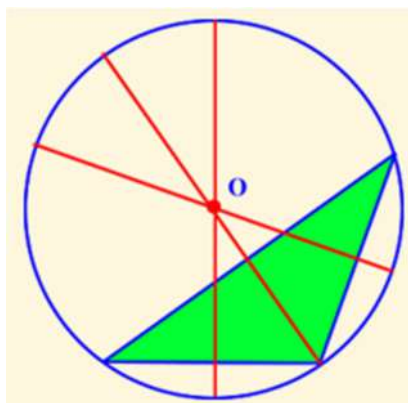


Mediatrices de un triángulo

Mediatriz es cada una de las rectas perpendiculares trazadas a un lado por su punto medio.

El Circuncentro, es el punto de corte de las tres mediatrices y centro de la circunferencia que circunscribe al triángulo,

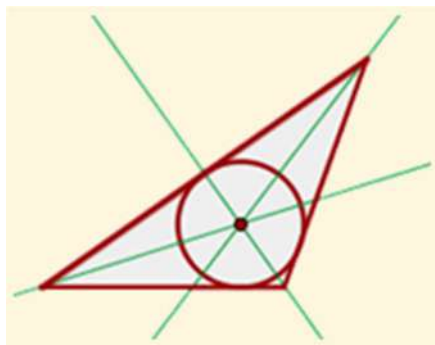
Es un punto interior si el triángulo es acutángulo, exterior si el triángulo es obtusángulo y, si es rectángulo está en el punto medio de la hipotenusa.



Bisectrices de un triángulo.

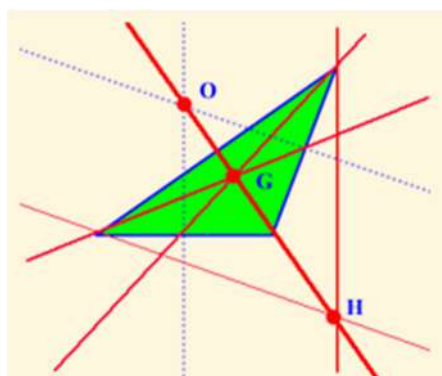
Bisectriz es cada una de las rectas que divide a un ángulo en dos ángulos iguales.

El Incentro, es el punto de corte de las tres bisectrices. Es el centro de una circunferencia inscrita en el triángulo.



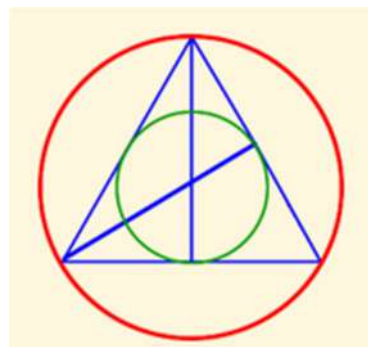
Recta de Euler

El ortocentro, el baricentro y el circuncentro de un triángulo no equilátero están alineados; es decir, pertenecen a la misma recta, llamada recta de Euler.



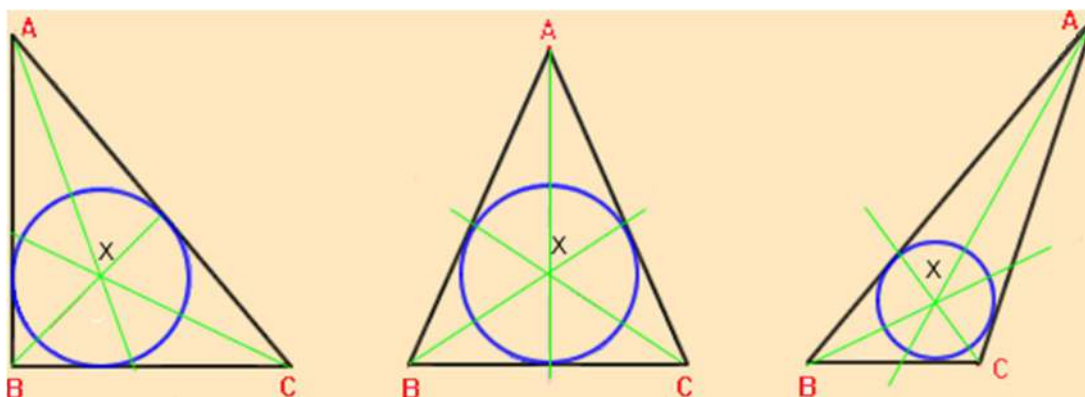
Si el triángulo fuese equilátero coincidirían en un mismo punto, ortocentro, baricentro, circuncentro e incentro.

Además, el baricentro divide la distancia del ortocentro al circuncentro en la **razón 2:1**.



Ejercicio 13

Analizando los triángulos siguientes podríamos decir que el punto x es:



a) El Ortocentro del triángulo por ser sus lados tangentes a la circunferencia inscrita.
b) El Icentro del triángulo, por encontrarse siempre en el interior del triángulo.
c) El circuncentro del triángulo por ser el centro de la circunferencias inscrita.

Ejercicio 14

¿Por qué el Icentro de un triángulo siempre es un punto interior al mismo y nunca exterior?

4.3.2) CONGRUENCIAS DE TRIÁNGULOS

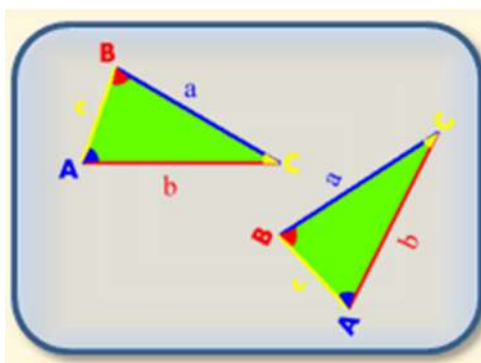
Nace del axioma o noción común 4 del libro I de Los Elementos.

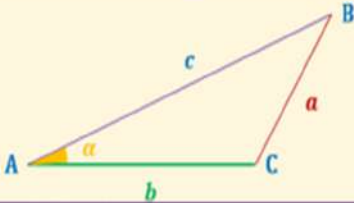
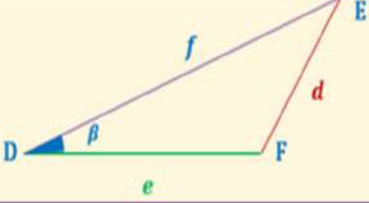
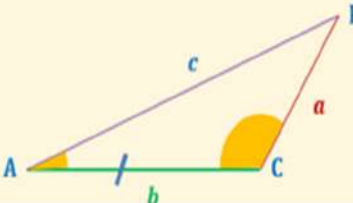
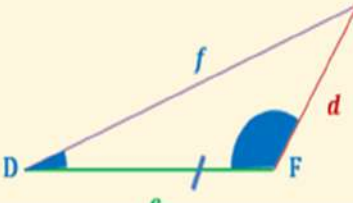
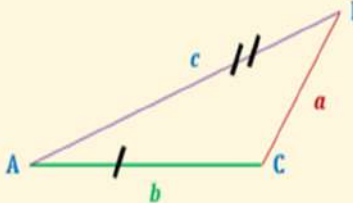
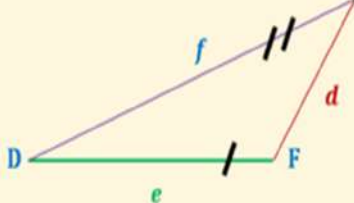
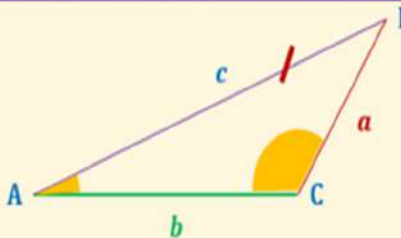
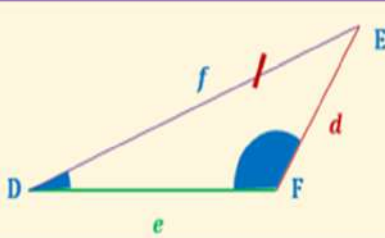
NC4. Las cosas que se superponen una a la otra son iguales entre sí.

Dos figuras geométricas **son congruentes si tienen las mismas dimensiones y la misma forma** sin importar su posición u orientación.

Las partes coincidentes de las figuras congruentes se llaman homólogas o correspondientes.

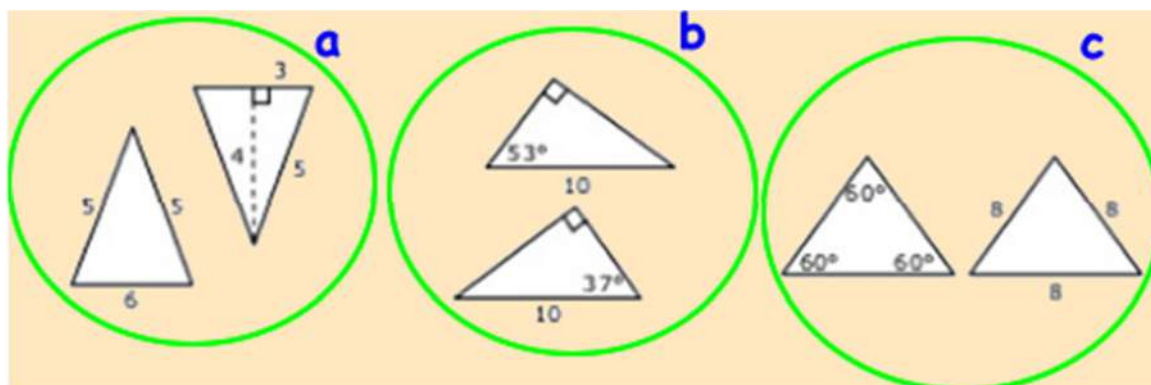
En la congruencia habrá 6 pares de elementos (3 pares de lados y 3 pares de ángulos). Los triángulos serán congruentes cuando tengan 3 de dichos elementos iguales.



CRITERIOS DE CONGRUENCIA.	
Postulados de congruencia	
Postulado (I-4) (Lado, Angulo, Lado)	
Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno tienen la misma longitud que dos lados del otro triángulo, y los ángulos comprendidos entre esos lados tienen también la misma medida.	
	
Postulado (I-26) (Angulo, Lado, Angulo)	
Dos triángulos son congruentes si dos ángulos interiores y el lado comprendido entre ellos tienen la misma medida y longitud, respectivamente. (El lado comprendido entre dos ángulos es el lado común a ellos).	
	
Postulado (I-8) (Lado, Lado, Lado)	
Dos triángulos son congruentes si cada lado de un triángulo tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.	
	
Teoremas de congruencia	
Teorema AAL (Angulo, Angulo, Lado)	
Dos triángulos son congruentes si dos ángulos y un lado, no comprendido entre los ángulos, tienen la misma medida y longitud, respectivamente.	
	

Ejercicio 15

De los triángulos de la figura siguiente podemos decir que:



- | |
|---|
| a) La pareja de triángulos del grupo "a" son los únicos congruentes del dibujo. |
| b) Solo son congruentes los triángulos del grupo a y b. |
| c) Todos los triángulos son congruentes. |

4.3.3) TEOREMAS SOBRE LA PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

TEOREMA DE THALES

En el libro VI de los elementos Euclídes se recoge la aplicación geométrica de la *Teoría General de la Proporción* de Eudoxo, de la que se derivará importantísimos resultados como:

El **Teorema de la bisectriz** (VI.2), el **Teorema de Thales** (VI.2), los **criterios de semejanza de triángulos** (VI.4, VI.5, VI.6) y el **Teorema del cateto y de la altura** (VI.8).

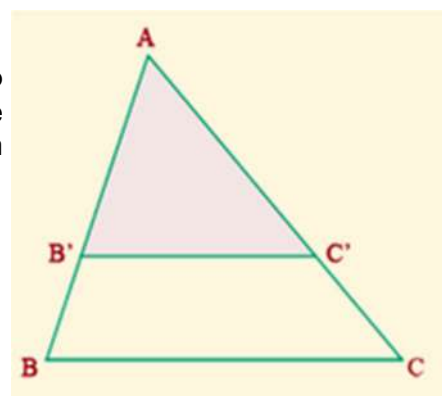
Los resultados que presentamos en esta parte son conocidos como Teorema de Thales.

Existen dos teoremas relacionados con la geometría clásica que reciben el nombre de teorema de Thales, ambos atribuidos al matemático griego Thales de Mileto en el siglo VI a. C.

a) Primer Teorema de Thales

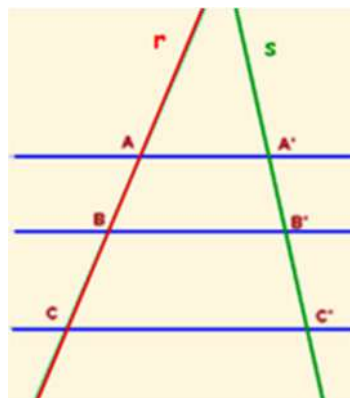
Dado un **triángulo ABC**, si se traza un **segmento paralelo, B'C'**, a uno de los **lados** del triángulo, se obtiene otro **triángulo AB'C'**, cuyos **lados** son **proporcionales** a los del **triángulo ABC**.

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$



b) Segundo Teorema de Thales

Dadas dos rectas concurrentes (que se cortan en un punto) cualesquiera de un plano, si dichas rectas son cortadas por dos o más rectas paralelas entre sí, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.



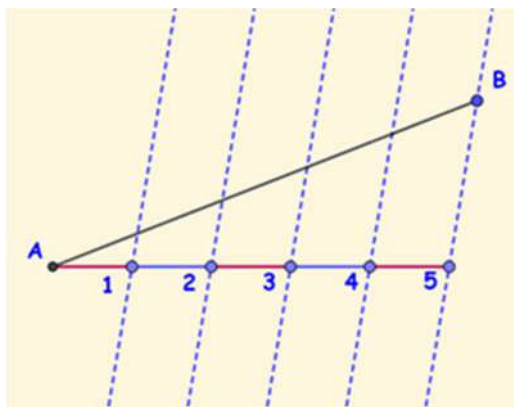
Se verifican las siguientes proporciones:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

• Aplicaciones del teorema de Thales

El teorema de Thales se puede utilizar para dividir un segmento en varias partes iguales.

Supongamos que deseamos dividir el segmento AB en cinco partes iguales. Trazamos una recta auxiliar concurrente con A o B y sobre ella llevamos cinco segmentos iguales de cualquier dimensión.



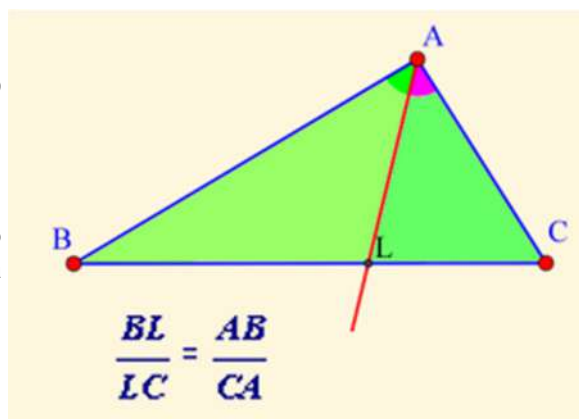
Si unimos la última de las divisiones con el extremo libre, en este caso B y posteriormente llevamos paralelas a dicha recta por cada una de las divisiones realizadas sobre la recta auxiliar, las intersecciones de dicha rectas con el segmento AB, nos dividirán este en las partes deseadas.

TEOREMA DE LA BISECTRIZ.

El teorema de la bisectriz del ángulo aparece como Proposición 3 del Libro VI en los Elementos de Euclides.

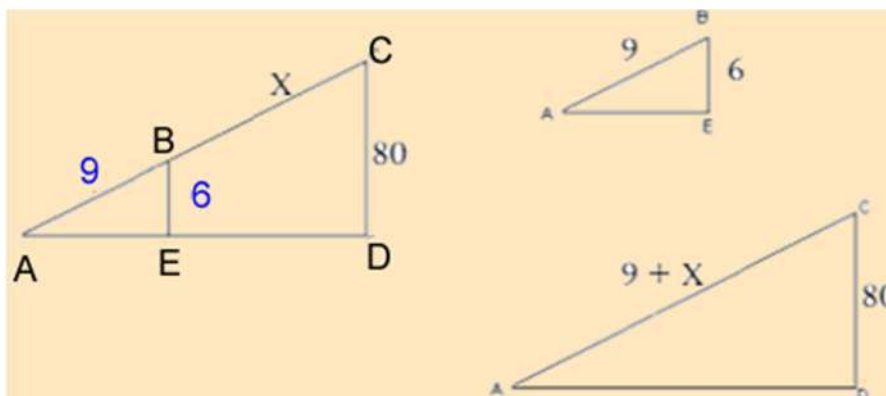
En todo triángulo la bisectriz de un ángulo interior divide al lado opuesto en dos segmentos proporcionales a los lados adyacentes.

Demostración:



Ejercicio 16

Conociendo la información aportada en la figura, determina la longitud del segmento BC.



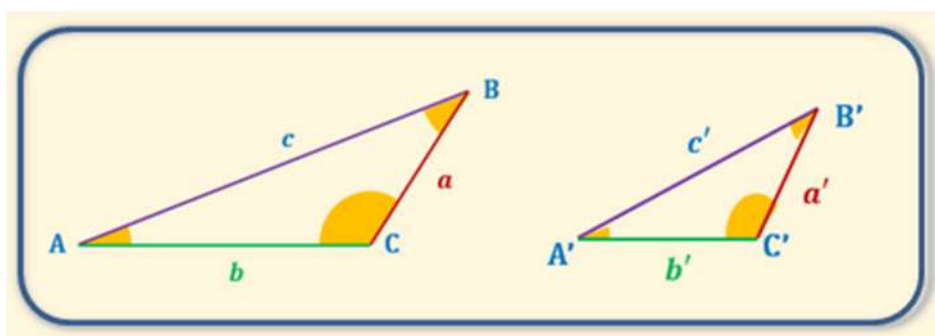
4.3.4) SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Todos los criterios de semejanza de triángulos se encuentran en el libro VI de los elementos de Euclides. Proviene de la aplicación geométrica de la *Teoría General de la Proporción* de Eudoxo a la fundamentación del concepto de semejanza, noción que por su carácter intuitivo se aplicaba instintivamente desde hacía centurias.

Decimos que dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma **forma** pero distinto **tamaños**.

Por ejemplo, dos mapas con distintas escalas son semejantes, pues la forma del contenido no cambia, pero sí el tamaño.

En la semejanza se puede cambiar el tamaño y la orientación de una figura pero no se altera su forma.



Forma: en el caso del triángulo, la forma sólo depende de sus ángulos. Por tanto para que dos triángulos (origen, imagen) sean semejantes sus ángulos deben de ser iguales uno a uno.

En la figura, los ángulos correspondientes son $A = A'$, $B = B'$ y $C = C'$. Para denotar que dos triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes se escribe $ABC \sim A'B'C'$, donde el orden

indica la correspondencia entre los ángulos: A, B y C se corresponden con A', B' y C', respectivamente.

Tamaño: ocurrirá que aunque los lados de la figura imagen sean de distinto tamaño que los de la figura origen, sin embargo las razones longitud imagen / longitud origen de los lados homólogos son todas iguales, lo que da una segunda caracterización de los triángulos semejantes. **Dos triángulos son semejantes si las razones de los lados correspondientes son congruentes.**

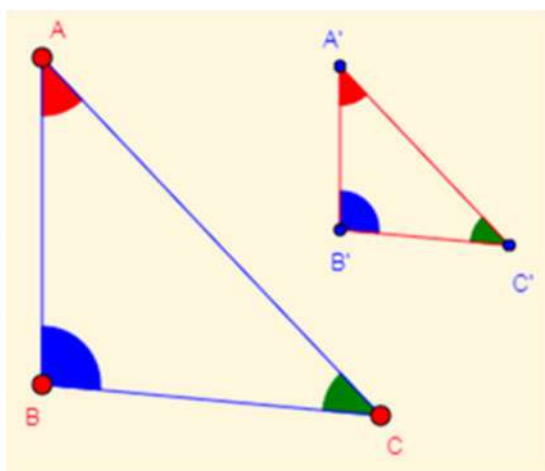
Teorema de semejanza. Ángulos iguales. AAA.

Diremos que dos triángulos ABC y $A'B'C'$ son **semejantes**, si sus ángulos respectivos son iguales y sus lados homólogos son proporcionales.

$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'} \quad y \quad \hat{A} = \hat{A}'$$

Por lo tanto, dos condiciones son importantes para la semejanza de triángulos:

- que los ángulos correspondientes sean iguales.
- y que los lados correspondientes sean proporcionales.

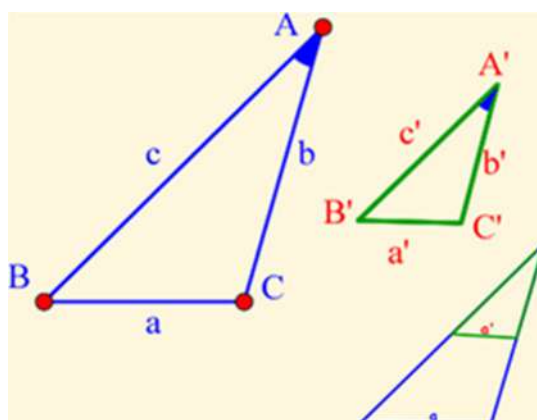


Se demuestra que si se cumple una de las condiciones también se cumple la otra.

Teorema de semejanza. Lado. ángulo. lado. (LAL)

Si dos triángulos tienen dos lados correspondientes proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual, entonces los triángulos son semejantes.

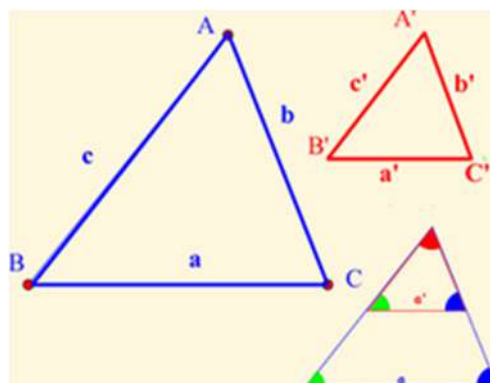
$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'} \quad y \quad \hat{A} = \hat{A}'$$



Teorema de semejanza LLL.

Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

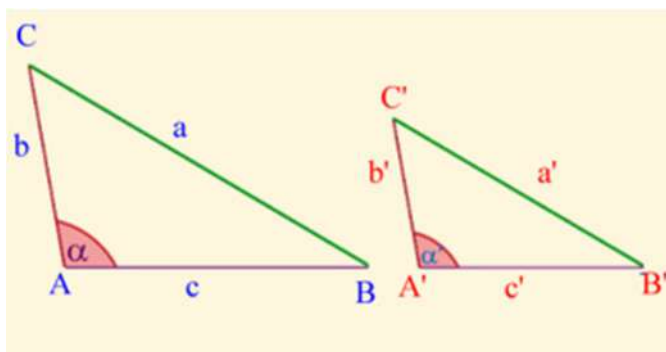
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



Teorema de semejanza. ALA.

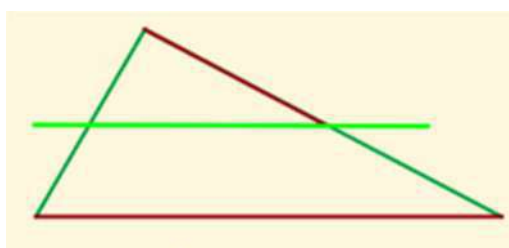
Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y los lados de los otros ángulos son proporcionales.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$



Teorema fundamental de la semejanza de triángulos.

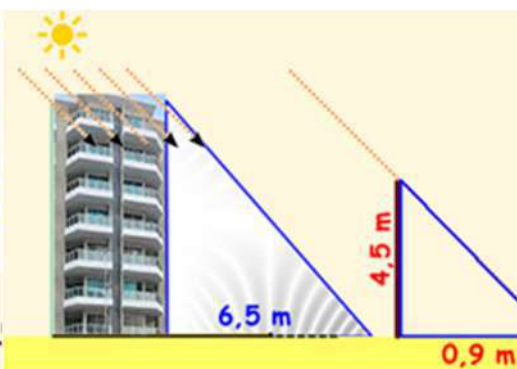
Todas las paralelas a un lado de un triángulo que no pase por el vértice opuesto, determina con las rectas a las que pertenecen los otros dos lados, un triángulo semejante al dado.



Vamos a calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 6.5 m a la misma hora que un poste de 4.5 m de altura de una sombra de 0.90 m.

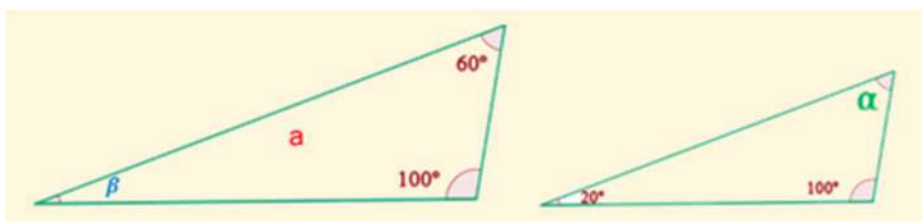
Como los dos triángulos tienen tres ángulos iguales, sus lados serán iguales y sus lados serán proporcionales, por tanto se puede establecer la siguiente proporcionalidad entre los lados de sus los lados como:

$$\frac{0.9}{6.5} = \frac{4.5}{x} \quad x = \frac{6.5 \cdot 4.5}{0.9} = 32.5$$



Luego el edificio tendrá una altura de 32,5 m

¿Son semejantes estos triángulos?



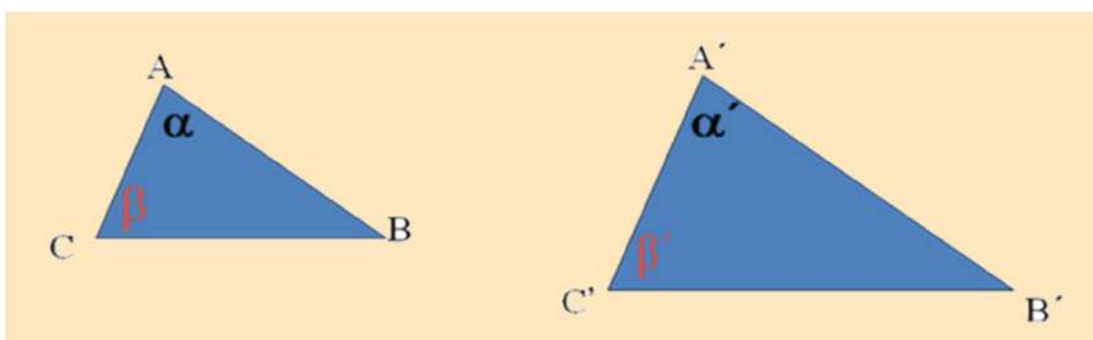
Calculemos los ángulos que nos faltan por conocer.

$\beta = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$. Por otra parte $\alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Luego los triángulos son semejantes por tener los tres ángulos iguales.

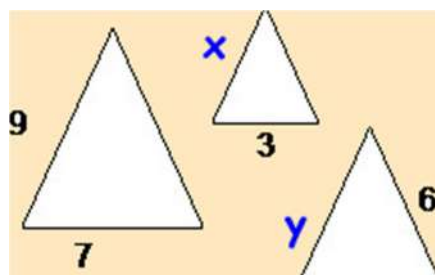
Ejercicio 17

¿Por qué son semejantes estos triángulos?



Ejercicio 18

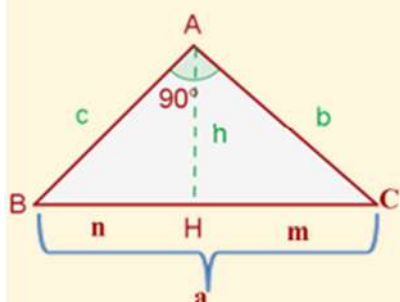
Calcula el valor de los lados de estos triángulos isósceles.



4.3.5) TEOREMAS FUNDAMENTALES QUE RELACIONAN LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Teorema del cateto

En todo triángulo rectángulo un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.



$$b^2 = a \cdot m \quad \text{Como} \quad c^2 = a \cdot n$$

- $a \Rightarrow$ hipotenusa
- b y $c \Rightarrow$ catetos
- $m \Rightarrow$ Proyección del cateto b sobre la hipotenusa
- $n \Rightarrow$ Proyección del cateto c sobre la hipotenusa

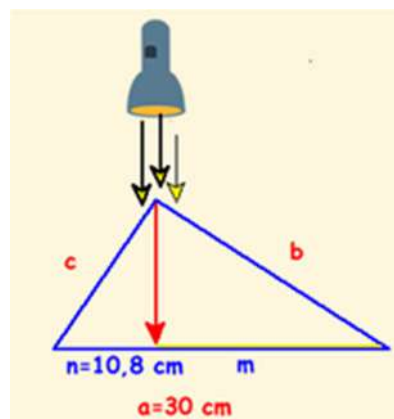
Veamos un ejemplo:

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 30 cm y la proyección de un cateto sobre ella 10.8 cm.

Hallar el otro cateto.

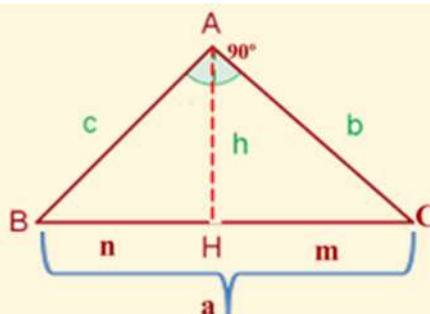
$$\frac{c}{30} = \frac{10.8}{c} \qquad c^2 = 30 \cdot 10.8$$

$$c = \sqrt{30 \cdot 10.8} \qquad c = 18 \text{ cm}$$



Teorema de la altura

En un triángulo rectángulo, la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los dos segmentos que dividen a ésta.

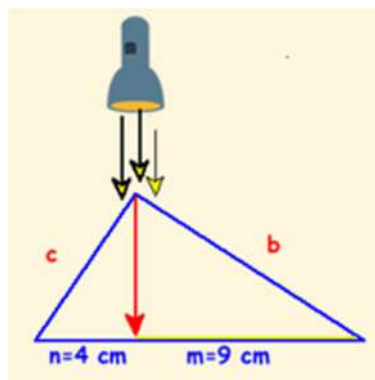


$$\frac{HB}{HA} = \frac{HA}{HC} \quad \text{Por tanto:} \quad HA^2 = HB \cdot HC \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad h^2 = m \cdot n$$

En el ejemplo siguiente, en un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 4 y 9 metros. Calcular la altura relativa a la hipotenusa.

$$h^2 = m \cdot n = 4 \cdot 9 = 36 \quad \text{Luego:}$$

$$h = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$



Teorema de Pitágoras.

Una tradición muy persistente, atribuye el Teorema de Pitágoras al propio Pitágoras. Pero el examen arqueológico de tablillas de arcilla encontradas en Mesopotamia, pertenecientes a las civilizaciones que se desarrollaron entre los ríos Tigris y Éufrates en el segundo milenio antes de J.C., ha revelado que los antiguos babilonios conocían aspectos del Teorema, más de mil años antes que el propio Pitágoras. Algo similar se puede afirmar respecto de las culturas que aparecieron a lo largo del río Nilo, así como de la antigua civilización hindú y de las antiguas culturas chinas que surgieron en las cuencas de los ríos Yangtze y Amarillo.

Las referencias prehelénicas al Teorema no contienen demostración del mismo, atribuyendo a Pitágoras el primero en proporcionarnos una demostración lógica del Teorema, de aquí que éste haya pasado a la historia con su nombre.

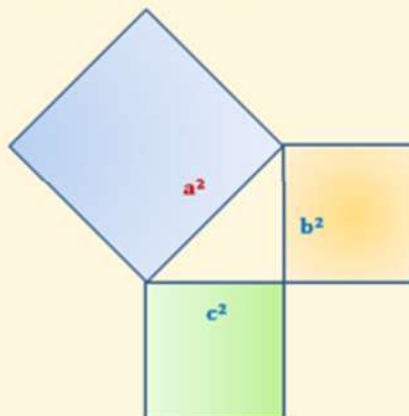
El teorema de Pitágoras pudo ser la primera demostración matemática de la historia, lo que es una evidencia que dicho teorema se encuentra por doquier en la Matemática. Es la base de multitud de teoremas geométricos, de los estudios sobre polígonos y poliedros, de la Geometría Analítica y de la Trigonometría. Por todo ello necesitamos conocerlo y utilizarlo con precisión.

Se documenta la existencia de más de 370 demostraciones relativas al teorema de Pitágoras.

Podríamos enunciar el teorema de Pitágoras como:

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 = c^2 + b^2$$



Por su sencillez vamos a realizar la demostración que se le supone a Pitágoras, la cual se basa en su propia Teoría de las Proporciones.

Si recordamos la demostramos del teorema del Cateto, habíamos llegado a establecer las siguientes proporciones entre los tres triángulos semejantes de la figura.

Las proporciones establecidas fueron (*fijarse en los lados opuestos a los ángulos*):

$$\frac{AC}{HA} = \frac{BC}{BA} = \frac{BA}{BH}$$

$$\frac{AC}{HC} = \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{HA}$$

De donde podemos deducir que $BA^2 = BC \cdot HB$.

De donde podemos deducir que $AC^2 = BC \cdot HC$.

Si sumamos las dos relaciones anteriores tendremos:

$$BA^2 + AC^2 = BC \cdot HB + BC \cdot HC = BC \cdot (HB + HC) = BC \cdot BC = BC^2$$

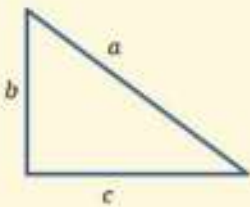
Como $a=BC$, $b=AC$ y $c=AB$. Tendremos que: $a^2 = b^2 + c^2$ (c.q.d)

• **Ternas Pitagóricas**

En la búsqueda de ternas de números **a**, **b**, **c**, que cumplan la relación $a^2 = b^2 + c^2$, nos encontramos con diferentes reglas, algunas de las cuales son:

♦ Ternas de Pitágoras. Siendo **m** un número impar mayor que uno, entonces:

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \cdot (m^2 + 1) \\ b = \frac{1}{2} \cdot (m^2 - 1) \\ c = m \end{cases}$$

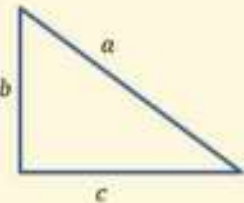


m	c	b	a
3	3	4	5
5	5	12	13
7	7	24	25
9	9	40	41
11	11	60	61
13	13	84	85
15	15	112	113

En las ternas de Pitágoras, la hipotenusa y uno de los catetos se diferencian en una unidad.

♦ Ternas de Platón. Siendo **m** un número mayor que uno:

$$\begin{cases} a = (m^2 + 1) \\ b = (m^2 - 1) \\ c = 2m \end{cases}$$



m	c	b	a
2	4	3	5
3	6	8	10
4	8	15	17
5	10	24	26
6	12	35	37
7	14	48	50
8	16	63	65

En las ternas de Platón, la hipotenusa y uno de los catetos se diferencian dos unidades.

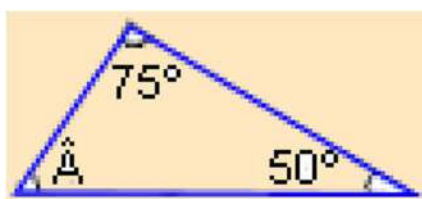
Ejercicio 19

La siguiente terna de números (20,101,99), ¿es una terna pitagórica?

- | | |
|--|---|
| | a) Si por que el área del cuadrado de lado 20 sumada al área del cuadrado de lado 99, es igual al área del cuadrado de lado 101 |
| | b) No es una terna pitagórica, porque no cumple el teorema de Pitágoras |
| | c) No porque no se verifica la desigualdad triangular |

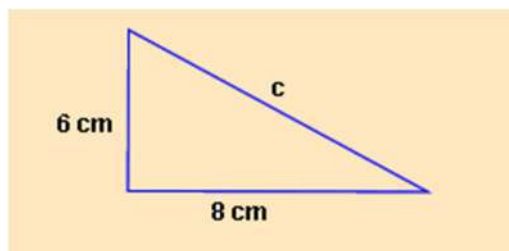
Ejercicio 20

En el triángulo de la figura, calcula cuánto mide el ángulo A.



Ejercicio 21

En un triángulo rectángulo, los dos catetos miden 8 y 6 cm, respectivamente. Dibuja el triángulo y calcula el valor de la hipotenusa.



Puedes conocer más sobre los triángulos.

↻

Objetos notables asociados a un triángulo

Rectas

 Mediatrices
 Alturas
 Medianas
 Recta de Euler
 Bisectrices
 Perp. a bisectrices
 Prolongación lados
 Bases Medias

Puntos

 Circuncentro
 Ortocentro
 Baricentro
 Centro C. Feuerbach
 Incentro
 Centro Circ. Exteriores
 Centro de los lados
 Pie de las alturas
 Centro del segmento ortocentro-vértice

Circunferencias

 Circunscrita
 Inscrita
 Exteriores
 Feuerbach (de los 9 puntos)

Ver circunferencias aux.

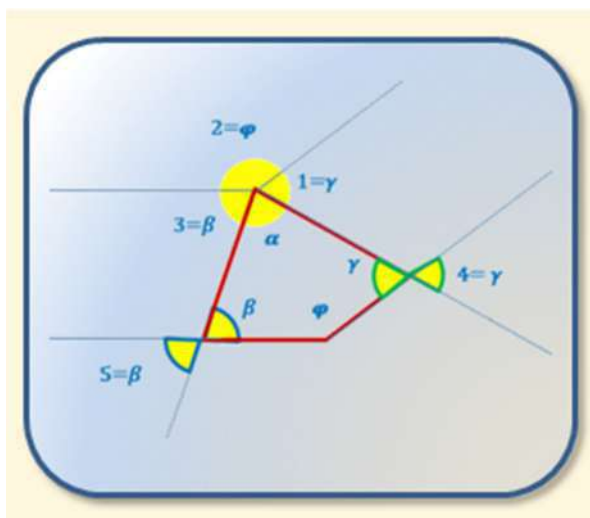
4.4) CUADRILÁTEROS

Los cuadriláteros son polígonos cerrados de cuatro lados.

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a 360° .

Si observamos la figura entendemos que ángulo 1 es igual al ángulo 4 por tener los lados paralelos a este, y el ángulo 4 es igual al ángulo γ por ser su opuesto por el vértice. Lo mismo podríamos decir de los ángulos marcados como 3 y 5. De la misma forma, por paralelismo de lados el ángulo 2 es igual al ángulo φ .

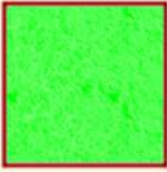
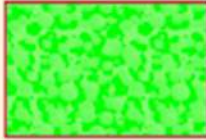
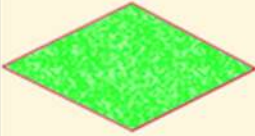

Por tanto demostramos que la suma de los ángulos internos $\gamma + \varphi + \beta + \alpha = 360^\circ$





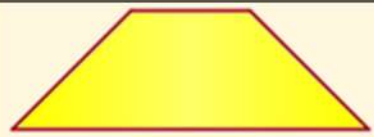

Atendiendo a los lados los cuadriláteros se denominan:

> Paralelogramos:

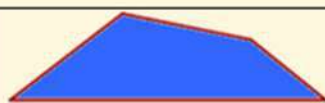
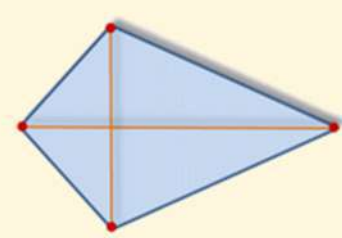
Cuadriláteros que tienen los lados paralelos dos a dos. Diferenciándose entre:

<p>Cuadrado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los 4 lados son iguales y paralelos dos a dos. • Los 4 ángulos son iguales y rectos. • Sus diagonales son iguales, perpendiculares (forman un ángulo de 90°) y se cortan en su punto medio. 		<p>Rectángulo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los lados iguales dos a dos • Los 4 ángulos rectos. • Sus diagonales son iguales, se cortan en su punto medio pero sin formar ángulo recto. 	
<p>Rombo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiene los cuatro lados iguales, paralelos dos a dos. • Los ángulos iguales dos a dos. • Sus diagonales desiguales se contar formando 90°. 		<p>Romboide</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiene los cuatro lados iguales, paralelos dos a dos. • Los ángulos iguales dos a dos. • Sus diagonales iguales no se cortan perpendicularmente. 	

➤ **Trapezios.**

<p>Trapezios. Cuadriláteros que tienen dos lados paralelos, llamados base mayor y base menor. Se clasifican en:</p> 	<p>Trapezio Rectángulo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiene un ángulo recto. 	
	<p>Trapezio Isósceles</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sus lados no paralelos son iguales. Los ángulos internos son iguales dos a dos 	
	<p>Trapezio Escaleno</p> <ul style="list-style-type: none"> • No tiene ningún lado igual ni ángulo recto. 	

➤ **Trapezoides**

<p>Trapezoides</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cuadriláteros que no tiene ningún lado igual ni paralelo. 		
	<p><u>Deltoide o cometa.</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Es un cuadrilátero cuyos lados contiguos son iguales dos a dos. Es un trapezoide con dos pares de lados consecutivos iguales, siendo el primer par de lados diferente al segundo par de lados, también conocido como trapezoide simétrico. • Las diagonales de un <u>deltoide</u> se cortan formando un ángulo recto. 	

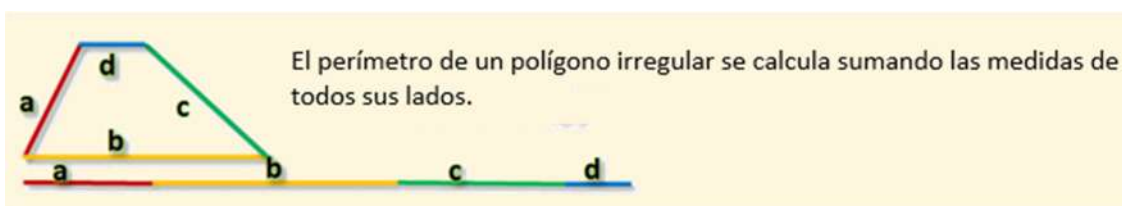
Ejercicio 22

Completa la siguiente tabla:

Figuras	Lados	Vértices	Ángulos	Diagonales
				
				
				
				

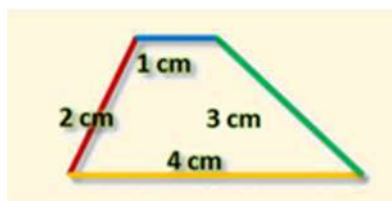
4.4.1) PERÍMETROS Y ÁREAS DE LOS POLÍGONOS

Perímetro de un Polígono.



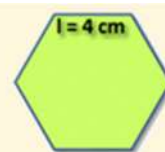
Ejercicio- Supongamos que las medidas de los lados de este polígono son $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$ y $d = 1 \text{ cm}$; entonces, su perímetro será:

$$P = 2 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$



Si el polígono es regular como tiene todos sus lados iguales, su perímetro será tantas veces la medida de uno de sus lados.

En este hexágono de la figura de lado 4 cm, su perímetro será 6 veces el lado, es decir $6 \times 4 = 24$ cm.



Así:

- El perímetro de un triángulo equilátero es tres veces la longitud de su lado: $P=l+l+l=3l$
- El perímetro de un cuadrado es cuatro veces la longitud de su lado: $P=l+l+l+l=4l$
- El del pentágono regular es $P = 5l...$ y así sucesivamente.

Área de un Polígono.

El área de un polígono es la medida del plano, (superficie), encerrado en su interior.

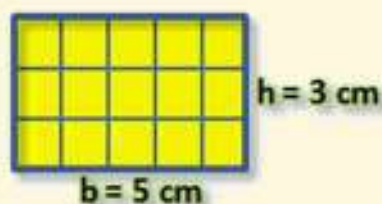
Para medir el área utilizamos unidades cuadradas (como el m^2 , cm^2 , $km^2...$)

Veamos el área de los polígonos más básicos:

• Área del rectángulo:

El área del rectángulo es el producto de la medida de su base por su altura.

$$\text{Área rectángulo} = b \cdot h$$

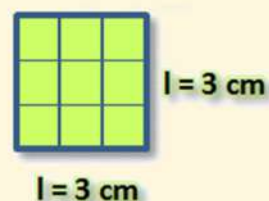


$$\text{Área rectángulo} = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$$

• Área del cuadrado:

El cuadrado, al ser iguales la base y la altura, tiene por área su lado al cuadrado (lado por lado).

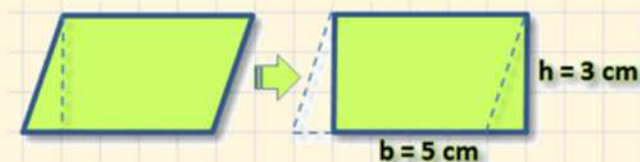
$$\text{Área cuadrado} = L \cdot L = L^2$$



$$\text{Área cuadrado} = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

• Área del romboide:

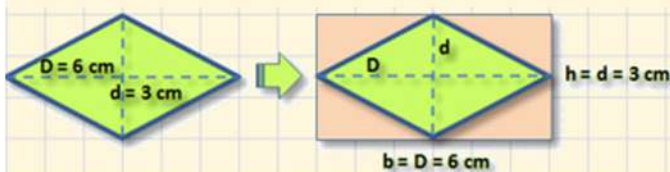
El romboide se puede transformar en un rectángulo, por lo cual su área también es el producto de su base por su altura.



$$\text{Área romboide} = b \cdot h$$

$$\text{Área romboide} = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$$

• Área del rombo:

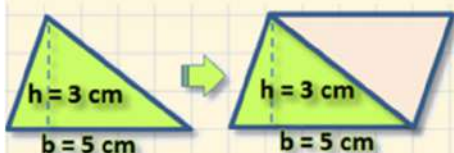


Si insertamos el rombo en un rectángulo su base es igual a la diagonal mayor del rombo, D , y su altura es igual a la diagonal menor, d , observaremos que el área del rombo es la mitad del área de ese rectángulo.

$$\text{Área del rombo} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del rombo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$$

• Área del triángulo:



Si trazamos paralelas a los catetos del triángulo obtenemos un romboide del cual el triángulo es la mitad.

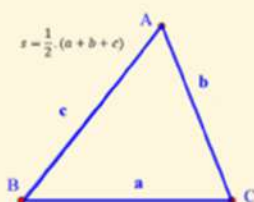
Si el área del romboide es $b \cdot h$, entonces el área del triángulo, que es la mitad, también será la mitad.

$$\text{Área del triángulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del Triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Mediante la fórmula de Herón, conociendo la longitud de los lados de un triángulo a , b y c , se puede calcular el área sin conocer la altura del mismo.

Para aplicar la fórmula, primero se calcula el semiperímetro $S = P/2$ y luego se sustituye en la igualdad.



$$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

$$\text{Área} = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

Ejercicio 23 (interactivo)

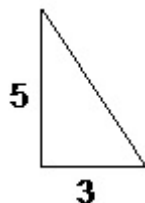


<https://www.geogebra.org/m/114518>

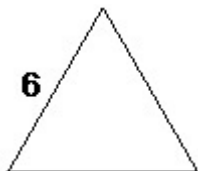
Ejercicio 24

Calcula la superficie y el perímetro de los siguientes triángulos, utilizando, si es preciso, el teorema de Pitágoras.

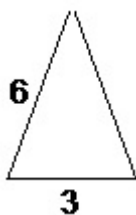
a)



b)

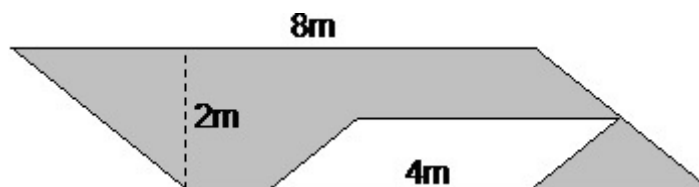


c)



Ejercicio 25

Determina el área de la zona sombreada:



4.4.2) SEMEJANZA DE POLÍGONOS. APLICACIONES

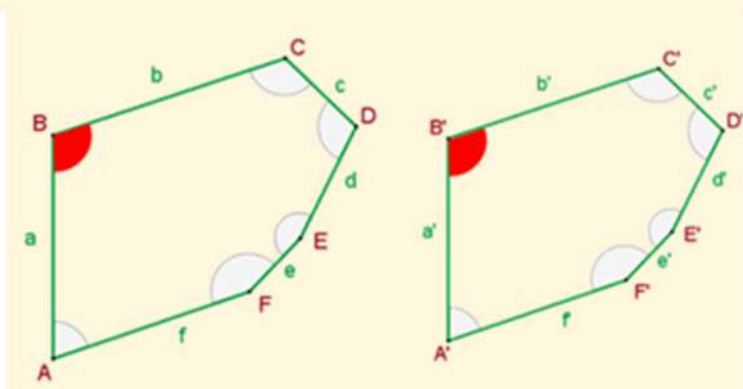
Dos polígonos son semejantes cuando tienen los ángulos homólogos iguales y los lados homólogos proporcionales.

Igualdad de ángulos:

$$\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}', \hat{D} = \hat{D}', \hat{E} = \hat{E}', \hat{F} = \hat{F}'$$

Proporcionalidad de lados:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'} = \frac{f}{f'}$$



- La razón de la proporción entre los lados de los polígonos se llama **razón de semejanza**.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r$$

- La **razón de los perímetros** de los polígonos semejantes es igual a su razón de semejanza.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'} = \frac{p}{p'} = r$$

- La **razón de las áreas** de los polígonos semejantes es igual al cuadrado de su razón de semejanza.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r \qquad \frac{S}{S'} = r^2$$

Construcción de figuras semejantes. Método de la proyección.

Si queremos dibujar una figura semejante a otra con razón de semejanza **K**, tomaremos un punto cualquiera de referencia "**O**", uniremos prolongando cada vértice de la figura con el punto de referencia.

Posteriormente determinaremos el punto homólogo de cada uno de los vértices, llevando sobre cada rayo de proyección **K** veces la distancia a la que se encuentra dicho vértice del punto de referencia.

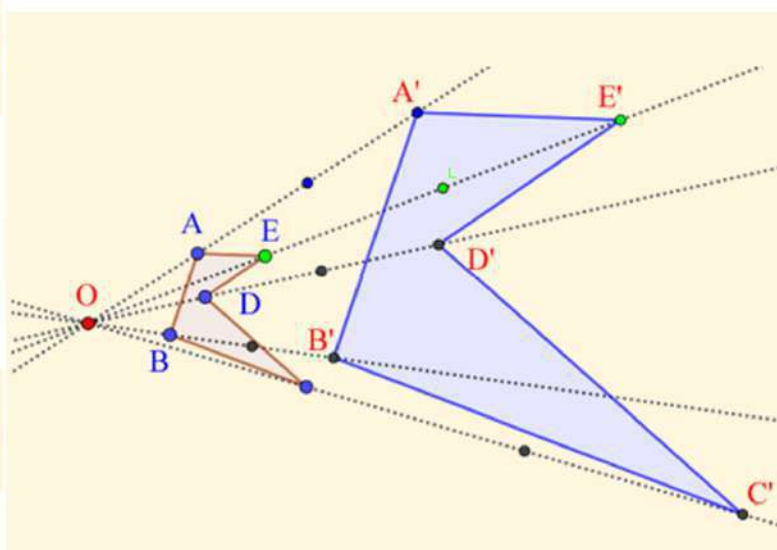
A esta razón de semejanza se le denomina **escala**.

En este ejemplo la razón de semejanza es $k=3$ pues el punto A' dista del punto O tres veces más de lo que dista el punto A .

$$\frac{A'E'}{AE} = \frac{OE'}{OE} = \frac{OA'}{OA} = 3$$

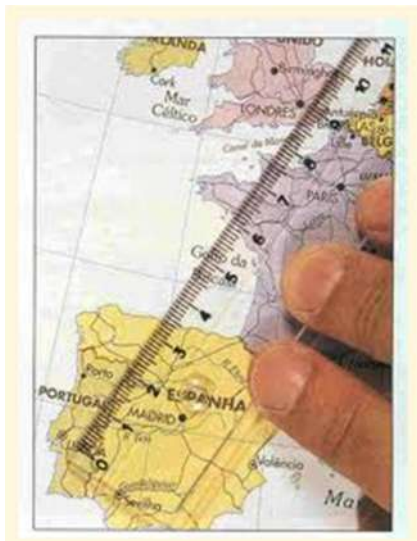
Si se observa la figura, como el triángulo OAE , es semejante al triángulo $OA'E'$ por el primer teorema de Tales:

$$\frac{A'E'}{AE} = \frac{OE'}{OE} = \frac{OA'}{OA} = 3$$



Con lo cual habríamos generado una figura semejante a la inicial por tener los ángulos iguales y los lados proporcionales.

• **APLICACIÓN DE LA SEMEJANZA**



Gracias a la semejanza, manteniendo la forma, lo grande lo podemos representar pequeño y lo pequeño grande. Esa constante de proporcionalidad que nos aumenta o nos disminuye el tamaño del objeto inicial, le denominamos escala, una aplicación de todos conocida es la cartografía y su resultado los mapas, la representación reducida y simplificada de la superficie terrestre o de una parte de ésta.

Gracias a la semejanza la representación guarda las mismas proporciones que la superficie real y permita hacer cálculos y mediciones.

La constante de semejanza o Escala es la relación entre la medida lineal representada en el dibujo y la medida lineal del objeto real.

$$\text{Esto es: } Escala = \frac{\text{dimensión dibujo}}{\text{dimensión real}} \quad \text{Si } E \text{ es } \begin{cases} > 1 \text{ escala de aumento} \\ 1 \text{ decimos que la escala es natural} \\ < 1 \text{ escala de disminución} \end{cases}$$

La escala puede venir expresada en forma de fracción expresión decimal o como porcentaje del aumento o disminución Así por ejemplo la escala $E:=7:10$, podemos expresarla como $E=0,7$ o como $E=70\%$ del natural.

Triángulo universal de escalas.

Con los conocimientos que ya tenemos podremos crear escalímetros, es decir, reglas graduadas a la escala que nos interese.

Veamos cómo podríamos fabricarnos fácilmente varias escalas de reducción.

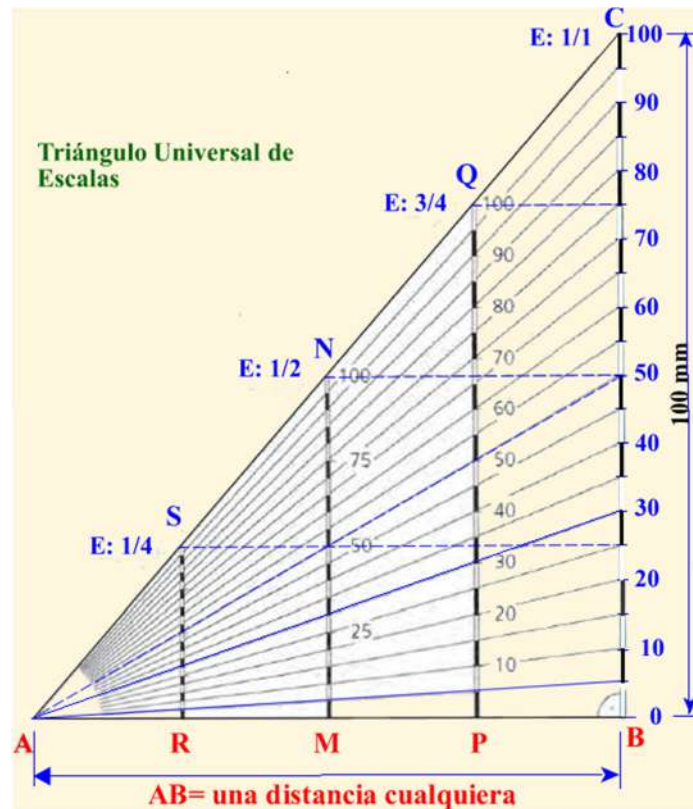
Proceso de construcción:

Se traza el triángulo rectángulo ABC, el cateto AB, lo tomamos de un valor cualquiera y el otro BC por ejemplo de 100 mm.

Sobre éste último realizamos divisiones de 5 mm, las cuales uniremos con el vértice **A** del triángulo al tiempo que las numeramos.

Si ahora calculamos el punto medio del segmento base **AB** y por él trazamos una perpendicular, el segmento **MN** que se define será proporcional al segmento BC, cuyas razones de semejanza $K=E$ será de $1/2$.

Las graduaciones sobre el segmento **MN**, nos permite leer o transportar a escala natural las figuras o dibujos que estén realizados a escala $1/2$.



$$E = K = \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{2 \cdot AM} = \frac{1}{2}$$

Si la perpendicular la trazásemos por el punto P como el segmento AP será la $\frac{3}{4}$ partes de AB, obtendremos por dicha perpendicular la graduación de una escala de $\frac{3}{4}$.

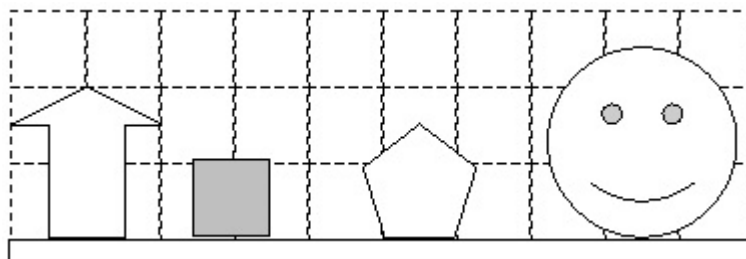
Por el mismo razonamiento si la perpendicular fuese trazada por R la escala sería de $\frac{1}{4}$.

Para la construcción de cualquier otra escala se procede de forma análoga.

Ejercicio 26

El dibujo siguiente está hecho a escala 1:10.000, y el lado de cada cuadrado de la retícula mide 1cm.

¿Cuál es la altura real, en metros, de los objetos representados en la figura?



Flecha _____ Cuadrado _____ Pentágono _____ Cara _____

Ejercicio 27

En un plano a escala 1:50.000, se desea saber que longitud tiene un tramo de camino que mide en el plano 60 cm.

Si hubiésemos consultado un plano que estuviese a escala 1:30.000. ¿Cuántos centímetros sobre dicho plano hubiésemos medido?

5) EL CÍRCULO Y LA CIRCUNFERENCIA

5.1) LA CIRCUNFERENCIA

Una circunferencia es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de un punto interior llamado centro. Pertenece a la familia de las curvas cónicas.

Los elementos geométricos relacionados con la circunferencia son:

- **Centro** punto del interior de la circunferencia equidistante (a igual distancia) de cualquier punto de la circunferencia.
- **Radio** es el segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- **Diámetro** es el segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. El diámetro es el doble del radio. $D = 2 \cdot R$
- **Cuerda** es el segmento que une dos puntos cuales quiera de la circunferencia. La cuerda mayor de una circunferencia es el diámetro.
- **Arco** parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.
- **Semicircunferencia** es cada una de las partes en que un diámetro divide a una circunferencia, es decir, media circunferencia



Longitud de la circunferencia. El número π

Desde la antigüedad se conoce que desde un punto se puede trazar cualquier circunferencia de radio deseado.

Se conocía la **proporcionalidad** existente entre el diámetro y la longitud de su circunferencia, pero encontraron que dicha proporción no podía expresarse ni con un valor exacto ni con un número racional.

Será Arquímedes (siglo III a. de C.) quien demostrará que esas constantes eran la misma tanto para la circunferencia como para el círculo y aproximará su valor utilizando para ello el método de exhaución de Eudoxo, consistente en inscribir y circunscribir en una circunferencia polígonos, llegando hasta utilizar polígonos regulares de 96 lados, consiguiendo una magnífica aproximación (si tenemos en cuenta los medios con los que contaba), $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$; es decir, el número buscado está entre 3'1407 y 3'1428.

Al número irracional (*incommensurable*) que representa dicha proporción se le denomina π . (primera letra de la palabra circunferencia en griego).

Como π es un número que contiene infinitas cifras decimales no periódicas, solemos aproximar al valor 3,14 pero podríamos tomar indefinidos valores decimales 3,14159265358979323846...

Este gif nos explica de una manera sencilla qué es Pi:

<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pi-unrolled-720.gif>

Por tanto podemos decir que: $\frac{L}{d} = \pi \rightarrow L = \pi \cdot d$

La longitud de una circunferencia es pi (π) veces su diámetro.

Al ser el diámetro el doble que el radio también podemos decir que la longitud de una circunferencia es igual al doble de pi (π) por el radio. $L = 2 \cdot \pi \cdot r$

Arco de circunferencia

Para calcular la longitud de una parte de la circunferencia, longitud que se denomina arco de circunferencia (φ), debemos conocer el ángulo central (β) cuyos lados delimitan los extremos del arco. Además debemos conocer el radio de la circunferencia que lo sustenta.

O bien si medimos en radianes $\frac{L}{360^\circ} = \frac{\varphi}{\beta}$ $\frac{L}{2 \cdot \pi} = \frac{\varphi}{\beta}$

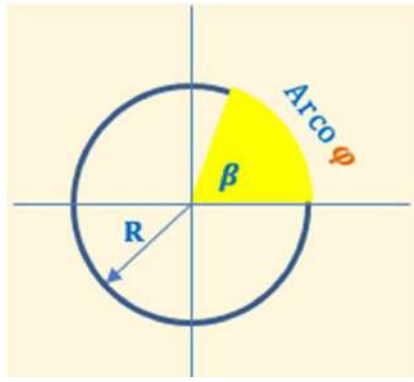
Por tanto la longitud del arco será:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ} = \frac{\varphi}{\beta} \Rightarrow \varphi = \beta \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ}$$

O si el ángulo β viene expresado en radianes el arco valdría:

$$\frac{L}{2 \cdot \pi} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2 \cdot \pi} = \frac{\varphi}{\beta} \Rightarrow \varphi = \beta \cdot r$$

Lo que significa que el arco tiene β veces el radio, es decir, una longitud de β radianes.



De aquí la gran ventaja de trabajar con radianes, pues ángulo y arco abarcado podremos expresarlo con el mismo valor.

Ejercicio 28

El carro de un señor que se llamaba Manolo Escobar tiene unas ruedas cuyo diámetro mide 2 metros.

¿Cuánta distancia habría recorrido Manolo antes de que le robaran el carro si cada rueda ha dado 130 vueltas?

Ejercicio 29

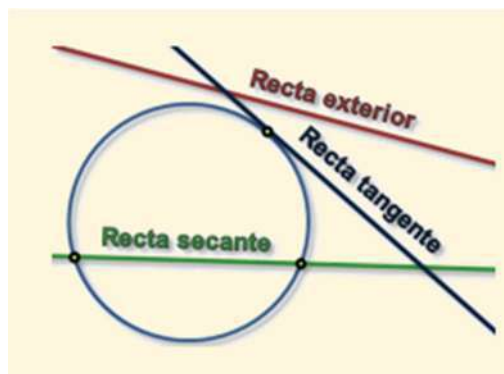
Si $\pi = \frac{L}{d}$ y decimos que pi es un número irracional entonces ¿cómo podemos expresarlo como cociente de dos números? ¿Son enteros dichos números?

5.1.1) POSICIONES RELATIVAS

Posición de una recta con respecto a una circunferencia.

Decimos que una recta puede situarse respecto a una circunferencia como:

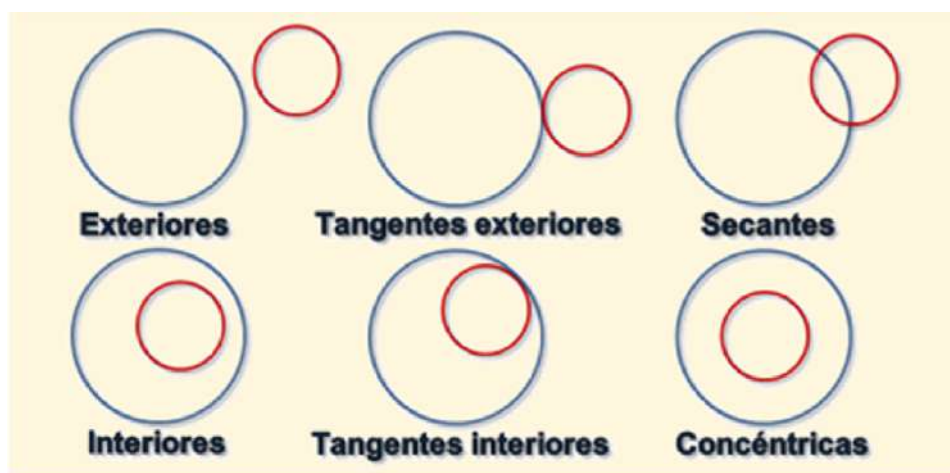
- **Recta exterior:** es aquella que no toca en ningún punto a la circunferencia.
- **Recta tangente:** es aquella que toca en un solo punto a la circunferencia.
- **Recta secante:** es aquella que toca en dos puntos a la circunferencia.



Posiciones relativas de dos circunferencias.

Según los puntos que comparten diferenciamos:

- **Exteriores:** no comparten ningún punto en común.
- **Interiores:** no comparten ningún punto en común pero una está dentro de la otra.
- **Tangentes exteriores:** comparten un punto en común pero ninguna está incluida en la otra.
- **Tangentes interiores:** comparten un punto en común y una está dentro de la otra.
- **Secantes:** cuando comparten dos puntos en común (se cortan en dos puntos).
- **Concéntricas:** es un caso especial de circunferencias interiores que tienen el mismo centro.



Posición de un ángulo respecto a una circunferencia

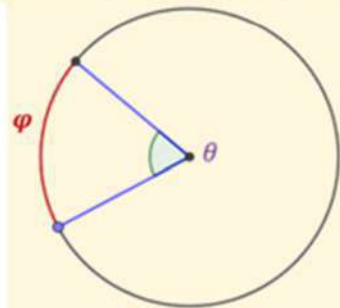
Podemos definir los siguientes tipos de ángulos en relación con una circunferencia:

➤ *Ángulo central*

El **ángulo central** es el que tiene el vértice en el centro de la circunferencia siendo sus lados dos radios de la misma.

Los puntos donde dichos radios cortan a la circunferencia definen sobre ella una porción de longitud que denominamos arco.

En la figura vemos que el ángulo central θ abarca o subtiende el **arco φ** .

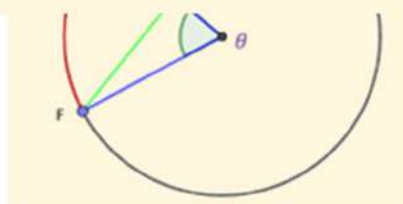


➤ *Ángulo inscrito en la circunferencia*

El ángulo inscrito en una circunferencia es aquel que tiene su vértice sobre la circunferencia y cuyos lados son dos cuerdas de la misma (si las cuerdas se prolongan, diremos que son dos **rectas secantes**).

En la figura podemos observar que el ángulo inscrito α abarcan el **arco FG**.

Un **ángulo inscrito (α) vale la mitad del ángulo central (θ) que comparte el mismo arco φ .**



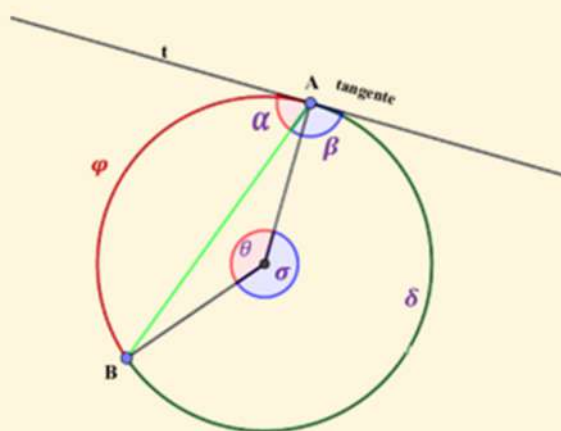
➤ **Ángulo semiinscrita en la circunferencia**

El ángulo **semiinscrita** es aquel que teniendo su vértice en la circunferencia (**A**), los lados que lo definen son una cuerda (**AB**) y la tangente a la circunferencia por el vértice (**t**).

La tangente, que es perpendicular al radio, es lado de dos ángulos semiinscritos (**α**) y (**β**) cada uno subtende un arco diferente. El ángulo **α** abarca el arco **φ**, mientras que el semiinscrita **β** abarca el arco **δ**

El valor de un ángulo semiinscrita es igual a la mitad del ángulo central que comparte su mismo arco. Así:

$$\alpha = \frac{\theta}{2} \text{ mientras que } \beta = \frac{\sigma}{2}$$

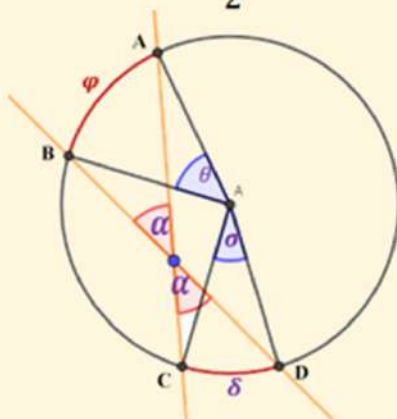


➤ **Ángulo interior en la circunferencia**

El ángulo **interior a una circunferencia** (**α**) tiene su vértice en un punto interior de esta. Los lados que lo definen son dos rectas secantes que intersectarán a la circunferencia formando dos arcos, **φ** y **δ**.

Su valor es la semisuma de los ángulos centrales **θ** y **σ** que abarcan los arcos definidos por los lados del ángulo interno.

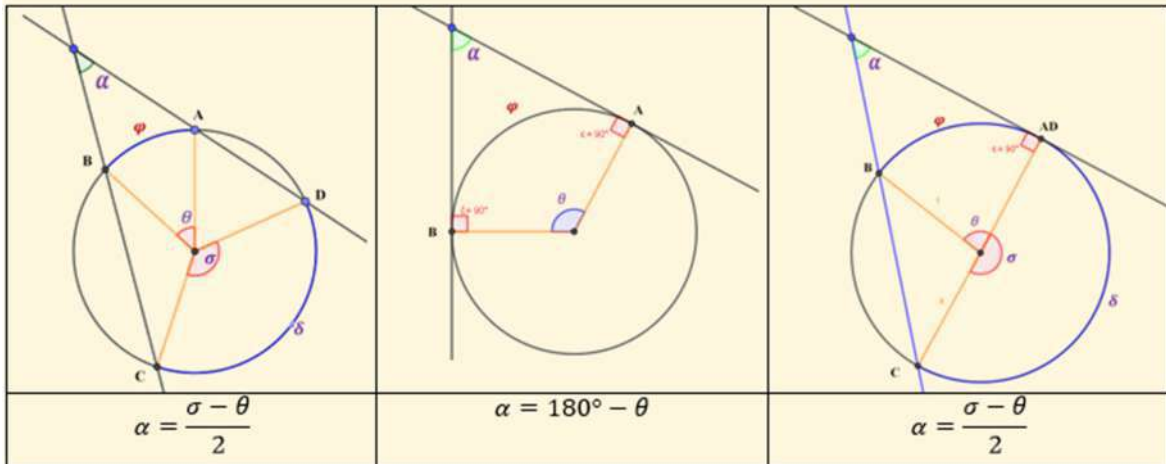
$$\alpha = \frac{\theta + \sigma}{2}$$



➤ **Ángulos exteriores a la circunferencia.**

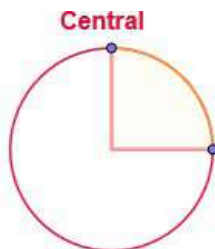
El **ángulo exterior (α)** a una circunferencia, tiene su vértice (**A**) en un punto exterior a la circunferencia. Sus lados son dos **rectas** que pueden ser **tangentes o secantes** a la circunferencia.

El valor del ángulo exterior (α) será:

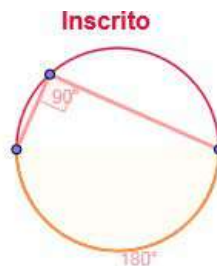


θ y σ son ángulos centrales que comparten los arcos φ y δ definidos por los lados del ángulo externo.

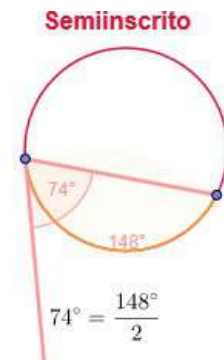
Vista Gráfica



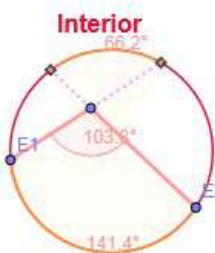
Ángulo: 90°



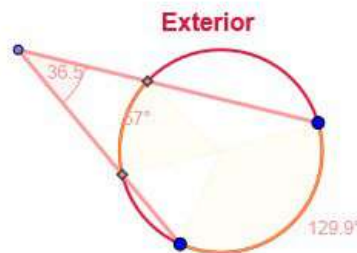
$$90^\circ = \frac{180^\circ}{2}$$



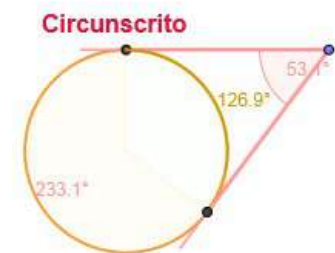
$$74^\circ = \frac{148^\circ}{2}$$



$$103.8^\circ = \frac{141.4^\circ + 66.2^\circ}{2} = \frac{207.5^\circ}{2}$$



$$36.5^\circ = \frac{129.9^\circ - 57^\circ}{2} = \frac{73^\circ}{2}$$



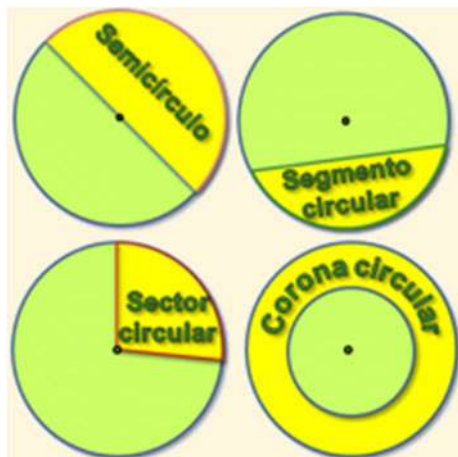
$$53.1^\circ = \frac{233.1^\circ - 126.9^\circ}{2} = \frac{106.3^\circ}{2}$$

5.2) EL CÍRCULO

El círculo es la superficie del plano limitada por la circunferencia. Por tanto está formado por todos los puntos de la circunferencia y todos los puntos del plano delimitados por ella.

Al hablar del círculo debemos distinguir entre:

- **Semicírculo:** una de las dos partes iguales que delimita un diámetro.
- **Sector circular:** es la parte del círculo comprendida entre dos radios y su arco.
- **Segmento circular:** es la parte del círculo limitada por un arco y su cuerda.
- **Corona circular:** es el espacio comprendido entre dos circunferencias con el mismo centro y distinto radio (concéntricas)



5.2.1) ÁREAS EN EL CÍRCULO

Área del círculo.

Desde la antigüedad se conocía la proporción existente entre el área del círculo y el cuadrado de su diámetro. Pero sería Arquímedes el que demostraría que el número que representa dicha proporción era el incommensurable (*irracional*) π .

En su obra Sobre la Medida del círculo, en el teorema I decía Arquímedes:

«El área de un círculo es igual a la de un triángulo rectángulo cuyos catetos son el radio y la longitud de la circunferencia del propio círculo».

Longitud de la circunferencia = $2 \cdot \pi \cdot r$

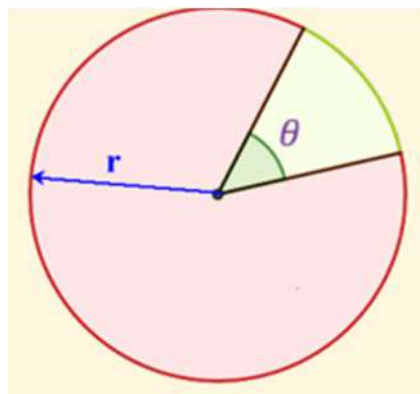
$$\text{Área del Círculo} = \text{Área del Triángulo} = \frac{\text{Base} \cdot \text{Altura}}{2} = \frac{(2 \cdot \pi \cdot r) \cdot r}{2} = \pi \cdot r^2$$

Área del círculo = $\pi \cdot r^2$

Área del sector circular.

Un sector circular es la parte de círculo delimitada por los lados de un ángulo central (θ) y el arco de circunferencia que definen los lados el ángulo.

Como conocemos el área del círculo y el valor del ángulo central completo 360° o 2π , al igual que hicimos al definir el arco de circunferencia, podremos establecer las siguientes proporciones para determinar el área del sector circular definida por el ángulo (θ):



Establecemos la siguiente proporción:

$$\frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} = \frac{\text{Área}_{\text{sector}}}{\theta^\circ}$$

O bien si medimos en radianes

$$\frac{\pi \cdot r^2}{2 \cdot \pi} = \frac{\text{Área}_{\text{sector}}}{\theta_{\text{rad}}}$$

Por tanto el área del sector circular será:

$$\text{Área}_{\text{sector}} = \theta^\circ \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ}$$

Si el ángulo θ viene expresado en radianes el área del sector será:

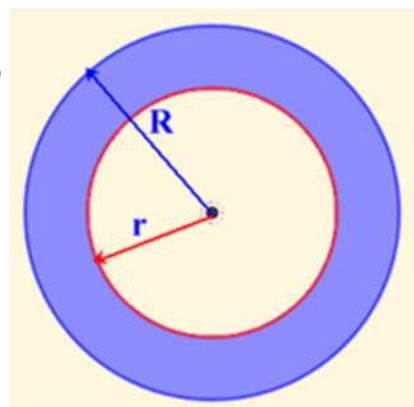
$$\text{Área}_{\text{sector}} = \theta_{\text{rad}} \cdot \frac{r^2}{2}$$

Área de la corona circular.

La corona circular es una parte de círculo comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

Su área será la diferencia de áreas de dichas circunferencias.

$$\text{Área}_{\text{corona}} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$



[Practica con estos ejercicios:](http://www.accede-tic.es/circuloycircunferencia/menu.html)

<http://www.accede-tic.es/circuloycircunferencia/menu.html>

6) AUTOEVALUACIÓN

Ejercicio 30

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

	a) No existía las matemáticas hasta la época de la Grecia clásica.
	b) Euclides fue el primer matemático de la historia.
X	c) Euclides, bibliotecario de la biblioteca de Alejandría recopila y aporta los conocimientos matemáticos conocidos en su momento.

Ejercicio 31

La fórmula del área del círculo fue deducida por:

	a) Pitágoras.
	b) Eudoxo de Cinido.
X	c) Arquímedes de Siracusa.

Ejercicio 32

La condición de perpendicularidad de dos rectas es:

	a) Que formen dos ángulos consecutivos iguales
	b) Que forme dos ángulos adyacentes iguales
X	c) Las dos respuestas anteriores son correctas

Ejercicio 33

Si dos ángulos suman 90° podremos decir de ellos que:

	a) Son suplementarios
	b) Son complementarios y obtusángulos
X	c) Son agudos y complementarios

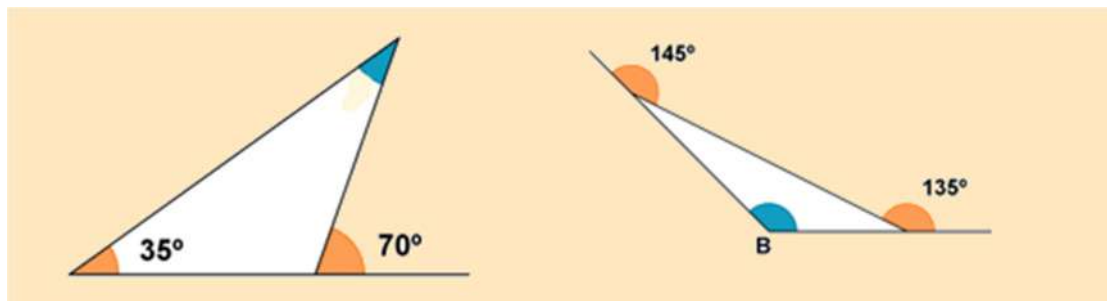
Ejercicio 34

Si el ángulo $\beta = \pi/3$ y otro ángulo $\mu = \pi/2$, ¿cuál será el ángulo suma expresado en grados?

X	a) El ángulo $\beta + \mu = 135^\circ$
	b) $\beta + \mu = 149^\circ 59' 60''$
	c) Aproximadamente 151°

Ejercicio 35

En la figura siguiente se representan dos triángulos, ¿Cuál sería el nombre correcto que les podríamos dar?:



	a) Acutángulo o Isósceles y Equilátero o escaleno
	b) Equilátero o Acutángulo y Escaleno y Obtusángulo
X	c) Obtusángulo o Isósceles y Escaleno u Obtusángulo

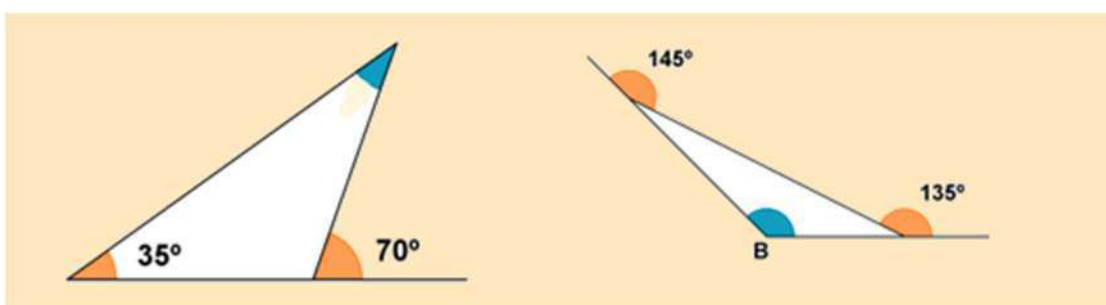
Ejercicio 36

La recta de Euler sustenta a:

	a) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro e lcentro
X	b) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro
	c) Las dos respuestas anteriores son erróneas

Ejercicio 37

¿Cuál es el valor de los ángulos A y B de los triángulos de la figura?



	a) A=45°, B=125°
	b) A=35°, B=155°
X	c) A=35°, B=100°

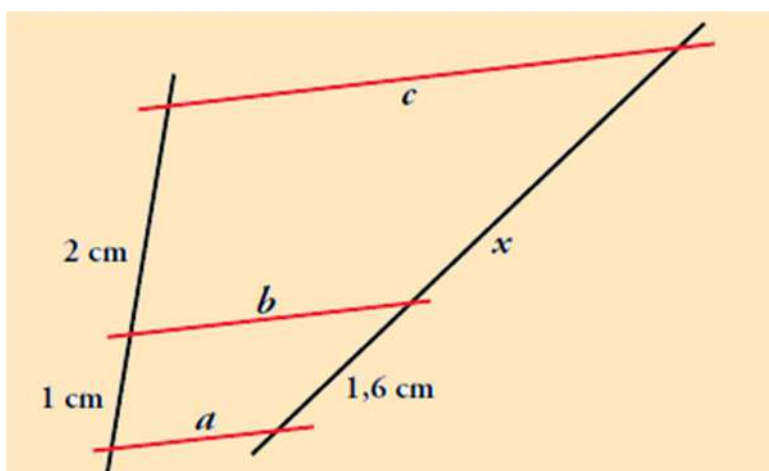
Ejercicio 38

Si dos triángulos tienen los tres ángulos internos iguales podemos afirmar:

	a) Con toda seguridad que son iguales
	b) Con toda seguridad que son semejantes
X	c) No podemos afirmar nada hasta conocer cómo son sus lados

Ejercicio 39

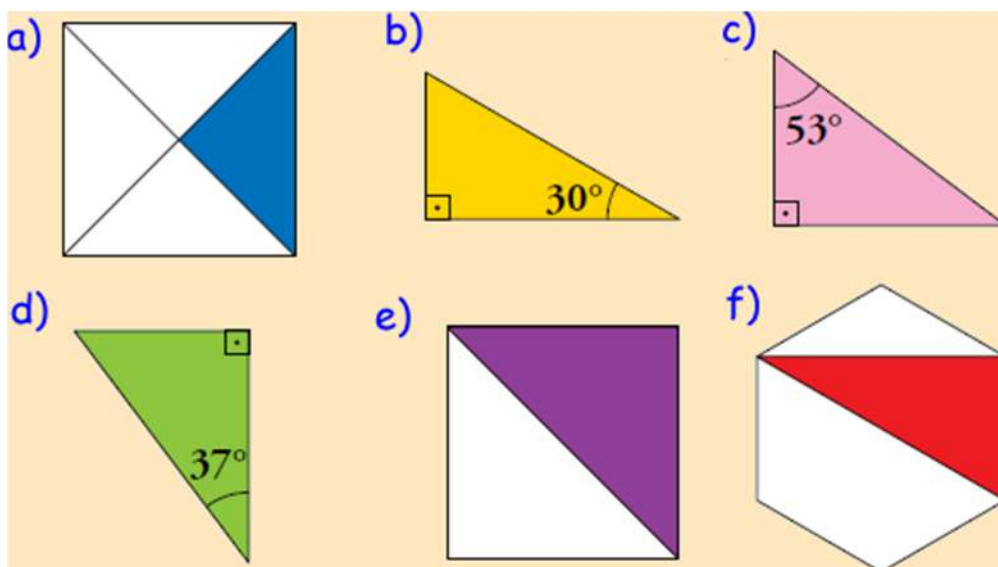
Observando el dibujo siguiente, ¿cuál es el valor del segmento X?



	a) $x = 3$ cm
	b) $x = 3,4$ cm
X	c) $x = 3,2$ cm

Ejercicio 40

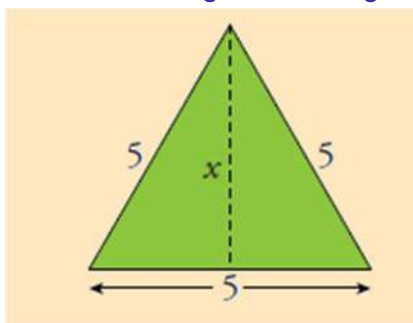
Entre los siguientes triángulos rectángulos hay algunos semejantes entre sí. Averigua cuáles son calculando previamente los ángulos que faltan.



	a) Son semejantes: b-f; a-d y e-c
	b) Son semejantes; b-f; e-d y a-c
X	c) Son semejantes; b-f; a-e y c-d

Ejercicio 41

Calcula la altura del siguiente triángulo.



	a) $X=3,4$
X	b) $x=4,33$
	c) $x=4,5$

Ejercicio 42

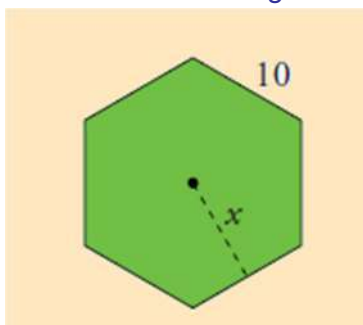
¿Cómo denominarías a las siguientes figuras?



	a) Rombo y romboide
	b) Rectángulo y rombo
X	c) Romboide y rombo

Ejercicio 43

Determina el área del hexágono de la figura.



X	a) Área= $259,8 u^2$
	b) Área= $250,8 u^2$
	c) Área= $260 u^2$

Ejercicio 44

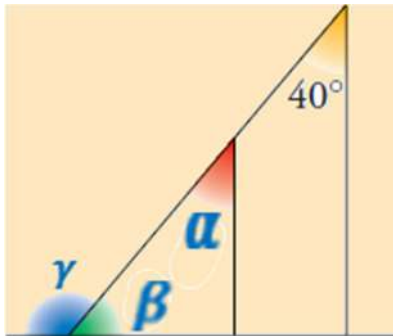
Determina el área del trapecio isósceles de la figura.



X	a) Área=66,75 u ²
	b) Área=60,75 u ²
	c) Área=56,75 u ²

Ejercicio 45

Determina el valor de los ángulos de la figura.



	a) $\alpha=40^\circ$, $\beta=50^\circ$; $\gamma=90^\circ$
X	b) $\alpha=40^\circ$, $\beta=50^\circ$; $\gamma=130^\circ$
	c) $\alpha=50^\circ$, $\beta=40^\circ$; $\gamma=90^\circ$

Ejercicio 46

Cuál es el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda que dista del centro 1,5 cm mide 7,2 cm.

	a) El radio de la circunferencia será de 8 cm
	b) El radio de la circunferencia será de 8,9 cm
X	c) El radio de la circunferencia será de 3,9 cm

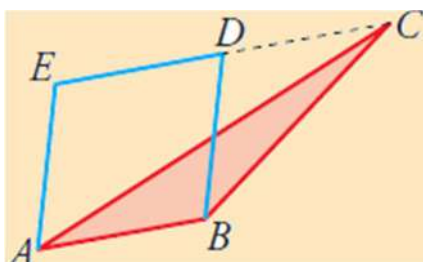
Ejercicio 47

La longitud de un arco de circunferencia de 60° de amplitud en una círculo de 12 cm de radio será:

	a) No podemos calcularlo porque solo tenemos el radio del círculo
X	b) El arco valdrá 4π
	c) El arco valdrá 9,42 cm

Ejercicio 48

Si el área del triángulo ABC es $9,10 \text{ cm}^2$, ¿cuál es el área del paralelogramo ABDE?



	a) Nos faltan los datos de la base y de la altura
X	b) El doble que la del triángulo
	c) Cuatro veces la del triángulo

Ejercicio 49

En cuantas veces la longitud de la circunferencia excede a su diámetro.

	a) No se puede saber pues el diámetro es un segmento recto y la circunferencia es una línea curva
	b) Excede en dos veces a su diámetro
X	c) Excede en π veces a su diámetro

ENLACES DE INTERÉS

<https://sites.google.com/site/todoesgeometria/construcciones-con-regla-y-compas/hallar-la-bisectriz-de-un-angulo-dado>

Si deseas saber la historia de la geometría y más concretamente la del Teorema de Pitágoras puedes acceder a la siguiente página: <http://poligonos1.blogspot.com>

<http://newton.matem.unam.mx/geometria>

<http://contenidos.educarex.es/mci/2004/18/alumno.htm>

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?Y/N/G/W/HHPQ1412568300>

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?C/V/D/J/35641286306728>

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?I/E/S/R/03961270914006>

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?J/T/A/I/17711511965810>

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?6/X/L/B/QVJ51400526643>

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Selecciona las respuestas correctas.

	Todas las rectas secantes son perpendiculares.
X	Todas las rectas perpendiculares son secantes
	Las rectas paralelas sólo tienen un punto en común
X	Un ángulo define una porción infinita de plano
	El matemático griego que recopila el conocimiento antiguo de su época fue Pitágoras
X	A la geometría clásica también le llamamos Euclídea
	Antes de la cultura helenística (600 a.C) no existía la matemática

Ejercicio 2

¿Cuál es el nombre de las siguientes letras griegas?

π	Pi
α	Alfa
γ	Gamma
β	Beta
λ	Lambda
μ	Mu
ω	Omega

Ejercicio 3

Realiza las siguientes operaciones con ángulos.

$$35^{\circ} 33' 54'' + 7^{\circ} 42' 25'' = \underline{43}^{\circ} \underline{16}' \underline{19}''$$

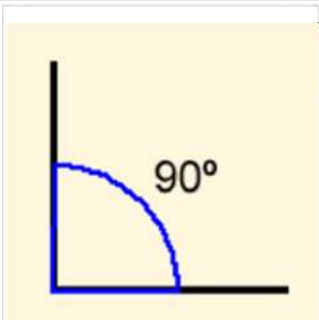
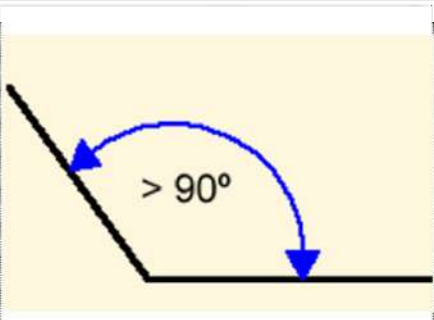
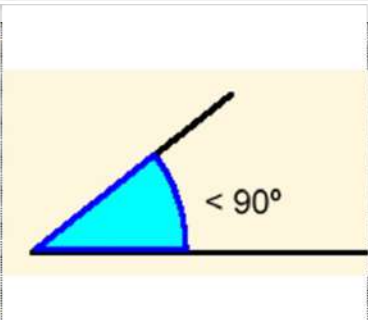
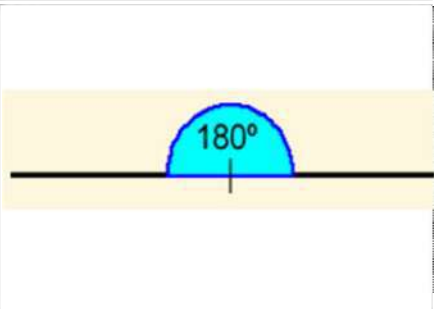
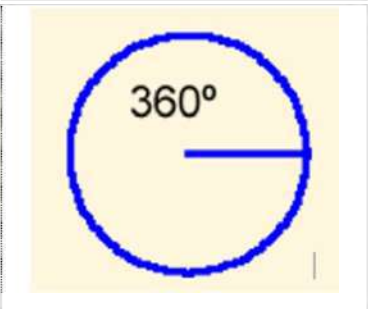
Ejercicio 4

Determina el valor en radianes de los siguientes ángulos:

- a) $\mu = 60^\circ$ $\frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\mu_{rad}}{60^\circ} \implies \mu_{rad} = 60^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{3}$
 b) $\beta = 150^\circ$ $\frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\beta_{rad}}{150^\circ} \implies \beta_{rad} = 150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{6}$
 c) $\theta = 270^\circ$ $\frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\theta_{rad}}{270^\circ} \implies \theta_{rad} = 270^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{3\pi}{2}$

Ejercicio 5

¿Cómo se denominan estos ángulos?

		
<u>Recto</u>	<u>Obtuso</u>	<u>Agudo</u>
		
	<u>Llano</u>	<u>Completo</u>

Ejercicio 6

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:

Dos ángulos adyacentes son aquellos que:

	V / F
Suman 90°	F
Suman 45° , tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son una prolongación del otro	F
Siendo suplementarios, tienen el vértice común, un lado común y los otros lados son una prolongación del otro	V

Ejercicio 7

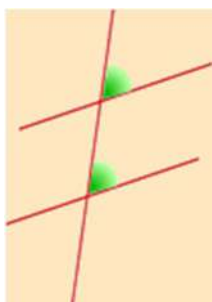
¿Qué podríamos decir que todos los ángulos adyacentes son consecutivos o que todos los ángulos consecutivos son adyacentes?

La categoría general es el de ángulo consecutivo y dentro de esta categoría hay unos ángulos particulares que se les denomina adyacentes.

Por tanto todos los ángulos adyacentes son consecutivos, pero no todos los ángulos consecutivos son adyacentes.

Ejercicio 8

Indica si son Verdaderas o Falsas las siguientes afirmaciones:



De los ángulos de la figura podemos decir que

	V / F
Son iguales por ser ángulos internos	F
Son iguales por ser externos internos	F
Ninguna de las anteriores es correcta	V

Son iguales por ser ángulos correspondientes y por lo tanto tienen sus lados paralelos.

Ejercicio 9

¿Cuál será el valor mínimo que puede tener un ángulo Cóncavo?

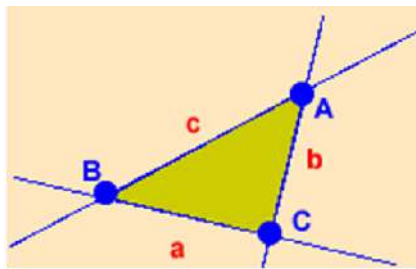
El valor mínimo que puede tener un ángulo cóncavo es de 180° , luego todos los ángulos cóncavos son mayores o iguales a 180° .

Ejercicio 10

¿Cuál es el número de segmentos rectilíneos mínimos que se necesita para formar un polígono cerrado?

Si los segmentos rectilíneos sólo pueden unirse por sus extremos, para cerrar un polígono, ¿podrán ser estos segmentos de la longitud que se desee o tendrá que cumplir alguna condición?

a) Necesitaríamos tres segmentos que se corten dando puntos de intersección no alineados.






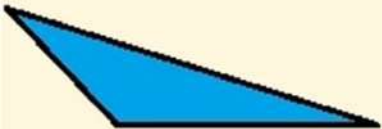
b) No pueden ser de cualquier longitud, deben cumplir la desigualdad triangular o desigualdad de **Minkowski**.

En todo [triángulo](#) la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera es siempre mayor que la longitud del lado restante.

$$a+b>c; a+c>b; b+c>a$$

Ejercicio 11

Clasifica los siguientes triángulos atendiendo a sus lados y a sus ángulos.

TRIÁNGULO	SEGÚN SUS LADOS	SEGÚN SUS ÁNGULOS
	<u>Isósceles</u>	<u>Acutángulo</u>
	<u>Escaleno</u>	<u>Rectángulo</u>
	<u>Equilátero</u>	<u>Acutángulo</u>
	<u>Escaleno</u>	<u>Obtusángulo</u>
	<u>Isósceles</u>	<u>Rectángulo</u>

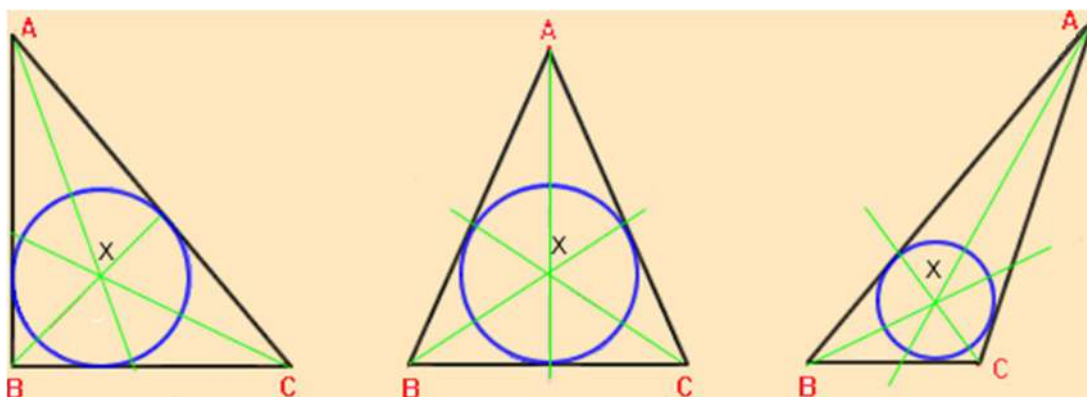
Ejercicio 12

¿Cuántos ángulos obtusos puede tener un triángulo?

<input checked="" type="checkbox"/>	a) Como mucho uno
<input type="checkbox"/>	b) No puede tener ninguno
<input type="checkbox"/>	c) Como mucho dos

Ejercicio 13

Analizando los triángulos siguientes podríamos decir que el punto x es:



	a) El Ortocentro del triángulo por ser sus lados tangentes a la circunferencia inscrita.
X	b) El Icentro del triángulo, por encontrarse siempre en el interior del triángulo.
	c) El circuncentro del triángulo por ser el centro de la circunferencias inscrita.

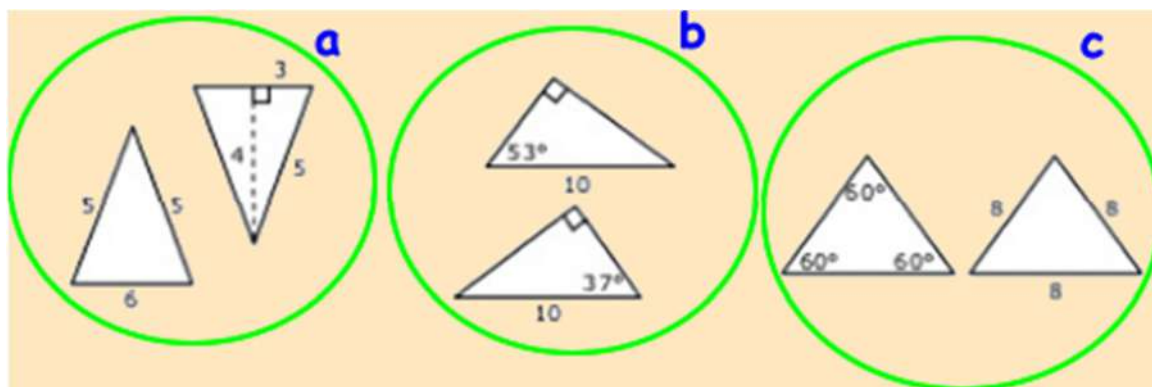
Ejercicio 14

¿Por qué el centro de un triángulo siempre es un punto interior al mismo y nunca exterior?

Porque es el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos internos del triángulo y centro de la circunferencia inscrita. Si estuviese fuera del triángulo no podría ser el centro de dicha circunferencia inscrita al no equidistar de los lados.

Ejercicio 15

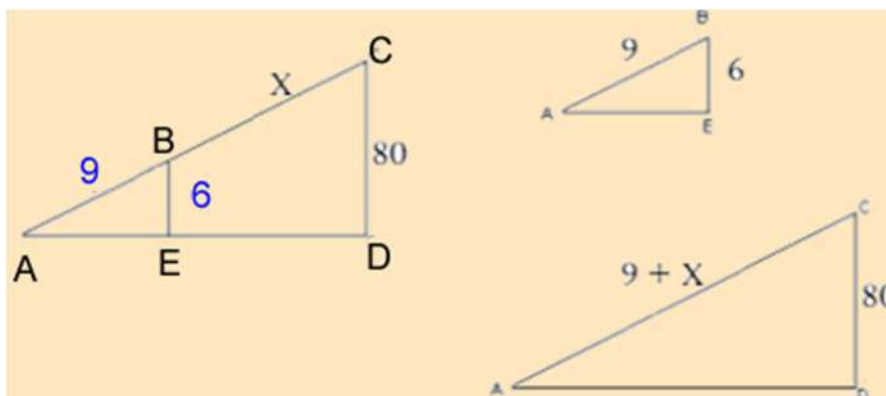
De los triángulos de la figura siguiente podemos decir que:



	a) La pareja de triángulos del grupo "a" son los únicos congruentes del dibujo.
	b) Solo son congruentes los triángulos del grupo a y b.
X	c) Todos los triángulos son congruentes.

Ejercicio 16

Conociendo la información aportada en la figura, determina la longitud del segmento BC.



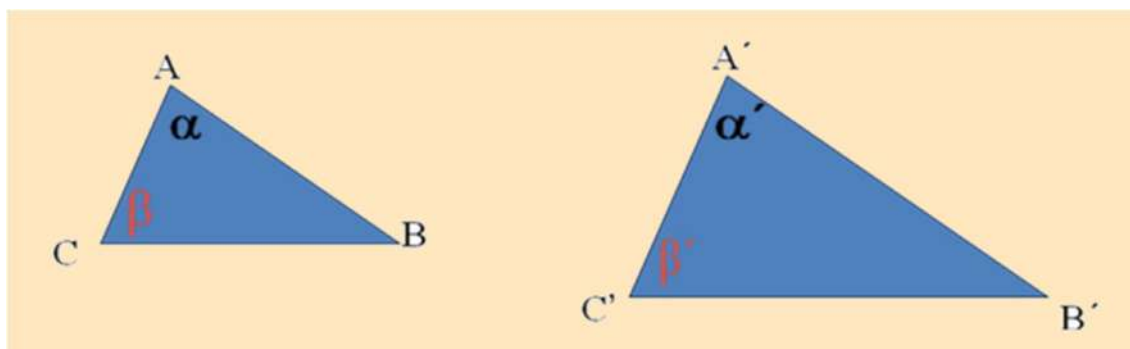
$$\frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC} \text{ Por tanto } \frac{6}{80} = \frac{9}{9+x}$$

$$\text{Luego } 6 \cdot (9 + x) = 9 \cdot (80) \Rightarrow 54 + 6 \cdot x = 720 \Rightarrow 6 \cdot x = 720 - 54 = 666$$

$$\text{De donde deducimos que } x = \frac{666}{6} = 111$$

Ejercicio 17

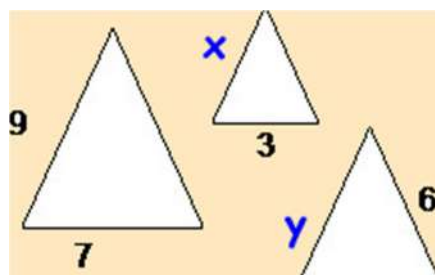
¿Por qué son semejantes estos triángulos?



Pues al tener dos ángulos conocidos iguales, el tercero desconocido debe ser también igual, por tanto estamos ante dos triángulos que tienen los tres ángulos iguales, luego solo hay dos posibilidades que los lados sean iguales o que sean proporcionales, como iguales no son pues no tienen el mismo tamaño, son por tanto proporcionales y los triángulos por consiguiente semejantes.

Ejercicio 18

Calcula el valor de los lados de estos triángulos isósceles.



Solución: 3,8 y 4,6

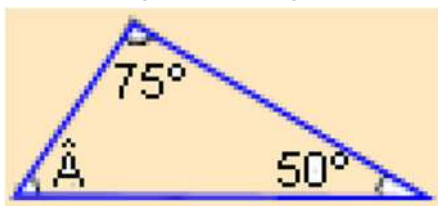
Ejercicio 19

La siguiente terna de números (20,101,99), ¿es una terna pitagórica?

X	a) Si por que el área del cuadrado de lado 20 sumada al área del cuadrado de lado 99, es igual al área del cuadrado de lado 101
	b) No es una terna pitagórica, porque no cumple el teorema de Pitágoras
	c) No porque no se verifica la desigualdad triangular

Ejercicio 20

En el triángulo de la figura, calcula cuánto mide el ángulo A.



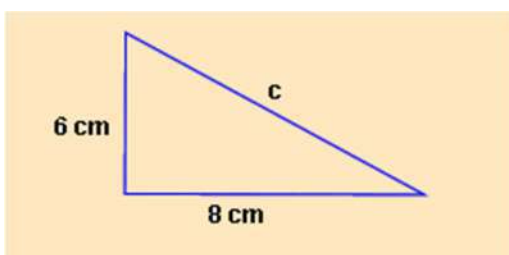
$$75^\circ + 50^\circ = 125^\circ$$

$$180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

El ángulo A mide 55°

Ejercicio 21

En un triángulo rectángulo, los dos catetos miden 8 y 6 cm, respectivamente. Dibuja el triángulo y calcula el valor de la hipotenusa.



$$6^2 + 8^2 = H^2$$

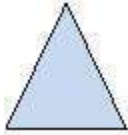


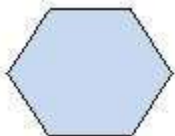
$$36 + 64 = H^2$$

$$100 = h^2$$

$$h = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

Ejercicio 22

Completa la siguiente tabla:

Figuras	Lados	Vértices	Ángulos	Diagonales
	3	3	3	0
	4	4	4	2
	5	5	5	5
	6	6	6	9

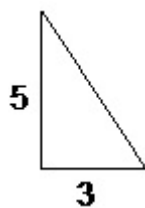
Ejercicio 23 (interactivo)

<https://www.geogebra.org/m/114518>

Ejercicio 24

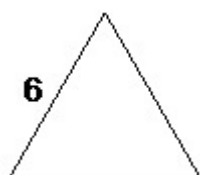
Calcula la superficie y el perímetro de los siguientes triángulos, utilizando, si es preciso, el teorema de Pitágoras.

a)

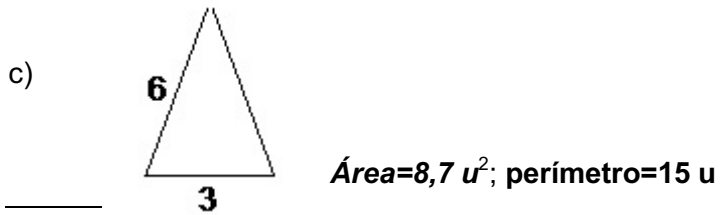


Área=7,5 u²; perímetro=13,83 u

b)

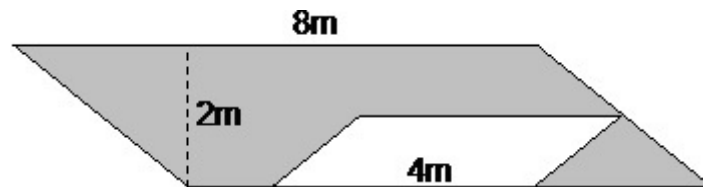


Área=15,6 u²; perímetro=18 u



Ejercicio 25

Determina el área de la zona sombreada:

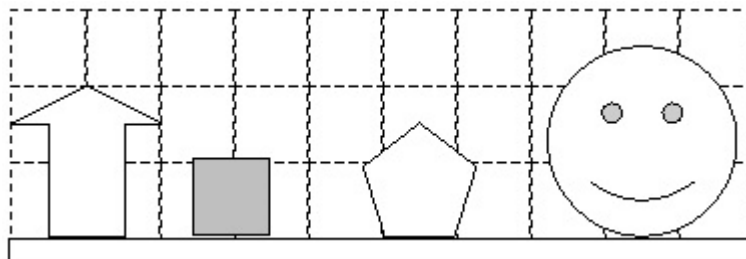


El área de la zona sombreada es de 12 m²

Ejercicio 26

El dibujo siguiente está hecho a escala 1:10.000, y el lado de cada cuadrado de la retícula mide 1cm.

¿Cuál es la altura real, en metros, de los objetos representados en la figura?



Flecha _200m_ Cuadrado _100m_ Pentágono _150m_ Cara __250m__

Ejercicio 27

En un plano a escala 1:50.000, se desea saber que longitud tiene un tramo de camino que mide en el plano 60 cm.

Si hubiésemos consultado un plano que estuviese a escala 1:30.000. ¿Cuántos centímetros sobre dicho plano hubiésemos medido?

a)

$$E = \frac{1}{50.000} = \frac{60 \text{ cm}}{x_R}$$

$$x_R = 50.000 \cdot (60 \text{ cm}) = 3000000 \text{ cm} = 3000000 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 30000 \text{ m}$$

$$= 30000 \text{ m} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 30 \text{ km}$$

b)

$$E = \frac{1}{30.000} = \frac{y_p}{3000000 \text{ cm}}$$

$$y_p = \frac{1}{30.000} \cdot 3000000 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

Ejercicio 28

El carro de un señor que se llamaba Manolo Escobar tiene unas ruedas cuyo diámetro mide 2 metros.

¿Cuánta distancia habría recorrido Manolo antes de que le robaran el carro si cada rueda ha dado 130 vueltas?

Por cada vuelta que de la rueda la longitud lineal recorrida será la longitud de la circunferencia que define la rueda, como da 130 vueltas será 130 veces dicho perímetro circular, por tanto:

$L/d = \pi$, luego $L=d \cdot \pi = 2 \cdot 3,1416 = 6,28 \text{ m}$ por vuelta.

Luego la longitud lineal recorrida por el carro será: $6,28 \cdot 130 =$ recorrida será de **816'81 metros**

Ejercicio 29

si $\pi = \frac{L}{d}$ y decimos que pi es un número irracional entonces ¿cómo podemos expresarlo como cociente de dos números? ¿Son enteros dichos números?

La irracionalidad de π significa que no existe una longitud común que pueda dividir tanto a L como a d.

Por otra parte como π es irracional significa que o L o d, deben ser irracionales, pero como d podemos cogerlo de un valor exacto, significa que la irracionalidad en la proporción l/d la aporta el número que determina la longitud de la circunferencia, puede dicha longitud solo podemos medirla de manera aproximada.

Ejercicio 30

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

	a) No existía las matemáticas hasta la época de la Grecia clásica.
	b) Euclides fue el primer matemático de la historia.
X	c) Euclides, bibliotecario de la biblioteca de Alejandría recopila y aporta los conocimientos matemáticos conocidos en su momento.

Ejercicio 31

La fórmula del área del círculo fue deducida por:

	a) Pitágoras.
	b) Eudoxo de Cinido.
X	c) Arquímedes de Siracusa.

Ejercicio 32

La condición de perpendicularidad de dos rectas es:

	a) Que formen dos ángulos consecutivos iguales
	b) Que forme dos ángulos adyacentes iguales
X	c) Las dos respuestas anteriores son correctas

Ejercicio 33

Si dos ángulos suman 90° podremos decir de ellos que:

	a) Son suplementarios
	b) Son complementarios y obtusángulos
X	c) Son agudos y complementarios

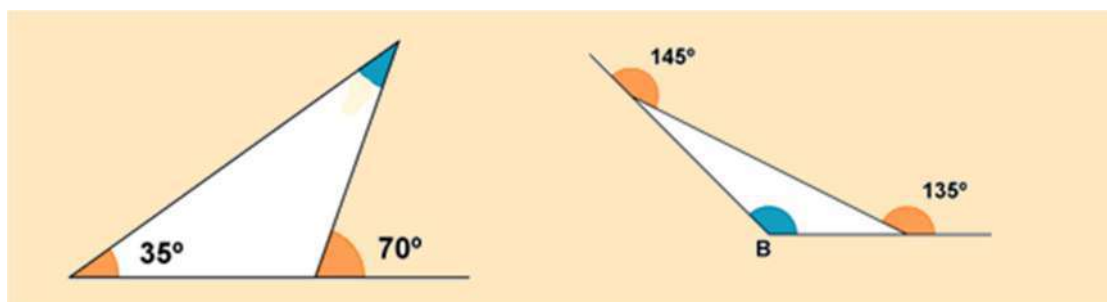
Ejercicio 34

Si el ángulo $\beta = \pi/3$ y otro ángulo $\mu = \pi/2$, ¿cuál será el ángulo suma expresado en grados?

X	a) El ángulo $\beta + \mu = 135^\circ$
	b) $\beta + \mu = 149^\circ 59' 60''$
	c) Aproximadamente 151°

Ejercicio 35

En la figura siguiente se representan dos triángulos, ¿Cuál sería el nombre correcto que les podríamos dar?:



	a) Acutángulo o Isósceles y Equilátero o escaleno
	b) Equilátero o Acutángulo y Escaleno y Obtusángulo
X	c) Obtusángulo o Isósceles y Escaleno u Obtusángulo

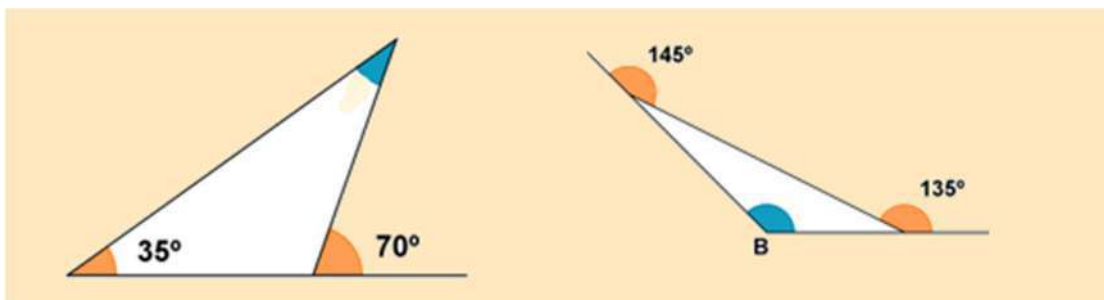
Ejercicio 36

La recta de Euler sustenta a:

	a) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro e lcentro
X	b) Ortocentro, Baricentro, Circuncentro
	c) Las dos respuestas anteriores son erróneas

Ejercicio 37

¿Cuál es el valor de los ángulos A y B de los triángulos de la figura?



	a) $A=45^\circ, B=125^\circ$
	b) $A=35^\circ, B=155^\circ$
X	c) $A=35^\circ, B=100^\circ$

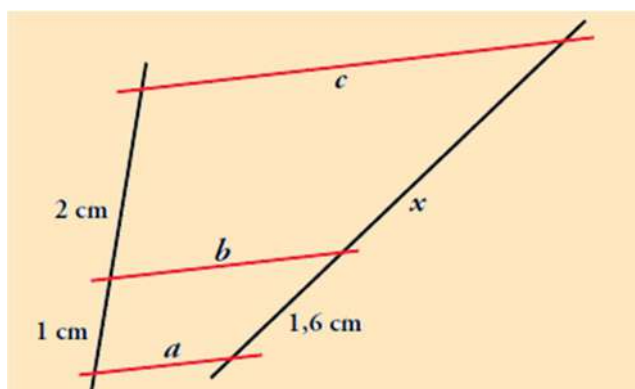
Ejercicio 38

Si dos triángulos tienen los tres ángulos internos iguales podemos afirmar:

	a) Con toda seguridad que son iguales
	b) Con toda seguridad que son semejantes
X	c) No podemos afirmar nada hasta conocer cómo son sus lados

Ejercicio 39

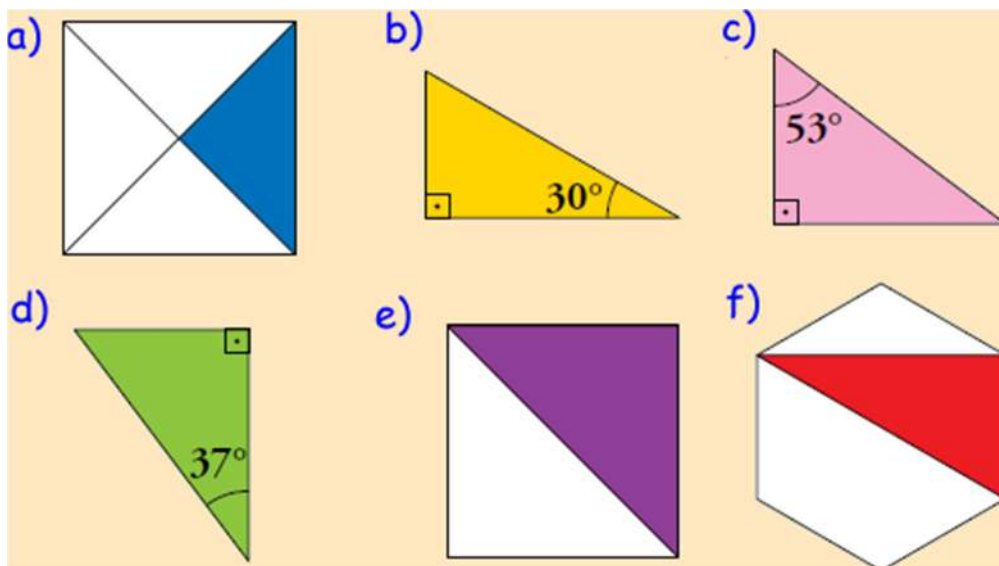
Observando el dibujo siguiente, ¿cuál es el valor del segmento X?



	a) $x= 3 \text{ cm}$
	b) $x= 3,4 \text{ cm}$
X	c) $x= 3,2 \text{ cm}$

Ejercicio 40

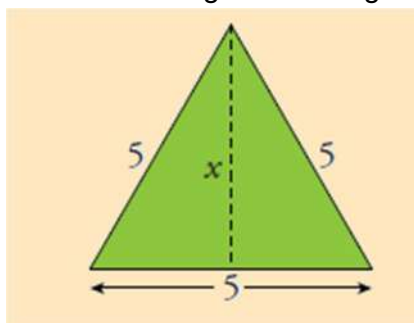
Entre los siguientes triángulos rectángulos hay algunos semejantes entre sí. Averigua cuáles son calculando previamente los ángulos que faltan.



	a) Son semejantes; b-f; a-d y e-c
	b) Son semejantes; b-f; e-d y a-c
X	c) Son semejantes; b-f; a-e y c-d

Ejercicio 41

Calcula la altura del siguiente triángulo.



	a) $X=3,4$
X	b) $x=4,33$
	c) $x=4,5$

Ejercicio 42

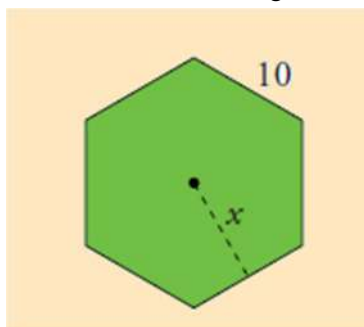
¿Cómo denominarías a las siguientes figuras?



	a) Rombo y romboide
	b) Rectángulo y rombo
X	c) Romboide y rombo

Ejercicio 43

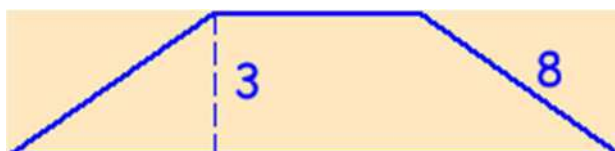
Determina el área del hexágono de la figura.



X	a) Área= 259,8 u ²
	b) Área= 250,8 u ²
	c) Área= 260 u ²

Ejercicio 44

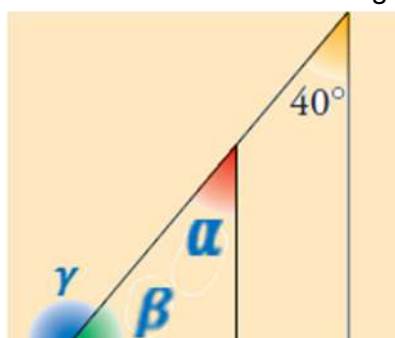
Determina el área del trapecio isósceles de la figura.



X	a) Área=66,75 u ²
	b) Área=60,75 u ²
	c) Área=56,75 u ²

Ejercicio 45

Determina el valor de los ángulos de la figura.



	a) $\alpha=40^\circ$, $\beta=50^\circ$; $\gamma=90^\circ$
X	b) $\alpha=40^\circ$, $\beta=50^\circ$; $\gamma=130^\circ$
	c) $\alpha=50^\circ$, $\beta=40^\circ$; $\gamma=90^\circ$

Ejercicio 46

Cuál es el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda que dista del centro 1,5 cm mide 7,2 cm.

	a) El radio de la circunferencia será de 8 cm
	b) El radio de la circunferencia será de 8,9 cm
X	c) El radio de la circunferencia será de 3,9 cm

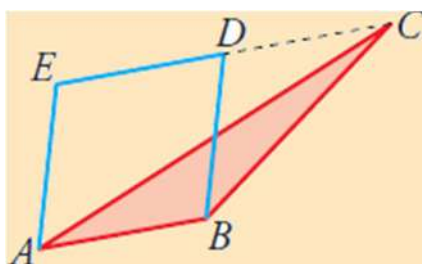
Ejercicio 47

La longitud de un arco de circunferencia de 60° de amplitud en una círculo de 12 cm de radio será:

	a) No podemos calcularlo porque solo tenemos el radio del círculo
X	b) El arco valdrá 4π
	c) El arco valdrá 9,42 cm

Ejercicio 48

Si el área del triángulo ABC es $9,10 \text{ cm}^2$, ¿cuál es el área del paralelogramo ABDE?



	a) Nos faltan los datos de la base y de la altura
X	b) El doble que la del triángulo
	c) Cuatro veces la del triángulo

Ejercicio 49

En cuantas veces la longitud de la circunferencia excede a su diámetro.

	a) No se puede saber pues el diámetro es un segmento recto y la circunferencia es una línea curva
	b) Excede en dos veces a su diámetro
X	c) Excede en π veces a su diámetro

TEMA 7. APARATOS DIGESTIVO, RESPIRATORIO, CIRCULATORIO Y EXCRETOR.

- 1.** La nutrición humana
- 2.** El aparato digestivo
- 3.** El proceso digestivo en la boca
- 4.** El proceso digestivo en el estómago
- 5.** El proceso digestivo en el intestino delgado
- 6.** La absorción
- 7.** El proceso digestivo en el intestino grueso
- 8.** El aparato respiratorio
- 9.** El intercambio de gases
- 10.** Hábitos saludables. Enfermedades de los aparatos digestivo y respiratorio
- 11.** El medio interno y la sangre
- 12.** La circulación de la sangre
- 13.** El sistema linfático
- 14.** El aparato excretor
- 15.** Hábitos saludables. Enfermedades de los aparatos circulatorio y excretor

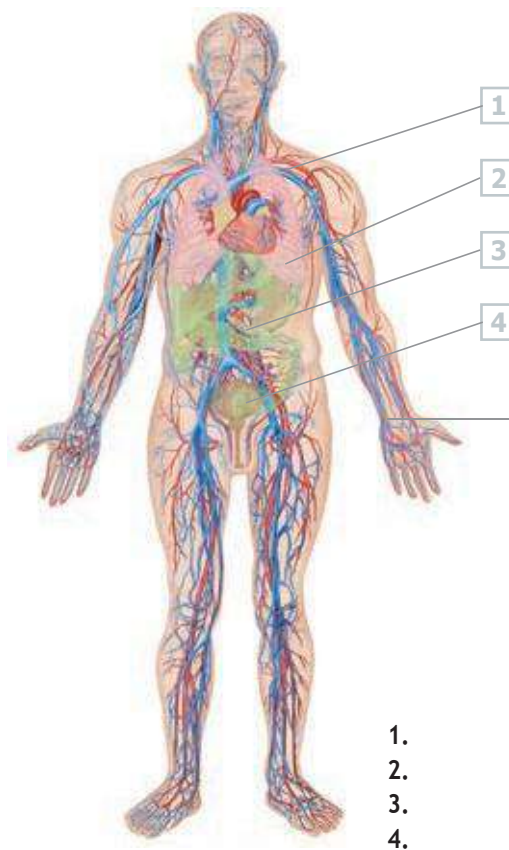
1. LA NUTRICIÓN HUMANA

En la nutrición humana intervienen los aparatos **digestivo**, **respiratorio**, **circulatorio** y **excretor**.

- **Aparato digestivo.** Introduce en el organismo los alimentos, los prepara y los transforma para que puedan ser repartidos a todas las células.
- **Aparato respiratorio.** Capta el oxígeno necesario para las células y elimina el dióxido de carbono (CO₂) producido en el metabolismo celular.
- **Aparato circulatorio.** Transporta los nutrientes y el oxígeno hasta las células y retira de estas las sustancias de desecho.
- **Aparato excretor.** Expulsa al exterior los productos de desecho del metabolismo celular transportados por el aparato circulatorio.

ACTIVIDADES

1.1. Identifica los aparatos relacionados con la nutrición en el siguiente esquema:

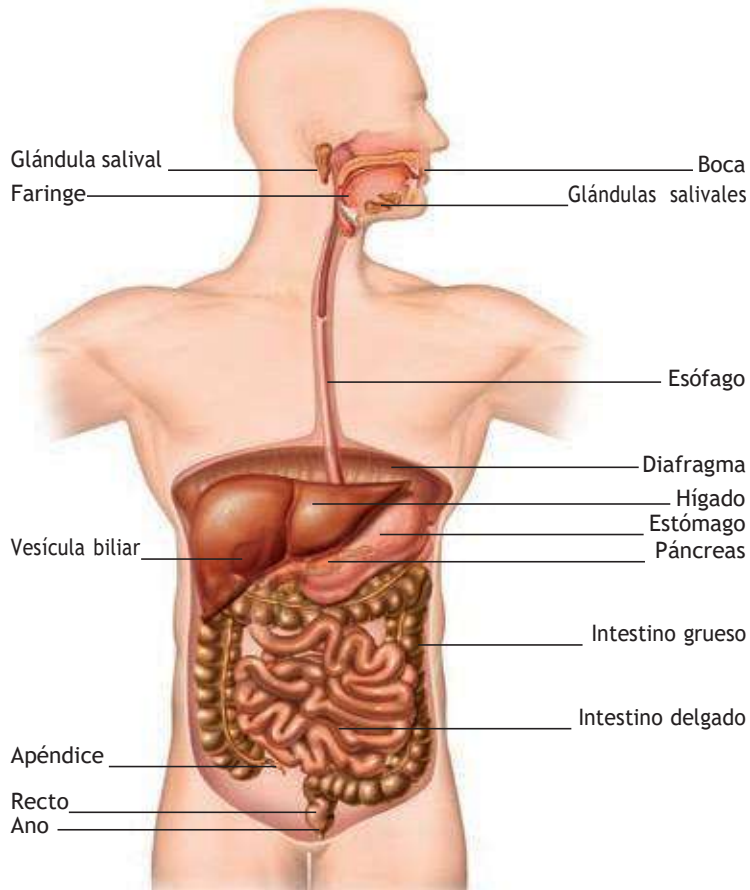


1.2. Rellena los huecos en blanco:

	Aparato digestivo
Lleva oxígeno y nutrientes a las células	
Elimina sustancias de desecho	
	Aparato respiratorio

2. EL APARATO DIGESTIVO

El aparato digestivo está constituido por el tubo digestivo y las glándulas accesorias.



EL tubo digestivo comienza en la boca y termina en el ano, y en él se diferencian las siguientes partes: cavidad bucal, faringe, esófago, estómago, intestino delgado e intestino grueso.

Las glándulas accesorias son órganos que vierten sus secreciones en el tubo digestivo. Estas glándulas son:

- Las glándulas salivales, que se localizan en la boca, donde vierten la saliva.
- El hígado, situado en el lado superior derecho del abdomen. Vierte sus secreciones al intestino.
- El páncreas, situado detrás del estómago. Vierte también sus secreciones al intestino.

ACTIVIDADES

2.1. Imagina el alimento atravesando el tubo digestivo y completa el texto:

El alimento pasa de:

1. La boca al _____.
2. Del _____ al estómago.
3. Del estómago al _____.
4. Del _____ al recto.

2.2. Relaciona los elementos de las dos columnas:

Glándulas salivales	Detrás del estómago
Hígado	Boca
Páncreas	Lado derecho

2.3. El diafragma separa el tórax del abdomen. ¿Qué órganos del aparato digestivo se sitúan en el abdomen?

3. EL PROCESO DIGESTIVO EN LA BOCA

La **digestión** es el proceso mediante el cual los alimentos son transformados en sustancias más sencillas, los **nutrientes**, que pueden ser utilizadas por nuestras células.

En la boca tienen lugar dos procesos digestivos:

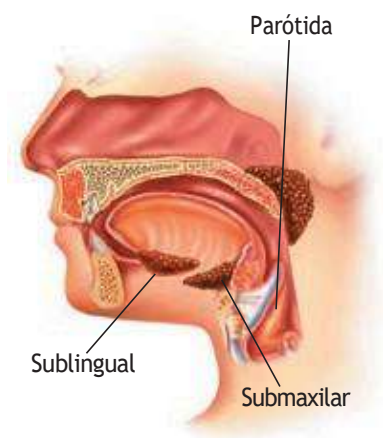
■ La **insalivación** es la mezcla del alimento con la **saliva** segregada por las glándulas salivales. Las funciones de la saliva son las siguientes:

- **Inicia la digestión de las moléculas de almidón** transformándolas en azúcares más sencillos.
- **Destruye algunas de las bacterias** presentes en los alimentos y protege a la boca contra las infecciones.
- **Facilita el paso del alimento** hacia la faringe y el esófago gracias a una sustancia mucosa que contiene.

■ La **masticación** es la trituración de los alimentos en fragmentos más pequeños para facilitar su digestión.

Las estructuras encargadas de triturar los alimentos son los **dientes**. Existen diferentes tipos de dientes, cada uno de los cuales cumple una función: incisivos (cortan los alimentos), caninos (se usan para desgarrar), premolares y molares (trituran y desmenuzan).

El alimento triturado y mezclado con la saliva recibe el nombre de **bolo alimenticio**.



Glándulas salivales.

ACTIVIDADES

3.1. Completa el siguiente esquema:



3.2. Ordena los siguientes revoltijos de letras, cada uno de los cuales esconde un tipo de diente:

- NICANO
- OLMAR
- REPLAMOR
- VOCINISI

3.3. ¿Cuántas glándulas salivales tenemos?

3.4. Las funciones de la saliva son:

4. EL PROCESO DIGESTIVO EN EL ESTÓMAGO

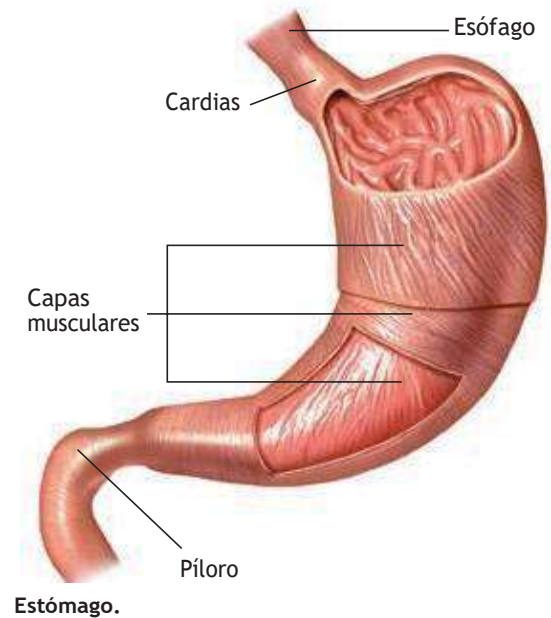
Al final del esófago se encuentra el **estómago**, que se comunica con el esófago a través de una válvula llamada **cardias**, y con el intestino por medio de otra válvula llamada **píloro**.

El bolo alimenticio permanece en el estómago entre tres y cuatro horas y allí se mezcla con el **jugo gástrico**, una secreción producida por las glándulas que recubren su pared interna y que contiene:

- La **pepsina**, que es una enzima que comienza la digestión de las proteínas, rompiéndolas en fragmentos de tamaño más pequeño llamados **péptidos**.
- El **ácido clorhídrico**, que cumple dos funciones. Por una parte favorece la acción de la pepsina, que normalmente se encuentra inactiva hasta que se segrega este ácido. Por otra parte destruye las bacterias que han podido llegar hasta el estómago mezcladas con el alimento.

El estómago está formado por tres capas musculares que realizan el movimiento de mezcla del bolo alimenticio con el jugo gástrico. La capa interna se halla recubierta de mucus, que la protege y evita que sea dañada por el ácido clorhídrico y las enzimas.

En el estómago, el jugo gástrico se mezcla con el bolo alimenticio y lo transforma en una masa más fluida llamada **quimo**.



ACTIVIDADES

4.1. Completa los espacios en blanco.

La válvula de entrada al estómago se denomina _____ y la de salida se denomina _____.

4.2. ¿Cuáles son los componentes del jugo gástrico?

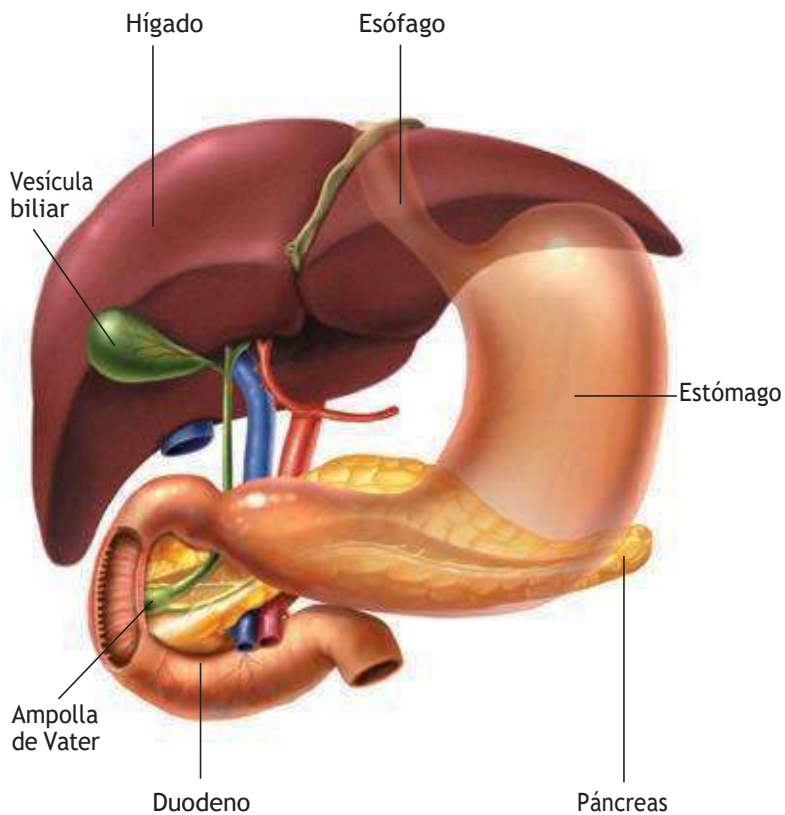
4.3. La pepsina es una enzima capaz de romper:

- a) Glúcidos.
- b) Lípidos.
- c) Proteínas.

4.4. ¿Cuál de estos alimentos empezará a digerirse en el estómago?

- a) Pan.
- b) Carne.
- c) Mantequilla.

5. EL PROCESO DIGESTIVO EN EL INTESTINO DELGADO



Posiciones relativas del estómago, el hígado, el páncreas y el duodeno.

El **intestino delgado** es un tubo largo que se extiende desde el píloro hasta la **válvula ileocecal**, que lo separa del intestino grueso. Se divide en tres tramos: **duodeno, yeyuno e íleon**.

El intestino produce **jugo intestinal** con enzimas que digieren diversas sustancias, como glúcidos y proteínas.

Además, en el intestino vierten su contenido dos glándulas:

- El **páncreas** es una glándula abdominal alargada y de color blanco grisáceo que se localiza detrás y debajo del estómago y segrega el **jugo pancreático**, que contiene enzimas capaces de digerir los distintos tipos de moléculas presentes en los alimentos (glúcidos, grasas y proteínas).
- El **hígado** es un órgano grande situado en la parte superior derecha del abdomen, que produce la **bilis**, la cual convierte las grasas en gotitas muy pequeñas que pueden atacadas con mayor facilidad por los jugos digestivos.

La mezcla del alimento con todos los jugos digestivos produce una papilla muy líquida llamada **quilo**. Una vez finalizada la digestión los nutrientes son absorbidos por la mucosa intestinal.

ACTIVIDADES

5.1. Completa los espacios en blanco:

El intestino delgado comienza en el _____ y llega hasta la _____. Se divide en tres tramos llamados _____, _____ e _____.

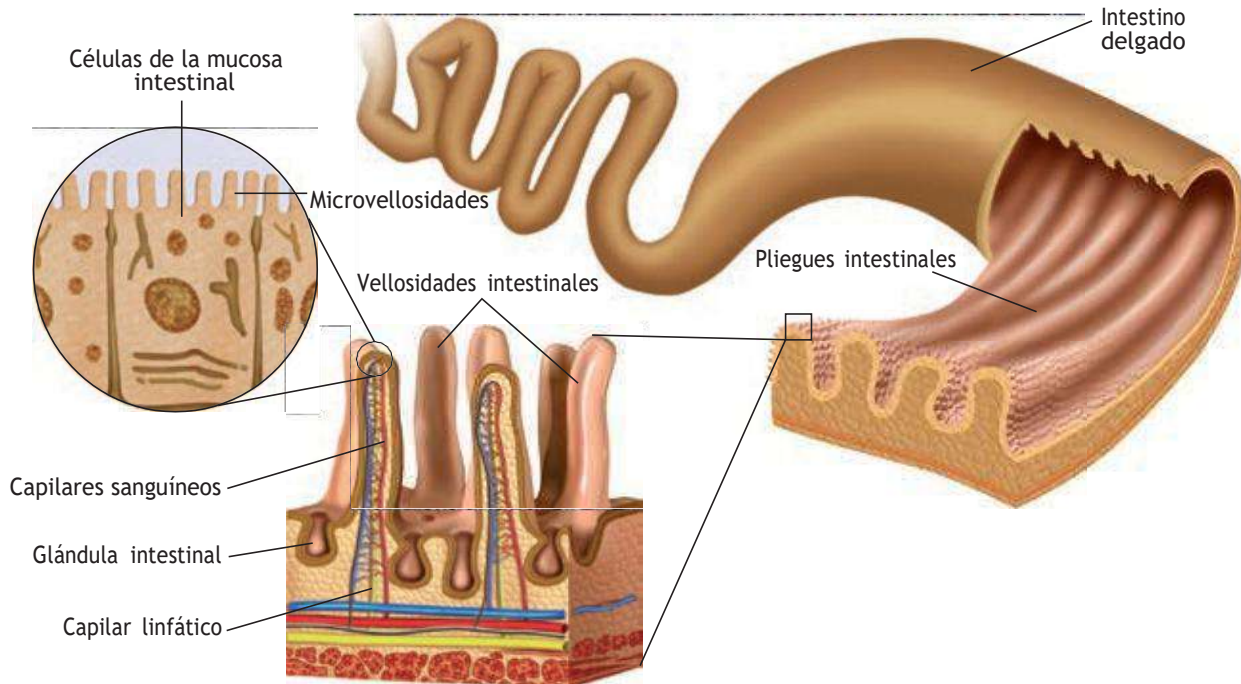
5.2. ¿Qué jugos digestivos actúan en el intestino? ¿Dónde se produce cada uno?

5.3. ¿Qué función tiene la bilis en la digestión?

6. LA ABSORCIÓN

La absorción es el paso de los nutrientes al torrente circulatorio para su distribución por el organismo.

La pared interna del intestino delgado presenta numerosos repliegues, denominados **vellosidades intestinales**, recorridos por una gran cantidad de capilares sanguíneos que recogen los nutrientes obtenidos tras la digestión. Las células de las vellosidades, presentan, a su vez, un gran número de repliegues llamados **microvellosidades**, que aumentan aún más la superficie de absorción.



Los nutrientes atraviesan la mucosa del intestino e ingresan en los capilares sanguíneos, excepto las grasas, que se absorben en los capilares linfáticos.

ACTIVIDADES

- 6.1. ¿Qué estructuras son responsables de la absorción intestinal?

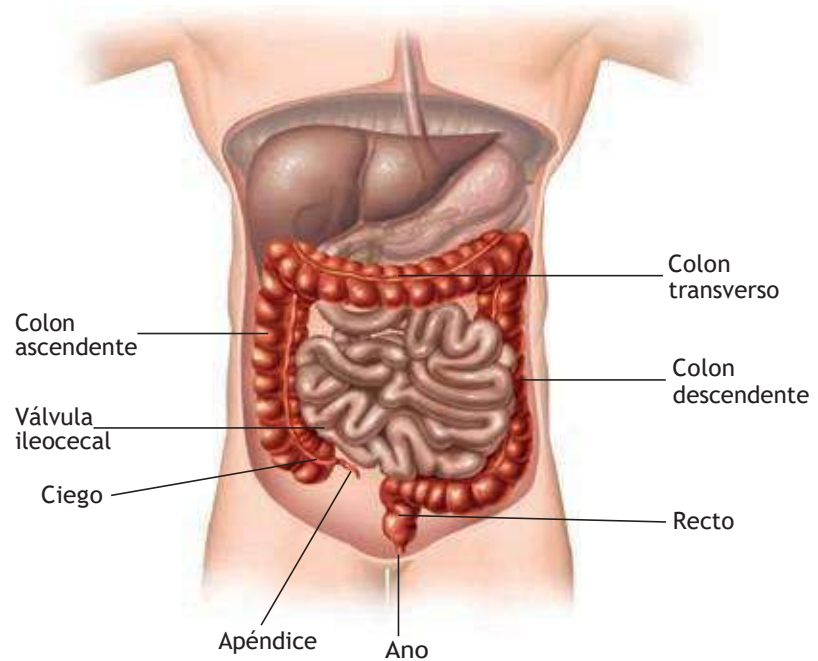
- 6.2. Indica en qué tipo de capilar ingresarán las siguientes sustancias:
 - a) Grasas.
 - b) Glucosa.
 - c) Sales minerales.
- 6.3. ¿Para qué sirven las microvellosidades?

7. EL PROCESO DIGESTIVO EN EL INTESTINO GRUESO

Cuando finaliza la absorción de los nutrientes, los restos de alimento no digeridos pasan al intestino grueso.

El **intestino grueso** es la última porción del tubo digestivo. Tiene un diámetro mayor que el intestino delgado, es más corto y no presenta vellosidades.

En el intestino grueso se distinguen tres tramos: **ciego**, **colon** (subdividido en tres tramos: ascendente, transverso y descendente) y **recto**.



En el intestino grueso tiene lugar la absorción de casi toda el agua y las sales minerales. Como consecuencia se produce la compactación de los residuos de la digestión que formarán las **heces fecales**.

En el colon se encuentran gran cantidad de bacterias beneficiosas que fabrican algunas vitaminas y forman nuestra **flora intestinal**.

ACTIVIDADES

7.1. Completa los espacios en blanco:

La absorción del _____ en el _____ produce la _____ de los residuos y la formación de las _____.

7.2. ¿Qué es la flora intestinal? ¿Qué beneficios nos produce?

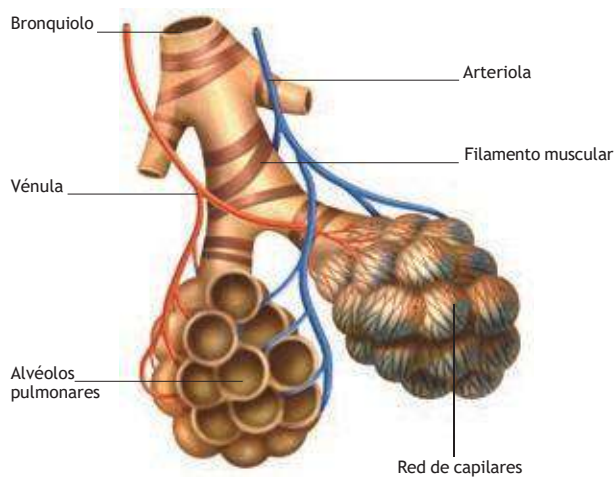
7.3. Explica por qué crees que la diarrea prolongada puede causar deshidratación.

8. EL APARATO RESPIRATORIO

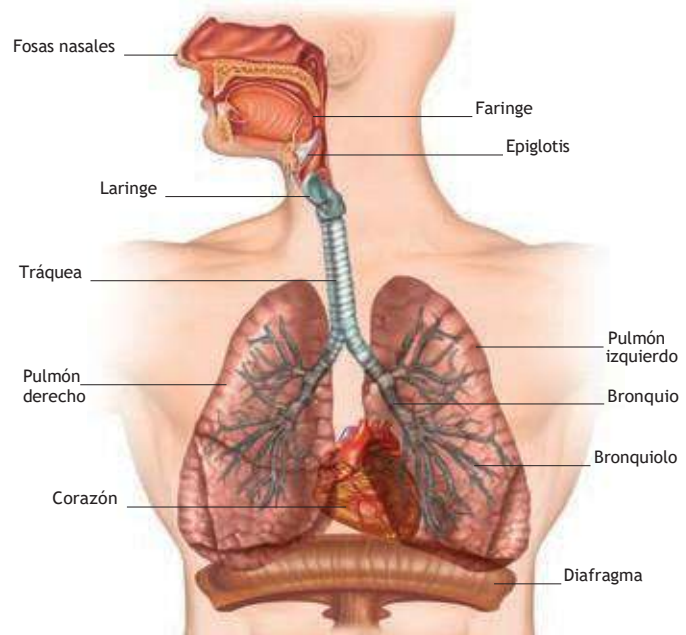
El aparato respiratorio capta oxígeno del aire y lo cede a la sangre, para que esta lo transporte a todas las células del organismo, y recoge de la sangre el dióxido de carbono para expulsarlo al exterior.

El aparato respiratorio está constituido por:

- **Las vías respiratorias:** son las fosas nasales, la faringe, la laringe, la tráquea, los bronquios y los bronquiolos.
- **Los pulmones:** constituidos por multitud de pequeños sacos denominados alvéolos, donde se realiza el intercambio de gases.



Alvéolos pulmonares.



Estructura del aparato respiratorio.

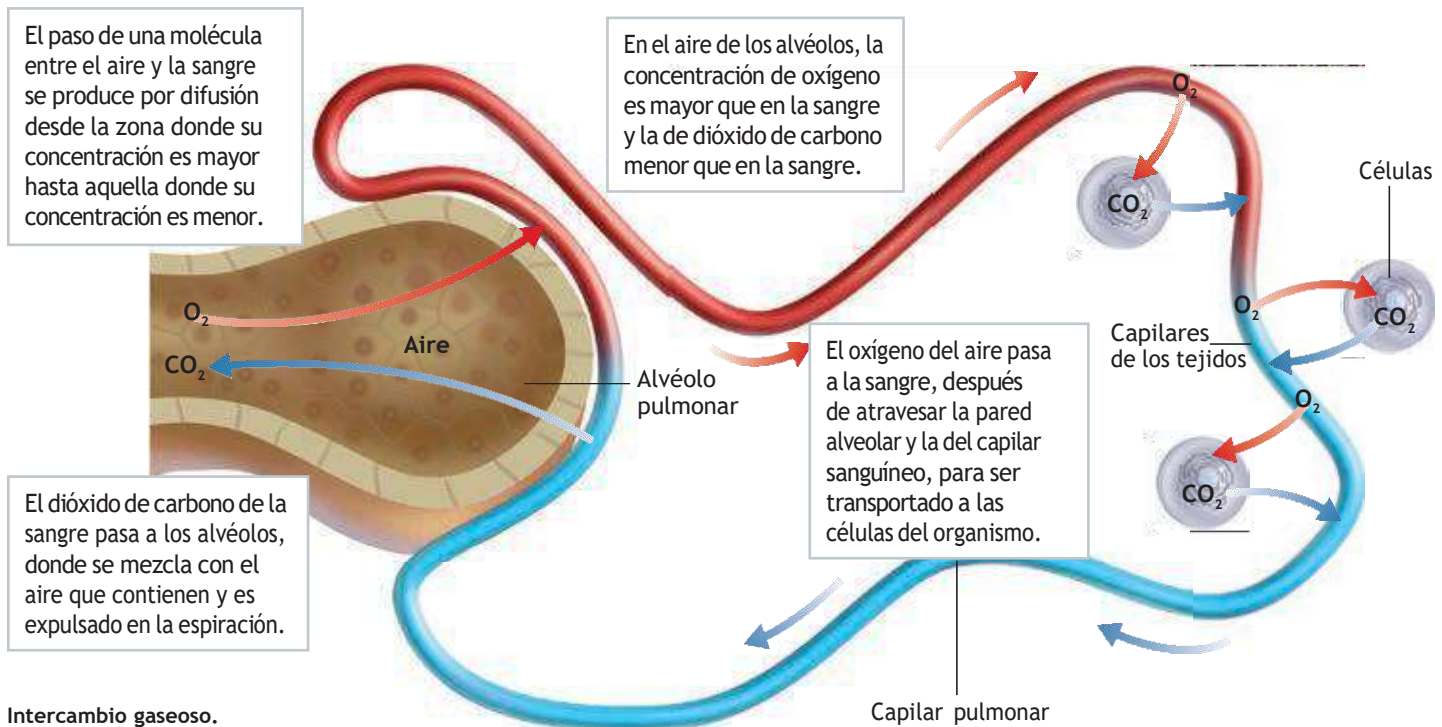
ACTIVIDADES

- 8.1. ¿De dónde viene el CO_2 que expulsamos por los pulmones?
- 8.2. ¿Qué pulmón crees que es más grande, el izquierdo o el derecho? ¿Por qué?
- 8.3. Escribe qué partes forman el aparato respiratorio.
- 8.4. ¿Por qué los alvéolos pulmonares están rodeados de capilares?

9. EL INTERCAMBIO DE GASES

Después de recorrer las vías respiratorias, el aire cargado de oxígeno llega finalmente a los alvéolos pulmonares, donde tiene lugar el intercambio gaseoso.

Los alvéolos tienen una única capa de células aplanadas (endotelio) y están recubiertos por una abundante red de capilares sanguíneos que facilita el intercambio de gases entre el aire y la sangre.



Los pulmones carecen de músculos propios, por lo que la **ventilación pulmonar** se debe a la acción de los músculos de la caja torácica y del **diafragma** (músculo que separa el tórax del abdomen).

La ventilación pulmonar tiene lugar en dos etapas: la entrada del aire o **inspiración** y la salida del aire después del intercambio gaseoso o **espiración**.

ACTIVIDADES

9.1. Marca la respuesta correcta:

- A) En una inspiración el oxígeno pasa de...
- a) los alvéolos a los capilares.
 - b) los capilares a los alvéolos.
- B) En una espiración el CO_2 pasa de...
- a) los alvéolos a los capilares.
 - b) los capilares a los alvéolos.
- C) En una inspiración la caja torácica...
- a) aumenta de volumen.
 - b) disminuye de volumen.

9.2. ¿Qué nombre recibe la capa que rodea los alvéolos pulmonares?

10. HÁBITOS SALUDABLES. ENFERMEDADES DE LOS APARATOS DIGESTIVO Y RESPIRATORIO

Algunos de los hábitos que puedes adoptar para mantener la salud de tus aparatos digestivo y respiratorio son los siguientes:

- Mastica despacio para triturar completamente los alimentos.
- Cepíllate los dientes después de cada comida.
- Lávate las manos antes de comer y de preparar la comida.
- Consume alimentos con suficiente cantidad de fibra.
- No consumas bebidas alcohólicas.
- No fumes. El tabaquismo está relacionado con algunas de las enfermedades pulmonares más graves.

Algunas de las enfermedades más comunes que pueden afectar al aparato digestivo son: **gastroenteritis** (infecciones intestinales producidas por algunas bacterias presentes en el agua o los alimentos) y **apendicitis** (inflamación del apéndice que produce intenso dolor, náuseas, vómitos y fiebre, originada por la retención de residuos en su interior, lo que favorece la acción de las bacterias).

Enfermedades comunes del aparato respiratorio son las **infecciones**, que reciben nombres diferentes según la localización de la infección: catarro, faringitis, bronquitis o neumonía; la **gripe** (enfermedad infecciosa vírica); o el **asma** (a veces la contracción de los músculos de los bronquios y un exceso de secreción dificultan el paso del aire; esto provoca una sensación de ahogo y angustia.)

ACTIVIDADES

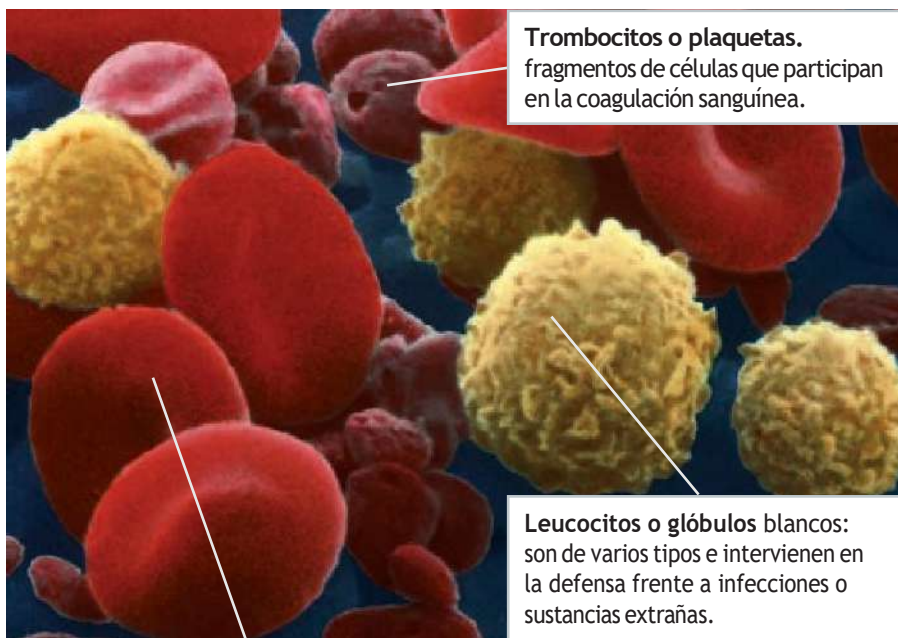
10.1. ¿Por qué se recomienda masticar hasta triturar completamente el alimento?

10.2. Marca la respuesta correcta

- A) Una enfermedad respiratoria infecciosa es...
 - a) el asma.
 - b) la bronquitis.
 - c) el cáncer.
- B) Una infección intestinal produce...
 - a) hepatitis.
 - b) úlcera.
 - c) gastroenteritis.

10.3. ¿Qué microorganismo causa la gripe?

11. EL MEDIO INTERNO Y LA SANGRE



Trombocitos o plaquetas. fragmentos de células que participan en la coagulación sanguínea.

Leucocitos o glóbulos blancos: son de varios tipos e intervienen en la defensa frente a infecciones o sustancias extrañas.

Eritrocitos o glóbulos rojos: contienen hemoglobina, una proteína que transporta el oxígeno y el dióxido de carbono.

En los organismos pluricelulares, el espacio que queda entre las células está ocupado por un medio líquido llamado **medio interno**, que está constituido por el plasma intersticial.

La renovación del plasma intersticial se realiza gracias a la **sangre**, que está formada por los siguientes componentes:

- **Plasma sanguíneo.** Consta de agua (90 %), sales minerales, nutrientes y otras sustancias.
- **Células sanguíneas.** Existen tres tipos: eritrocitos, leucocitos y trombocitos.

La sangre circula por los vasos sanguíneos transportando nutrientes y retirando productos de desecho. Así, la composición del plasma intersticial permanece constante y las células se mantienen vivas.

ACTIVIDADES

11.1. ¿Qué es el medio interno?

11.2. ¿Cómo se renueva el plasma intersticial? Completa los espacios en blanco:

La sangre circula por los _____ transportando nutrientes y retirando _____. Así, la composición del plasma intersticial permanece _____ y las células se mantienen _____.

11.3. Cita al menos dos funciones de la sangre. Bronquio

Bronquiolo

11.4. ¿Cuáles son los componentes de la sangre?

11.5. Completa esta tabla:

Tipo de célula sanguínea	Función
	Contiene hemoglobina, una proteína que transporta el oxígeno y el dióxido de carbono.
	Interviene en la defensa frente a infecciones o sustancias extrañas.
Trombocito	

Tráquea

Pulmón derecho

12. LA CIRCULACIÓN DE LA SANGRE

La sangre circula siempre en el interior de los **vasos sanguíneos**. Son los encargados de transportar la sangre y son de tres tipos:

- **Arterias.** Conducen la sangre procedente del corazón.
- **Capilares.** Son vasos microscópicos que se encuentran en todos los tejidos del organismo. Permiten la entrada y salida de moléculas, y el intercambio entre la sangre y las células.
- **Venas.** Conducen la sangre desde los tejidos al corazón.

Cada órgano tiene una arteria que le proporciona sangre y una vena que la retira.

El **corazón** es un órgano musculoso, hueco, dividido por un tabique en dos partes (derecha e izquierda) entre las que no hay comunicación. Cada mitad del corazón se subdivide, a su vez, en una cámara superior de pequeño tamaño, la **aurícula**, y otra inferior y más grande, el **ventrículo**. A las **aurículas** llega la sangre, y de los **ventrículos** sale la sangre.

La sangre, impulsada por el corazón, recorre **dos circuitos**:

- El **circuito circulatorio mayor** comienza en el corazón, la sangre sale por la arteria aorta, que se ramifica y llega a todos los tejidos, donde cede el oxígeno a las células y coge el CO_2 y retorna al corazón.
- El **circuito circulatorio menor** sale del corazón y llega a los pulmones donde la sangre cede el CO_2 y recoge el oxígeno, volviendo de nuevo al corazón, donde recomienza el circuito circulatorio mayor.

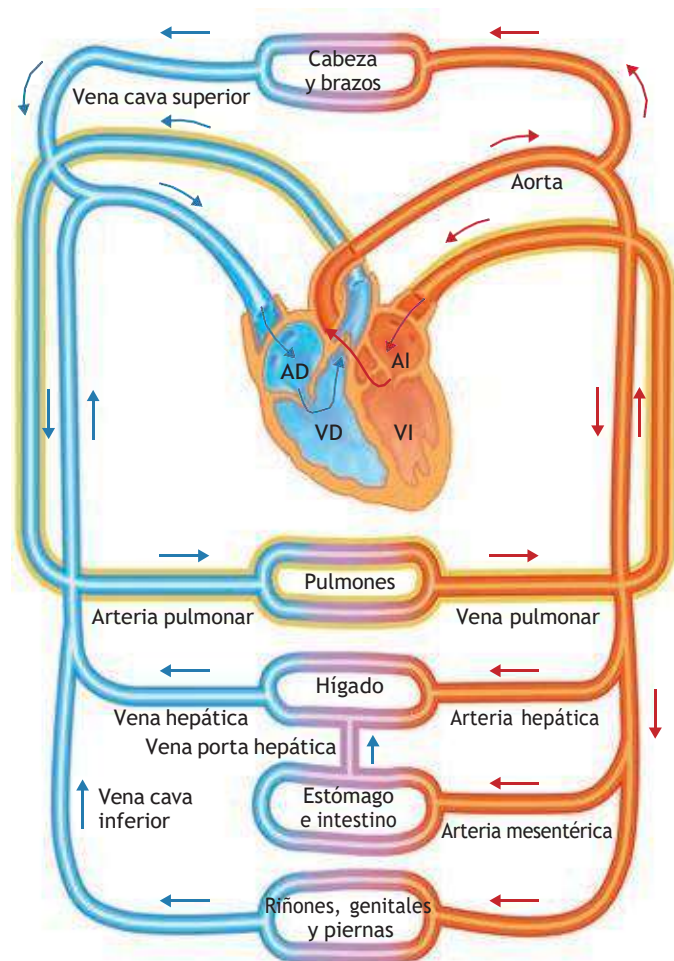
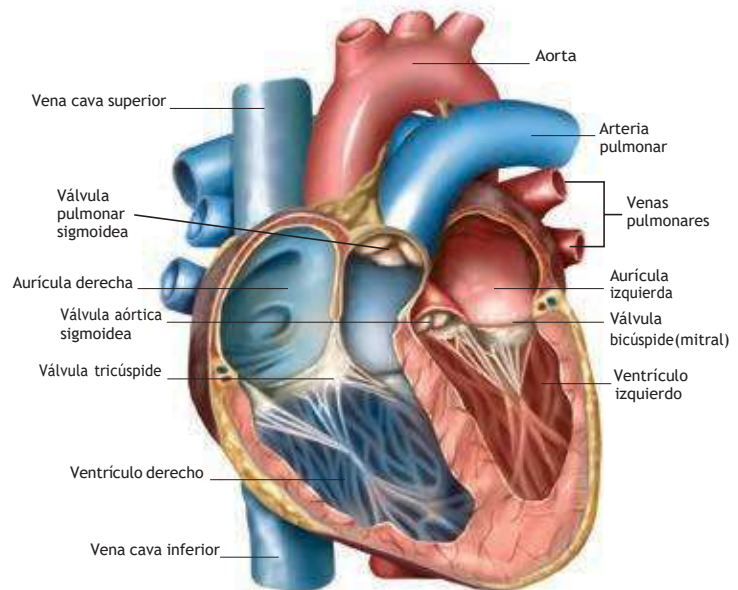
ACTIVIDADES

12.1. Indica qué frases de las siguientes son verdaderas:

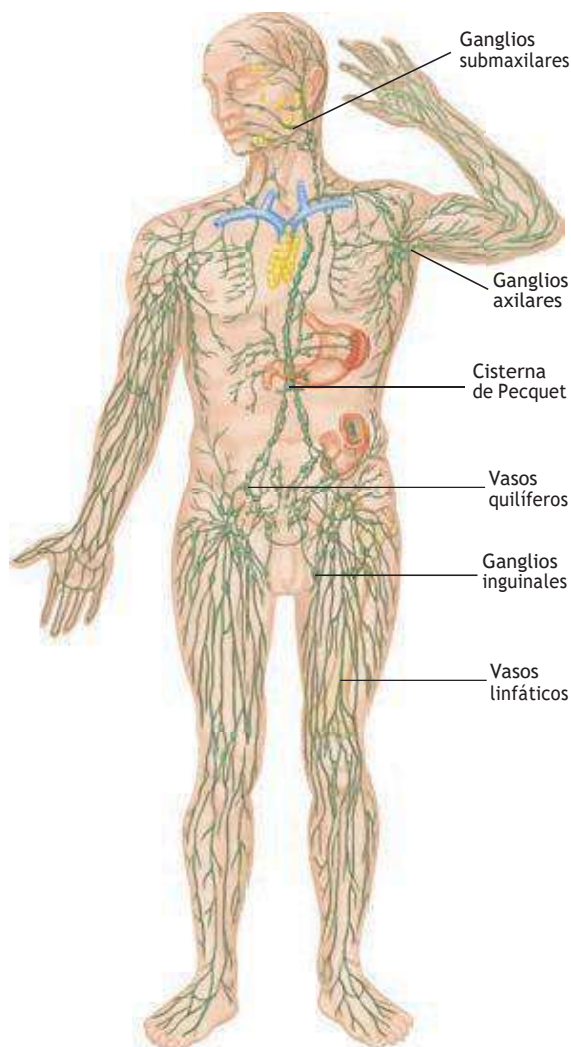
- a) El corazón es una bomba que impulsa la sangre a través de los vasos sanguíneos para que recorra todo el organismo.
- b) Las arterias llevan la sangre desde los órganos al corazón y las venas desde el corazón a los órganos.
- c) El latido cardíaco consiste en una serie de dilataciones y contracciones del corazón y debe ser rítmico.
- d) El circuito circulatorio menor es el que lleva la sangre desde el corazón a los pulmones y desde los pulmones de nuevo al corazón.
- e) El circuito circulatorio mayor sirve para que la sangre lleve oxígeno a todos los tejidos y de ellos recoja el CO_2 .

12.2. Completa el texto:

Las _____ son vasos sanguíneos que llevan la _____ desde el corazón a los diferentes órganos, en cambio, las _____ recogen la sangre de los tejidos y la llevan al _____.



13. EL SISTEMA LINFÁTICO



Esquema del sistema linfático y de los principales órganos linfáticos.

El sistema linfático pertenece al sistema circulatorio, forma parte del sistema inmunitario y participa en el transporte de grasas y en el mantenimiento del equilibrio interno del organismo.

El sistema linfático está formado por la **linfa**, los **vasos linfáticos**, los **órganos linfáticos**, como el bazo y el timo, los **tejidos linfáticos**, como las amígdalas, y los **ganglios linfáticos**.

La **linfa** es un líquido que circula por los vasos linfáticos. Está formada por plasma recogido de los tejidos y por linfocitos liberados por los ganglios linfáticos.

- Los **vasos linfáticos** tienen una estructura semejante a las venas.
- Los **órganos y tejidos linfáticos** desempeñan diversas funciones, como la producción y la maduración de linfocitos y la depuración de la sangre.
- Los **ganglios linfáticos**. Son masas de tejido linfático situadas en ciertas zonas del trayecto de algunos vasos linfáticos, que forman linfocitos y los liberan al plasma linfático.

ACTIVIDADES

13.1. ¿Qué funciones tiene el sistema linfático en el organismo?

13.2. Une las palabras relacionadas:

Vasos linfáticos	Masas de tejido linfático
Órganos linfáticos	Estructuras semejantes a las venas
Ganglios linfáticos	Timo y bazo

13.3. Haz un esquema de los componentes del sistema linfático.

13.4. Responde las preguntas:

- ¿Qué componentes del sistema linfático son los encargados de formar los linfocitos?
- ¿Y cuáles se encargan de conducir la linfa por el organismo?

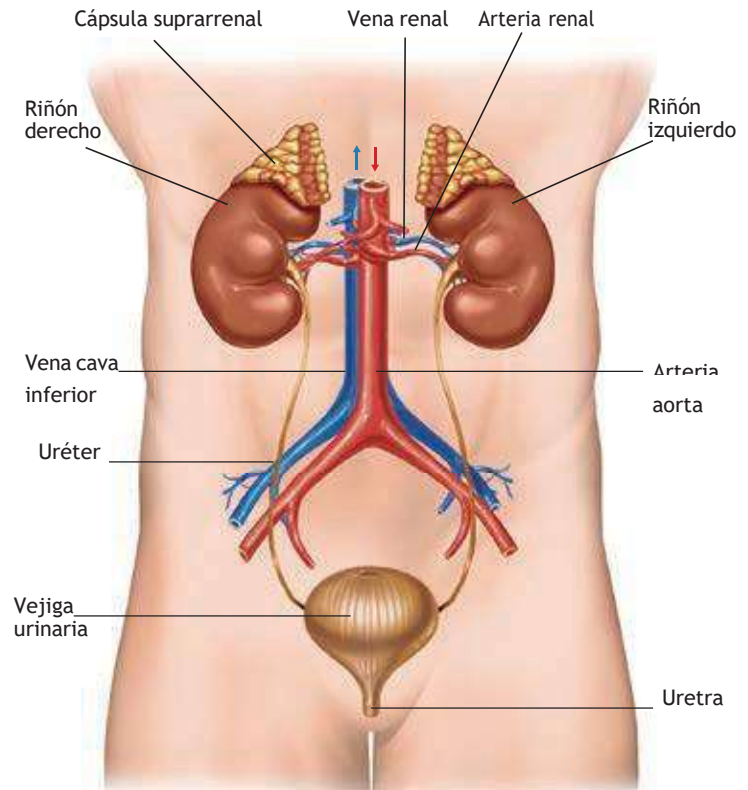
14. EL APARATO EXCRETOR

El metabolismo de los seres vivos produce sustancias que pueden resultar tóxicas y deben ser eliminadas del organismo. Estas sustancias de desecho, como el CO_2 , el ácido úrico o sustancias tóxicas como el alcohol, las drogas, los medicamentos, salen al exterior disueltas en la orina o en el sudor producidos por el sistema excretor.

El **aparato excretor** es el conjunto de órganos que intervienen en la eliminación de los productos de desecho obtenidos en las células tras la actividad metabólica. Los productos de excreción formados en las células son recogidos por la sangre y conducidos a los órganos excretores para que sean expulsados al exterior.

El más importante de los sistemas de excreción es el **aparato urinario**, que está constituido por dos órganos, los **riñones**, y dos tipos de conductos o **vías urinarias**: los uréteres y la uretra.

La **orina** es un líquido, obtenido a partir de la sangre, que se compone de agua, sales minerales en proporción variable y diversos productos de excreción, fundamentalmente urea y ácido úrico. Se forma en el interior de los riñones mediante un complicado sistema de filtraciones sucesivas.



ACTIVIDADES

14.1. Escribe las partes del aparato urinario humano.

14.2. ¿Qué composición tiene la orina?

14.3. Indica qué frases de las siguientes son ciertas y cuáles falsas y por qué:

- a) El aparato excretor es el encargado de eliminar las sustancias de desecho y tóxicas.
- b) El sudor y la orina son producidos por el aparato urinario.
- c) Los uréteres son los tubos que comunican los riñones con la vejiga urinaria.
- d) Los riñones son los órganos encargados de formar la orina.
- e) Los riñones pertenecen al aparato digestivo.
- f) La uretra está en el interior de los riñones.

14.4. ¿Qué le ocurre a una persona cuyos riñones no funcionan?

15. HÁBITOS SALUDABLES. ENFERMEDADES DE LOS SISTEMAS CIRCULATORIO Y EXCRETOR

Para conseguir un correcto funcionamiento de nuestros sistemas circulatorio y excretor es necesario incorporar a nuestra vida hábitos saludables.

Una correcta **alimentación**, una **higiene** adecuada y la práctica habitual de **ejercicio físico**, así como intentar el equilibrio personal y el control del estrés, son la base de la salud de estos sistemas.

- Las principales enfermedades que afectan al **aparato circulatorio** están relacionadas con el mal funcionamiento de los vasos sanguíneos, el corazón o la sangre. Las más comunes son las siguientes: arterioesclerosis, aneurisma, varices, infarto de miocardio, anemia, leucemia, trombosis.

Para prevenir las enfermedades cardiovasculares hay que llevar una alimentación sana y equilibrada, no fumar, evitar el sobrepeso, tomar poca sal, reducir el estrés y evitar la vida sedentaria.

- Las enfermedades del **aparato excretor** están relacionadas con los riñones, la vejiga o las vías urinarias. Las más comunes son las siguientes: insuficiencia renal, cistitis, cálculos, diabetes mellitus.

Cuando los riñones no pueden realizar su función, se recurre a una técnica denominada **diálisis**, que consiste en un filtrado artificial de la sangre para eliminar los productos tóxicos cuando los riñones no son capaces de hacerlo por sí solos.

Para prevenir enfermedades del aparato excretor hay que beber agua abundantemente, evitar la sal y evitar consumir productos tóxicos, como el alcohol.

ACTIVIDADES

15.1. Indica qué se debe hacer para mantener una buena salud cardiovascular.

15.2. ¿Qué es la diálisis? ¿Para qué sirve?

15.3. Relaciona cada enfermedad con el aparato o sistema correspondiente:

Enfermedades: infarto, cistitis, trombosis, varices, insuficiencia renal, leucemia, cálculos.

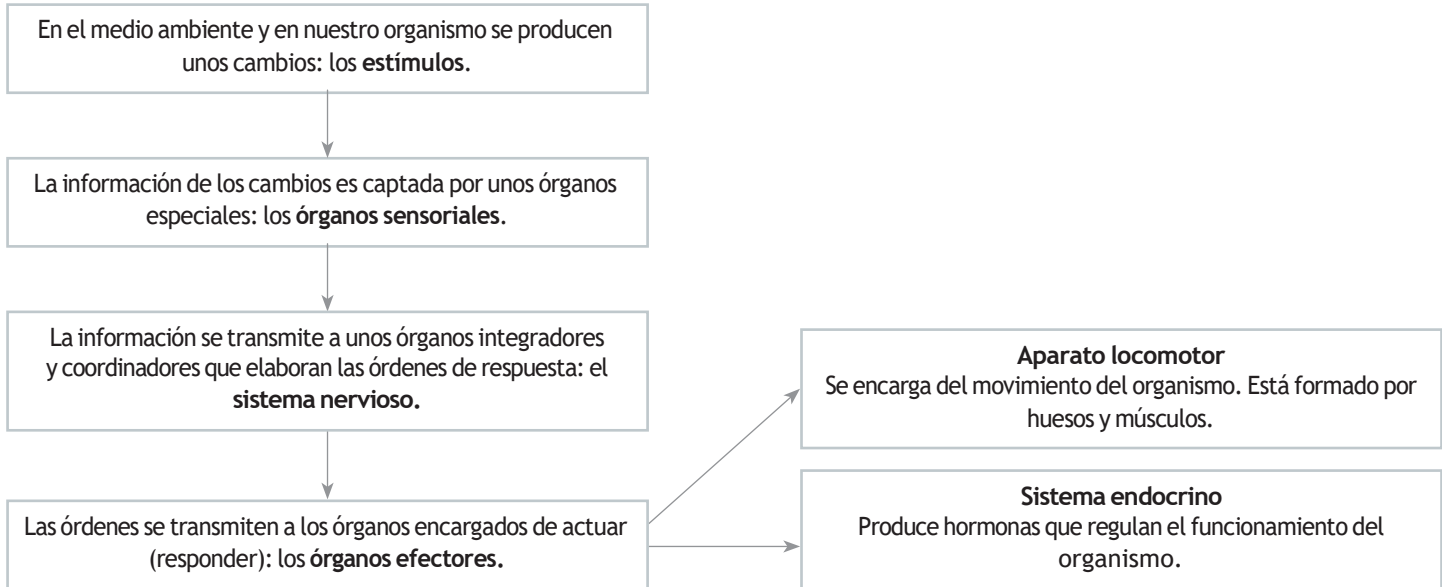
15.4. ¿Qué le recomendarías a alguien para que prevenga las enfermedades del aparato excretor?

TEMA 8. LA FUNCIÓN DE RELACIÓN

- 1.** La función de relación
- 2.** La neurona y la corriente nerviosa
- 3.** El sistema nervioso
- 4.** El sistema endocrino
- 5.** Hábitos saludables. Principales enfermedades de los sistemas nervioso y endocrino

1. LA FUNCIÓN DE RELACIÓN

Los órganos y sistemas implicados en la función de relación actúan del siguiente modo:



ACTIVIDADES

1.1. De los siguientes órganos, marca los órganos sensoriales con una *S* y los órganos efectores con una *E*:

- | | |
|------------------------|-------------------------------------|
| a) Ojo: | b) Músculo bíceps: |
| c) Glándula salivar: | d) Piel: |
| e) Oído interno: | f) Músculos abdominales: |
| g) Papilas gustativas: | h) Pituitaria amarilla de la nariz: |
| i) Páncreas: | j) Ovarios: |

1.2. Juan se quema el dedo al tocar una plancha caliente, y retira rápidamente la mano. Después huele un pastel que está en el horno, y comienza a segregar saliva (se le hace la boca agua). Señala en ambas acciones cuáles son los órganos sensoriales y cuáles los órganos efectores.

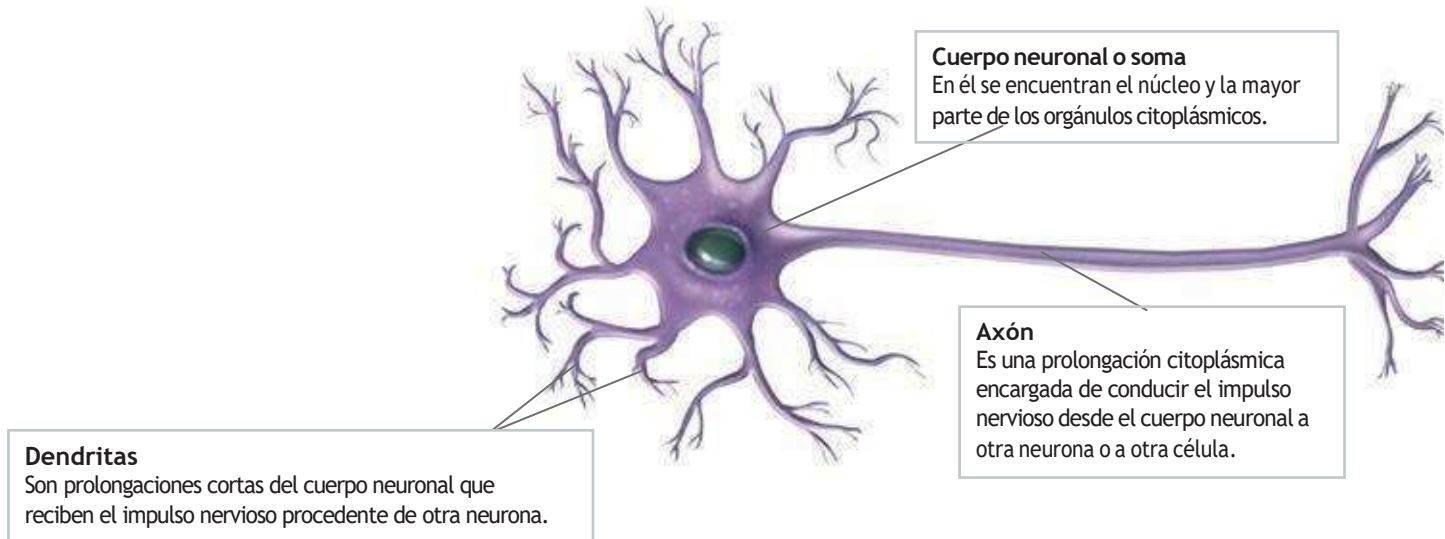
1.3. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes frases:

- El aparato locomotor se encarga del movimiento del organismo, formado por huesos y músculos:
- La información de los cambios es captada por unos órganos especiales llamados órganos efectores:
- La información se transmite a unos órganos integradores y coordinadores que elaboran las órdenes de respuesta que forman el sistema nervioso:

2. LA NEURONA Y LA CORRIENTE NERVIOSA

La unidad anatómica y fisiológica del sistema nervioso es la **neurona**, y la transmisión de la información entre unas neuronas y otras se lleva a cabo mediante una **corriente nerviosa** de naturaleza eléctrica.

Las neuronas son células especializadas en la transmisión del impulso nervioso y son muy peculiares, tanto por su forma y estructura como por su funcionamiento.



Las neuronas poseen una capacidad única: generar y transmitir **corrientes nerviosas**. Cuando una neurona es estimulada se originan unos cambios eléctricos en su membrana que la recorren en su totalidad y que se transmiten desde las dendritas hacia el axón y desde este hasta la neurona siguiente. Las neuronas no están unidas entre sí: entre ellas hay un espacio llamado **sinapsis**.

ACTIVIDADES

2.1. ¿Qué característica tienen las neuronas que las hace tan especiales?

2.2. Indica si son ciertas o falsas las siguientes frases:

- a) Las neuronas están unidas físicamente entre sí:
- b) Las neuronas están separadas entre sí y se conectan mediante sinapsis:
- c) La corriente nerviosa es de naturaleza eléctrica y se transmite de neurona a neurona:
- d) El axón es una prolongación larga de la neurona:

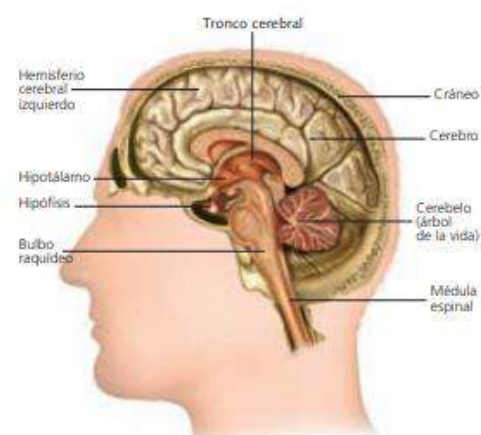
3. EL SISTEMA NERVIOSO

El sistema nervioso se divide en sistema nervioso central y sistema nervioso periférico.

- El sistema nervioso central está formado por el **encéfalo** y la **médula espinal**. El encéfalo a su vez está formado por el **cerebro**, el **cerebelo** y el **bulbo raquídeo**, y está protegido por unas membranas llamadas **meninges**.
- El sistema nervioso periférico está formado por los **nervios craneales** (que salen del encéfalo) y los **nervios raquídeos** (que salen de la médula espinal).

En este cuadro se resumen las funciones de los distintos órganos del sistema nervioso:

Órgano	Función
Cerebro <small>Tronco cerebral</small>	Recibe información de todos los órganos sensoriales y produce las sensaciones correspondientes. Procesa la información recibida y elabora las respuestas y las órdenes para los órganos efectores. Alberga las funciones nerviosas superiores, como la memoria, la inteligencia, la consciencia y la voluntad.
Cerebelo	Coordina las órdenes motoras enviadas por el cerebro para que los movimientos sean precisos.
Bulbo raquídeo	Regula varias funciones corporales, como el latido cardíaco, la presión sanguínea y la ventilación pulmonar.
Sistema nervioso periférico	Es el encargado de conectar todos los receptores y efectores del organismo con los centros nerviosos.



Principales estructuras del encéfalo.

ACTIVIDADES

3.1. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes frases:

- a) El cerebro coordina las órdenes motoras:
- b) El cerebelo alberga las funciones nerviosas superiores como la memoria o la inteligencia:
- c) El bulbo raquídeo regula el latido cardíaco y los movimientos respiratorios:
- d) El cerebro alberga las funciones nerviosas superiores como la consciencia o la memoria:

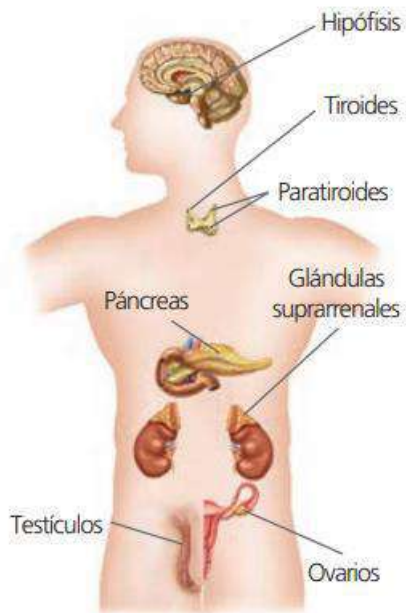
3.2. Asocia los términos de las dos series:

- A: cerebro, nervios craneales, nervios raquídeos, bulbo raquídeo, cerebelo.
 B: sistema nervioso central, sistema nervioso periférico.

3.3. Indica qué órgano del sistema nervioso regula las siguientes acciones:

- a) Respirar:
- b) Recordar un poema:
- c) Hacer equilibrios sobre un cable:
- d) Latido cardíaco:
- e) Resolver un problema de matemáticas:

4. EL SISTEMA ENDOCRINO



Principales glándulas endocrinas del cuerpo humano.

El sistema endocrino está formado por una serie de **glándulas endocrinas**, que son las glándulas que secretan hormonas que se vierten directamente a la sangre.

Las **hormonas** son moléculas responsables del control de muchos procesos biológicos, como el desarrollo sexual, el embarazo o el crecimiento, y de la regulación de los niveles de algunas sustancias en el organismo.

Las principales hormonas son las siguientes:

- Hormona del crecimiento: promueve el crecimiento.
- Tiroxina: aumenta la actividad metabólica.
- Insulina: disminuye los niveles de glucosa en la sangre.
- Adrenalina: prepara el organismo para situaciones de alerta.
- Estrógenos: hormonas sexuales femeninas.
- Progesterona: hormona del embarazo.
- Andrógenos: hormonas sexuales masculinas.

ACTIVIDADES

4.1. Completa las siguientes frases:

El sistema _____ produce _____ formadas en las glándulas _____, que se vierten a la sangre.

Las _____ llegan a las células y órganos y actúan en procesos como el _____ sexual, el embarazo o el crecimiento.

4.2. Une cada glándula con la hormona que produce:

Páncreas	Hormona del crecimiento
Hipófisis	Insulina
Testículo	Estrógeno
Ovario	Andrógeno

4.3. Indica si son ciertas o falsas las siguientes frases:

- a) La adrenalina prepara el organismo para estados de alerta:
- b) La tiroxina es la hormona del crecimiento:
- c) La insulina aumenta los niveles de glucosa en la sangre:
- d) La progesterona es la hormona del embarazo:

5. HÁBITOS SALUDABLES. PRINCIPALES ENFERMEDADES DE LOS SISTEMAS NERVIOSO Y ENDOCRINO

Para mantener una buena salud del sistema nervioso y endocrino es conveniente:

- Llevar una vida ordenada.
- No consumir ningún tipo de droga.
- Realizar con asiduidad actividades intelectuales y mentales.
- Procurar que la dieta contenga cantidades suficientes de vitaminas B1, B3 y fósforo.
- Evitar el estrés.
- Evitar la obesidad, mantener una dieta saludable.

Las **enfermedades del sistema** nervioso son muy diversas. Pueden afectar a cualquiera de los órganos que lo constituyen y se pueden clasificar en tres grandes grupos:

Enfermedades degenerativas	Enfermedad de Alzheimer Enfermedad de Parkinson
Enfermedades mentales	Esquizofrenia Anorexia Depresión
Otras	Enfermedades infecciosas (ej.: meningitis) Epilepsia

Una de las enfermedades más comunes del sistema endocrino es la diabetes, que es una enfermedad crónica que se origina cuando el páncreas no produce cantidades suficientes de insulina, lo que provoca que los niveles de glucosa en la sangre se eleven más de lo normal (hiperglucemia).

ACTIVIDADES

5.1. Nombra dos indicaciones que se deben seguir para tener una buena salud del sistema nervioso y del sistema endocrino.

5.2. Completa las frases:

Las enfermedades del sistema _____ son muy diversas. Pueden afectar a cualquiera de los órganos que lo constituyen y se clasifican en tres grandes grupos: enfermedades _____, enfermedades _____, y otras que engloban a las infecciosas y las que no se ajustan a ninguno de los apartados anteriores.

5.3. Relaciona los términos relacionados de las dos series:

Esquizofrenia	Perjudicial para el sistema nervioso.
Vitamina B	Enfermedad degenerativa.
Estrés	Produce insulina.
Páncreas	Enfermedad mental.
Enfermedad de Parkinson	Beneficiosa para el sistema nervioso.

TEMA 9: EL APARATO REPRODUCTOR

- 1. La reproducción y la sexualidad**
- 2. Los cambios en la vida reproductiva**
- 3. El aparato reproductor masculino**
- 4. El aparato reproductor femenino**
- 5. Etapas de la reproducción (I)**
- 6. Etapas de la reproducción (II)**
- 7. Los métodos anticonceptivos**
- 8. La reproducción asistida**
- 9. Hábitos saludables. Enfermedades de transmisión sexual**

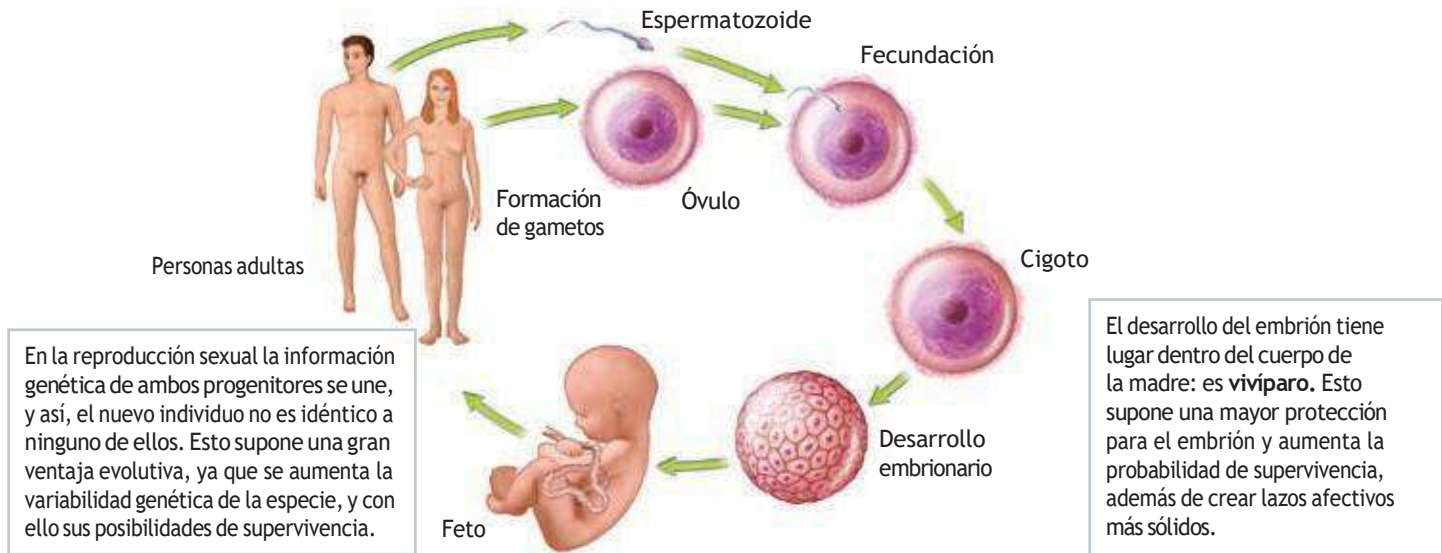
1. LA REPRODUCCIÓN Y LA SEXUALIDAD

El nacimiento de nuevos individuos que sustituirán a los que mueren es fundamental para asegurar la supervivencia de nuestra especie. La **función de reproducción** es, por tanto, básica.

La reproducción humana es **sexual** y tiene dos características:

- El nuevo individuo se forma a partir de una única célula, llamada **cigoto** o **célula huevo**.
- El cigoto se origina a partir de la unión de dos **gametos** o células sexuales (**fecundación**).

Los órganos encargados de la función de reproducción constituyen el **aparato reproductor**. En los seres humanos, los gametos son de dos clases: **espermatozoides**, en los hombres, y **óvulos**, en las mujeres.



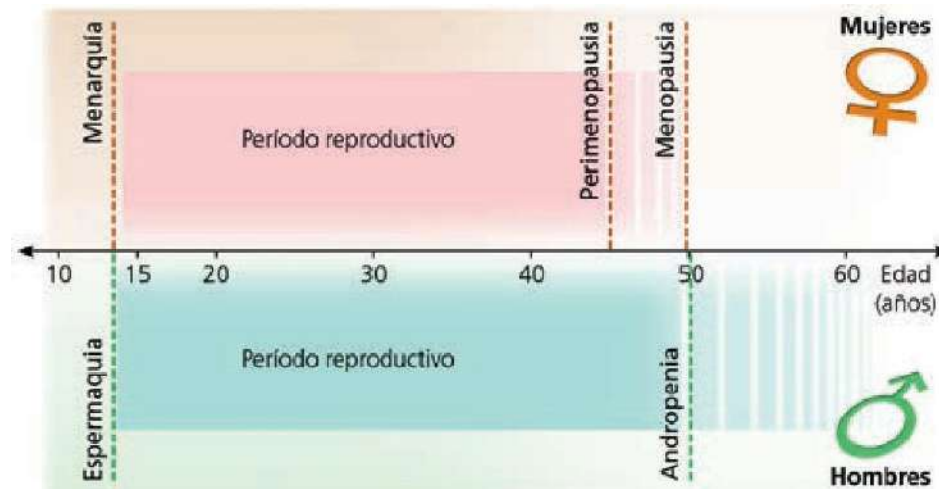
Ciclo sexual de la especie humana.

ACTIVIDADES

- 1.1. ¿Para qué sirve la función de reproducción?
- 1.2. La reproducción humana, ¿es sexual o asexual?
- 1.3. ¿Cómo se llaman las células reproductoras? ¿Y las células reproductoras masculinas? ¿Y las femeninas?
- 1.4. ¿Qué nombre recibe el proceso mediante el cual los gametos masculino y femenino se unen para formar la primera célula del nuevo ser o cigoto?
- 1.5. ¿Qué quiere decir que la especie humana es vivípara?

2. LOS CAMBIOS EN LA VIDA REPRODUCTIVA

En la vida reproductiva de cualquier ser humano se pueden diferenciar una serie de etapas que se corresponden con los cambios que con la edad va sufriendo el organismo.



La **pubertad** se inicia cuando tienen lugar las primeras eyaculaciones (**espermaquia**), en el caso de los hombres, o las primeras reglas (**menarquia**), en el de las mujeres. En ella maduran los órganos sexuales.

La **adolescencia** es la etapa en la que tienen lugar muchos cambios físicos y psíquicos que preparan al individuo para ir desarrollando su sexualidad plena y para reproducirse.

A partir de los 50 años se producen una serie de cambios físicos y psicológicos que en las mujeres se denomina **menopausia** y en los hombres, **andropenia**.

ACTIVIDADES

- 2.1. Completa las siguientes frases con estas palabras: *menarquia*, *espermaquia*, *pubertad*, *menopausia*, *adolescencia*, *andropenia*.

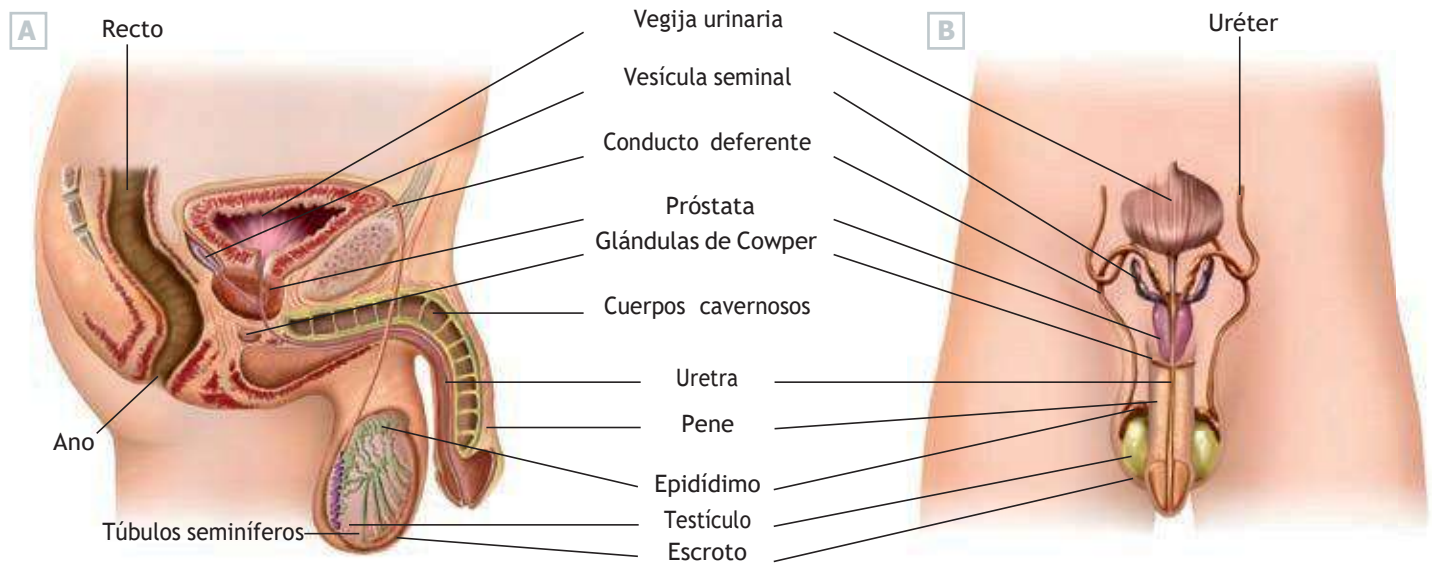
Las primeras eyaculaciones en los chicos tienen lugar en la _____ y se denominan _____. En la _____ se producen muchos cambios físicos y psíquicos. A partir de los 50 años tiene lugar la _____ en las mujeres y la _____ en los hombres.

- 2.2. Observa la gráfica superior y contesta las siguientes preguntas:

- ¿A qué edad se producen la menarquia y la espermaquia?
- ¿Entre qué edades se desarrolla la vida reproductora de las mujeres?
- ¿Qué tiene lugar en los hombres en torno a los 50 años?
- ¿Y en las mujeres?
- ¿Quién tiene una vida reproductora más larga, los hombres o las mujeres?

3. EL APARATO REPRODUCTOR MASCULINO

El aparato reproductor masculino está constituido por los testículos, el pene, las vías reproductoras y las glándulas anejas.



Aparato reproductor masculino. Vista lateral (A) y vista frontal (B).

Los **testículos** son las gónadas productoras de gametos masculinos o espermatozoides. Están situados fuera de la cavidad abdominal y se encuentran cubiertos por un repliegue de la piel denominado **escroto**.

Las **vías reproductoras** son los conductos que recogen los espermatozoides y los transportan al exterior. Son el epidídimo, el conducto deferente y la uretra.

El **pene** es el órgano copulador masculino, que en su parte final forma el **glante**, el cual está recubierto por un repliegue de la piel llamado **prepucio**, y las **glándulas anejas**, que secretan sustancias que se mezclan con los espermatozoides, producidos en los testículos, para constituir el **semen** o facilitar la penetración en el coito: son las vesículas seminales, la próstata y las glándulas de Cowper.

ACTIVIDADES

3.1. Une cada órgano con la función que realiza:

Pene	Produce los espermatozoides
Testículo	Es la parte final del pene
Próstata	Introduce los espermatozoides en la vagina
Glante	Produce un líquido que forma el semen
Prepucio	Repliegue de piel que cubre el glante

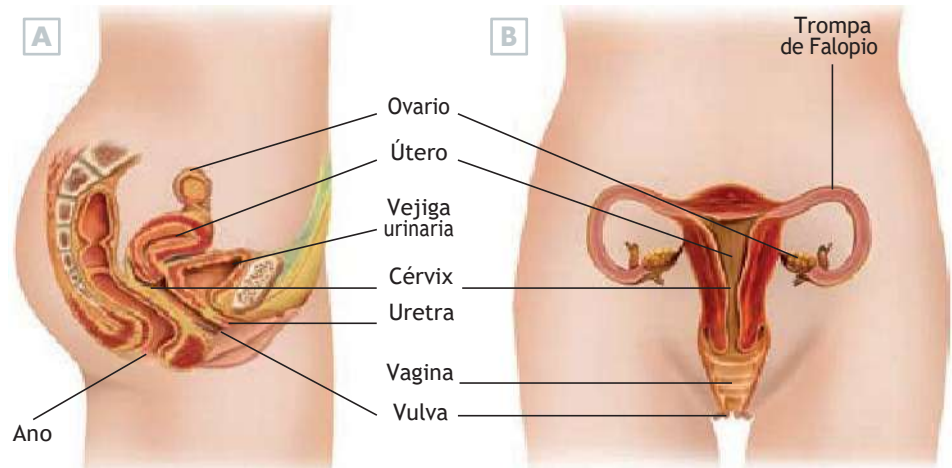
3.2. Pon nombre a las estructuras:

a) Gónadas productoras de gametos masculinos:

b) Conductos que recogen los espermatozoides y los transportan al exterior:

4. EL APARATO REPRODUCTOR FEMENINO

El aparato reproductor femenino está constituido por los ovarios y las llamadas vías reproductoras: las trompas de Falopio, el útero, la vagina y la vulva.



Aparato reproductor femenino. Vista lateral (A) y vista frontal (B).

Los **ovarios** son las gónadas del aparato reproductor femenino donde se producen los gametos femeninos u **óvulos**. Los ovarios son dos órganos del tamaño y la forma de una almendra, que se alojan en la cavidad abdominal. Además producen hormonas sexuales femeninas, **estrógenos** y **progesterona**, fundamentales para el correcto desarrollo sexual de la mujer, así como para el proceso reproductivo.

Las **vías reproductoras** son los conductos que intervienen en los procesos de fecundación y de gestación, y son las **trompas de Falopio**, tubos que van desde los ovarios al útero en los que se produce la fecundación, **el útero o matriz**, donde se aloja el embrión y se desarrolla, **la vagina**, cavidad donde se depositan los espermatozoides tras el coito, y **la vulva**, que es el órgano genital externo.

ACTIVIDADES

4.1. Une cada órgano con la función que realiza:

Ovario	Órgano genital externo
Útero	Cavidad donde se depositan los espermatozoides
Vulva	Gónada femenina
Vagina	Órgano donde se desarrolla el embrión
Trompa de Falopio	Conducto donde se produce la fecundación

4.2. Busca cinco palabras relacionadas con el aparato reproductor femenino:

E	T	O	V	U	L	O	S	N	M
A	D	E	4	O	D	C	G	U	O
A	N	I	G	A	V	U	R	H	R
A	D	F	R	Y	U	A	P	P	E
H	C	V	N	O	L	I	R	U	T
A	E	R	T	I	V	T	P	I	U
C	V	C	S	E	A	R	J	A	O

5. ETAPAS DE LA REPRODUCCIÓN (I)

En la reproducción humana podemos diferenciar una serie de etapas:

La **gametogénesis**: La formación de los óvulos se denomina **ovogénesis** y la de los espermatozoides, **espermatoogénesis**.

La ovogénesis es un proceso cíclico que va acompañado de cambios, también cíclicos, de la mucosa del útero. De ahí que se distinga entre **ciclo ovárico** y **ciclouterino**.

■ El **ciclo ovárico** consiste en la formación de un óvulo cada 28 días y está regulado por hormonas

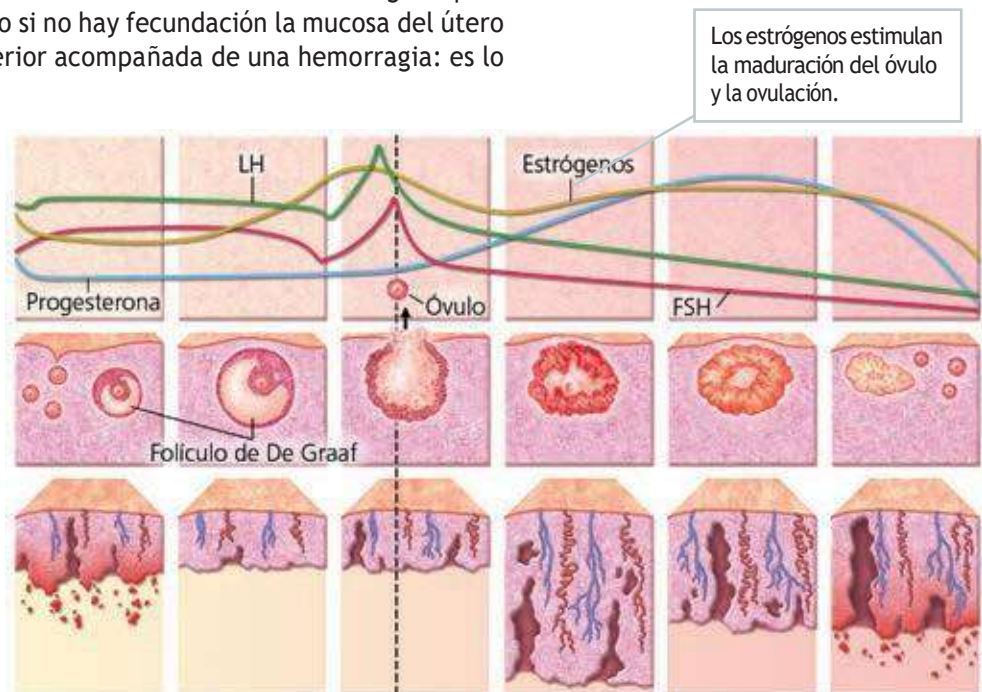
■ El **ciclo uterino** o **menstrual** son las modificaciones que sufre el útero para alojar un embrión y favorecer su desarrollo. La mucosa del útero se engrosa para alojar en su interior el embrión, pero si no hay fecundación la mucosa del útero se desprende y es expulsada al exterior acompañada de una hemorragia: es lo que se llama **menstruación**.

Concentración de hormonas sexuales e hipofisarias en la sangre.

Etapas de la maduración del óvulo.

Variaciones en el grosor de la mucosa uterina por efecto de la progesterona.

Ciclos ovárico y menstrual.



ACTIVIDADES

5.1. ¿Cómo se llama el proceso de formación de los gametos? ¿Y el de formación de gametos femeninos? ¿Y el de gametos masculinos?

5.2. Completa las frases:

Cada 28 días se produce en los _____ la maduración de un _____ o gameto femenino.

Si se produce la _____, es decir, la unión con el gameto masculino o _____,

se forma la primera célula del nuevo ser o _____, que comienza su desarrollo en el interior del _____.

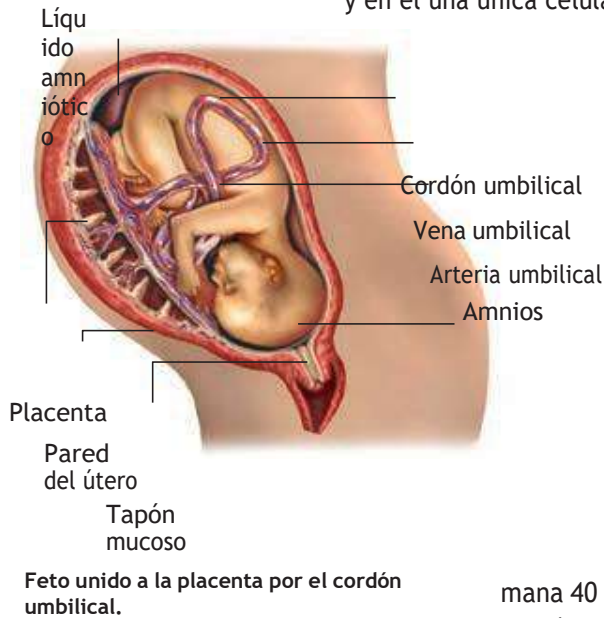
Si no se produce la fecundación, la mucosa del _____ se desprende y sale al exterior junto con una hemorragia en lo que

se llama _____

6. ETAPAS DE LA REPRODUCCIÓN (II)

La **fecundación** es la unión entre el óvulo y el espermatozoide que tiene lugar en las trompas de Falopio, se debe producir en las 48 horas tras la ovulación, ya que después el óvulo muere.

La **gestación** es el tiempo comprendido entre la fecundación y el parto. Dura unos nueve meses, y en él una única célula, el cigoto, se convierte



en un ser humano formado por unos 100 billones de células, especializadas para originar los distintos tejidos y órganos.

Durante las primeras semanas, la masa celular que se desarrolla en el útero se denomina **embrión**. Cuando adquiere forma humana, se le denomina **feto**. El embrión y, posteriormente, el feto, se desarrolla en el interior de una membrana llamada **amnios**, sumergido en el **líquido amniótico**, que lo protege de golpes y de presiones externas.

El embrión se nutre a través de la **placenta**, un órgano membranoso que se desarrolla en el segundo mes de gestación. La unión entre el feto y la placenta se realiza mediante el **cordón umbilical**.

El **parto** es la salida al exterior del feto, que sucede después de la semana 40 de la gestación. Tiene tres etapas: la **dilatación** del cuello del útero, que termina con la **rotura de aguas** o salida del líquido amniótico; la expulsión del feto; y el **alumbramiento** o salida de la placenta.

ACTIVIDADES

6.1. Indica qué frases son verdaderas:

- La fecundación es la unión entre el óvulo y el espermatozoide, que tiene lugar en el útero:
- La fecundación es la unión entre el óvulo y el espermatozoide, que tiene lugar en las trompas de Falopio:
- La gestación es el tiempo comprendido entre la fecundación y el parto:
- La rotura de aguas es la salida del líquido amniótico:
- El alumbramiento es la salida del feto al exterior:
- El parto es la salida al exterior del feto:
- La dilatación del cuello del útero es la primera etapa del parto:

6.2. Une los términos relacionados:

Embrión	Membrana que rodea el feto
Feto	Líquido en el que está sumergido el feto
Amnios	Cordón que une el feto a la placenta
Líquido amniótico	Órgano membranoso que nutre al feto
Placenta	Embrión con forma humana
Cordón umbilical	Masa celular que se desarrolla en el útero

7. LOS MÉTODOS ANTICONCEPTIVOS

La maternidad y la paternidad deben ser actos voluntarios y responsables, y por ello deben producirse en el momento adecuado. Los **métodos anticonceptivos** se utilizan desde la antigüedad y permiten mantener relaciones sexuales eliminando o reduciendo el riesgo de embarazo. Los métodos anticonceptivos se pueden clasificar en dos grupos: naturales y artificiales:

- **Métodos anticonceptivos naturales.** Se basan en el cálculo del **período fértil** del ciclo menstrual, es decir, del momento de la ovulación, con el fin de evitar el coito en esos días. Presentan el inconveniente de que son poco seguros y no ofrecen protección alguna contra las enfermedades de transmisión sexual. Podemos destacar dos de ellos: el método **Ogino** y el **Coitus interruptus**.
- **Métodos anticonceptivos artificiales.** Son de tres tipos: **anticonceptivos de barrera**, que impiden mecánicamente la llegada de los espermatozoides al óvulo, como el preservativo, el diafragma o el DIU (dispositivo intrauterino), **anticonceptivos químicos**, que utilizan productos químicos, como los espermicidas, la píldora o la píldora del día siguiente, y los **anticonceptivos quirúrgicos**, como la ligadura de trompas o la vasectomía.

Solo los preservativos impiden el contagio de enfermedades de transmisión sexual.

ACTIVIDADES

7.1. Completa la siguiente tabla:

Método anticonceptivo	Natural	Artificial de barrera, químico o quirúrgico
Preservativo		
Método Ogino		
Píldora anticonceptiva		
<i>Coitus interruptus</i>		
DIU		
Ligadura de trompas		

7.2. ¿En qué se basan los métodos anticonceptivos naturales? ¿Por qué no son recomendables?

7.3. ¿Qué método es el único que ofrece protección frente a las enfermedades de transmisión sexual?

8. LA REPRODUCCIÓN ASISTIDA

La **esterilidad** o **infertilidad** es la dificultad para reproducirse de forma natural.

Las **técnicas de reproducción asistida** permiten solucionar muchos problemas de infertilidad. Las principales técnicas de reproducción asistida son:

■ **Inseminación artificial.** Los espermatozoides se introducen en el útero con una jeringuilla, durante el período cercano a la ovulación. El semen puede proceder de la pareja de la mujer o bien de un **banco de semen**.

■ **Fecundación *in vitro*.** La fecundación se realiza fuera del cuerpo de la mujer.

El procedimiento consiste en extraer varios óvulos y ponerlos en contacto con los espermatozoides. Una vez producida la fecundación, el cigoto comienza a desarrollarse y, cuando alcanza el estado de blástula, se implanta en el útero.



Mecanismo básico de la fecundación *in vitro*.

ACTIVIDADES

8.1. ¿Qué es la esterilidad?

8.2. Ordena las siguientes palabras para que formen una frase:

de infertilidad. de reproducción asistida problemas Las técnicas solucionar permiten muchos

8.3. Completa las siguientes frases utilizando estas palabras:

útero, fecundación, fecundación in vitro, óvulos, espermatozoides, cigoto.

En la _____ la fecundación se realiza fuera del cuerpo de la mujer.

El procedimiento consiste en extraer varios _____ y ponerlos en contacto con los _____.

Tras la _____, el _____ comienza a desarrollarse y, cuando alcanza el estado de blástula, se implanta en el _____.

9. HÁBITOS SALUDABLES. ENFERMEDADES DE TRANSMISIÓN SEXUAL

Para tener una vida sexual y un aparato reproductor sanos puedes adoptar estos hábitos:

- Conoce, acepta y valora tu propio cuerpo.
- Respeta a todas las personas independientemente de su orientación sexual. Cuida al máximo la higiene diaria de tus órganos sexuales externos.
- Examina tus órganos sexuales periódicamente para detectar posibles alteraciones.
- Infórmate sobre los modos de transmisión, síntomas y consecuencias de las enfermedades de transmisión sexual (ETS).
- Utiliza preservativos.

Son **enfermedades de transmisión sexual** aquellas que se transmiten por prácticas sexuales o por contacto con secreciones como el semen o el flujo vaginal. Las más comunes son sífilis, gonorrea, hepatitis B, herpes genital y hongos genitales.

ACTIVIDADES

9.1. Nombra cuatro hábitos saludables para conservar una buena salud del aparato reproductor.

9.2. Busca información y explica en qué consisten los hongos genitales: su causa, sus síntomas y cómo se transmiten.

9.3. Busca el nombre de cuatro enfermedades de transmisión sexual (ETS):

S	I	F	I	L	I	S	O	N	O
A	S	R	T	D	H	O	N	G	M
B	E	H	O	N	G	O	S	I	B
H	E	P	A	T	I	T	I	S	U
R	E	R	S	E	P	R	E	H	C

9.4. Di si son verdaderas o falsas las siguientes frases:

- a) Son enfermedades de transmisión sexual aquellas que se transmiten por prácticas sexuales o por contacto con secreciones como el semen o el flujo vaginal.
- b) La sangre no puede ser una vía de contagio de diversas enfermedades, como el SIDA o la hepatitis B.
- c) Son enfermedades de transmisión sexual aquellas que se transmiten por convivir con personas afectadas.

TEMA 10. Lenguaje algebraico. Ecuaciones lineales.

ÍNDICE

- 1) Ecuaciones de primer grado.
 - 1.1. Pasos para resolver una ecuación de primer grado
 - 1.2. El lenguaje algebraico
 - 1.3. Resolución de problemas mediante ecuaciones
 - 2) Identidades notables
 - 2.1. Cuadrado de la suma
 - 2.2. Cuadrado de la diferencia
 - 2.3. Suma por diferencia
 - 3) Representación gráfica
 - 3.1. Ejes de coordenadas cartesianas
 - 3.2. Representación en un sistema de ejes de coordenadas
 - 3.3. Representación gráfica de una tabla de valores
-

Introducción.

Ya sabemos que una **expresión algebraica** es aquella en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones para reflejar, de forma generalizada, la relación que existe entre varias magnitudes y poder así realizar un cálculo de esa relación en función de los valores que tomen las diferentes magnitudes. Observa los siguientes ejemplos de expresiones algebraicas:

Diferencia de dos números: $a - b$

Doble de un número menos triple de otro: $2x - 3y$

Suma de varias potencias de un número: $x^4 + x^3 + x^2 +$

x Actividad 1

Ten en cuenta que una expresión algebraica es como una máquina de fabricar valores. Para cada número que se introduce, "fabrica" un valor numérico diferente. Por lo tanto el **valor numérico** depende del valor que asignemos a las letras en cada momento.

¿Cuál será el valor numérico de la expresión algebraica siguiente cuando le asignamos a la x los valores 10 y -2?

$$\underline{2x^2 + 6x + 21}$$

Actividad 2

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$$x^2 - 4x + 2 \text{ para } x = -1$$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

Actividad 3

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$$-3x^2 + xy - 2y \text{ para } x = -1, y = 3$$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

1) Ecuaciones de primer grado.

Recuerda que no siempre se conoce el valor de todos los elementos de una igualdad. Cuando eso ocurre se nos origina una **ecuación**, que es una igualdad con números y letras que expresa una condición que deben cumplir esas letras para ser cierta. A las letras que aparecen en la ecuación se les llama **incógnitas**.

Las ecuaciones con una sola letra con exponente 1 se conocen como ecuaciones de primer grado.

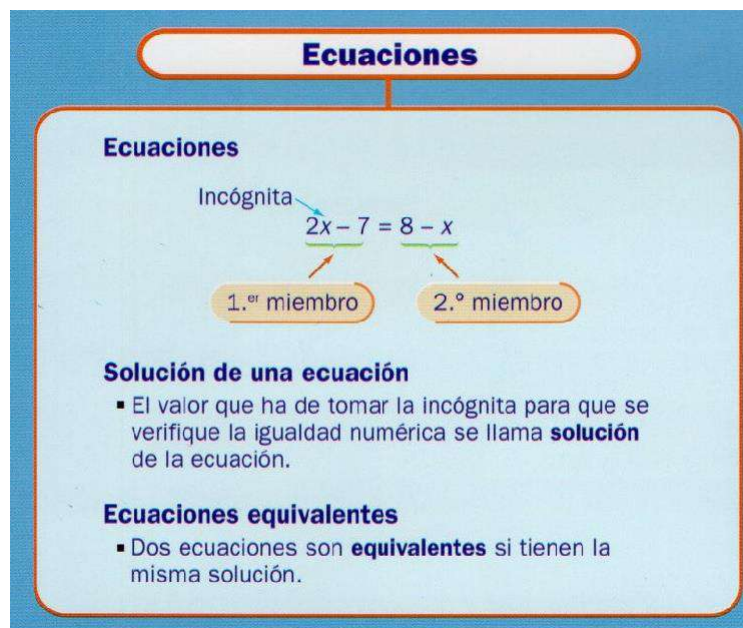


Imagen nº 1: Elementos ecuaciones

1.1. Pasos para resolver una ecuación de primer grado

1- Eliminación de denominadores:

Si existen denominadores se eliminarán aplicando el procedimiento del mínimo común múltiplo (m.c.m). Es decir, se halla el mínimo común múltiplo de todos los denominadores y éste se divide entre cada denominador antiguo, multiplicando después ese resultado por su respectivo numerador.

$$\begin{array}{r} x \quad 5 \quad x \\ 4 + 2 - 6 = 5 \end{array}$$

Calculamos el m.c.m de los denominadores (2, 4 y 6), cuyo valor es 12. Ahora multiplicamos todos los numeradores por el m.c.m.

$$\frac{12x}{4} + \frac{12 \cdot 5}{2} - \frac{12x}{6} = 12 \cdot 5$$

A continuación quitamos los denominadores realizando las divisiones:

$$3x+30-2x=60$$

Una vez eliminados los denominadores, se continúa con los siguientes pasos.

2- Eliminación de paréntesis:

Si existen paréntesis se opera para eliminarlos, teniendo buen cuidado de ir multiplicando los signos correspondientes. Para ello hay que tener en cuenta las reglas de los signos para la multiplicación:

$$(+)\cdot(+)=(+)$$

$$(-)\cdot(-)=(+)$$

$$(+)\cdot(-)=(-)$$

$$(-)\cdot(+)=(-)$$

Ejemplo:

$$9(x-5)-1(x-5)=4(x-1)$$

Se quitan los paréntesis: $9x-45-x+5=4x-4$

3- Trasposición de términos:

Se adopta el criterio de dejar en un miembro los términos que posean la incógnita y se pasan al otro miembro los demás. La trasposición de términos se rige por:

- Regla de la suma: si se suma o se resta a los dos miembros de una ecuación el mismo número, se obtiene una ecuación equivalente.

Esta regla de la suma se entiende más fácilmente diciendo "lo que está en un miembro sumando, pasa al otro miembro restando y viceversa".

- Regla del producto: si se multiplica o divide los dos miembros de una ecuación por un mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.

Al igual que antes, la regla del producto se aplica directamente al decir "lo que está en un miembro multiplicando, pasa al otro miembro dividiendo y viceversa"

Si continuamos con el ejemplo anterior:

$$9x - 45 - x + 5 = 4x - 4$$

Agrupo los términos con x en el primer miembro y los términos independientes (sin x) en el segundo:

$$9x - x - 4x = 45 - 5 - 4$$

4- Simplificamos:

Reduzco términos semejantes haciendo las operaciones con los términos:

$$8x - 4x = 40 - 4$$

$$4x = 36$$

5- Despejamos la incognita:

Como el 4 está multiplicando a x, pasa al otro miembro dividiendo:

$$x = \frac{36}{4} = 9$$

4

Ejemplos de resolución de ecuaciones:

a) $3x - 4 = 24 - x$

Agrupo las x en el primer miembro y los números en el segundo:

$$3x + x = 24 + 4$$

Reduzco los términos y despejo la incógnita:

$$4x = 28$$

$$x = \frac{28}{4} = 7$$

4

b) $3 * (x-7) = 5 * (x-1) - 4x$

Primero eliminamos paréntesis:

$$3x - 21 = 5x - 5 - 4x$$

Agrupamos las x en el primer miembro y los números en el segundo:

$$3x - 5x + 4x = 21 - 5$$

Reduzco términos y despejo la incógnita:

$$2x = 16 \quad x = 16 : 2 = 8$$

$$c) \frac{7+x}{3} = -\frac{x-2}{6}$$

Primero hallamos el m.c.m. de los denominadores $(6,3) = 6$

Ahora multiplicamos los numeradores por el valor del m.c.m., poniendo paréntesis si es necesario y teniendo cuidado con los signos:

$$\frac{6 * (7 + x)}{3} = -\frac{6 * (x - 2)}{6}$$

Quitamos los paréntesis y realizamos la división, eliminando así los denominadores:

$$\frac{42 + 6x}{3} = -\frac{6x - 12}{6}$$

$$14 + 2x = -x + 2$$

Ahora agrupamos y despejamos la incógnita:

$$2x + x = -14 + 2$$

$$3x = -12$$

$$x = -\frac{12}{3} = -4$$

1.2. El Lenguaje algebraico

La parte realmente práctica de todos los contenidos estudiados hasta ahora, consiste en traducir problemas de la vida cotidiana a un lenguaje matemático para poder resolverlos. En general llamamos incógnita a la cantidad que desconocemos y que es objeto de cálculo y la identificamos habitualmente con la letra "x" (aunque puede utilizarse cualquier letra).

Ejemplos:

El doble de un número: $2x$

La mitad de un número: $\frac{a}{2}$

El doble de un número más ese mismo número: $2x + x$

El triple de un número menos la cuarta parte de otro número: $3x - \frac{y}{4}$

Actividad 4

Expresa en lenguaje algebraico las siguientes expresiones. El cuadrado de un número.

- El cuadrado de un número.
- El cubo de un número más el doble del mismo número.
- Un número par.
- Un número impar.
- Dos números enteros consecutivos.

1.3. Resolución de problemas mediante ecuaciones

Para resolver problemas mediante ecuaciones es conveniente seguir los siguientes pasos:

- 1- **Leemos el enunciado con atención.**
- 2- **Expresamos la información en lenguaje algebraico.**
- 3- **Planteamos la ecuación.**
- 4- **Resolvemos la ecuación.**
- 5- **Comprobamos el resultado.**

Ejemplo resuelto: Pedro tiene 14 años, y su hermana Ana 2. ¿Cuántos años deben de transcurrir para que la edad de Pedro sea el triple que la de su hermana Ana?

- Leemos el problema con atención e interpretamos la información.
- Expresamos la información en lenguaje algebraico:

Años que tienen que pasar: x

Edad de Pedro dentro de x años: $14 + x$

Edad de Ana dentro de x años: $2 + x$

- Planteamos la ecuación:

$$14 + x = 3(2 + x)$$

- Resolvemos la ecuación:

$$14 + x = 6 + 3x \Rightarrow 14 - 6 = 3x - x \Rightarrow 8 = 2x \Rightarrow x = 4$$

- Comprobamos que el resultado sea correcto:

$$14 + 4 = 3(2 + 4) \Rightarrow 18 = 3(6) \Rightarrow 18 = 18$$

2. Identidades notables

Denominamos **Identidades o igualdades notables** a diversas expresiones algebraicas que aparecen con frecuencia en el álgebra. El conocimiento de estas expresiones nos permitirá resolver diversos problemas de una forma mucho más rápida y eficaz.

De entre todas las igualdades notables destacamos tres: Cuadrado de la suma, cuadrado de la diferencia y suma por diferencia.

2.1. Cuadrado de la suma

El **cuadrado de la suma** de dos monomios a y b , es igual al cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo monomio.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

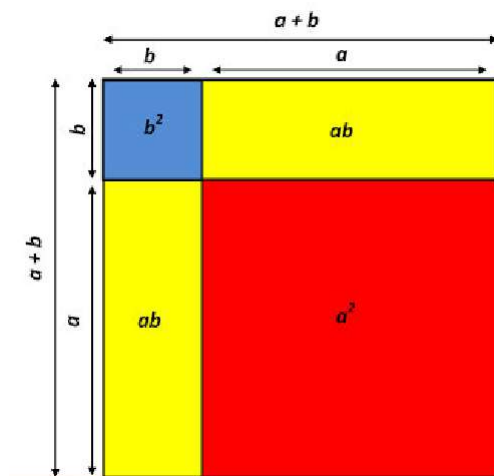


Imagen nº 2: Cuadrado de la suma. Autor: Almudena Casares
Fuente: [Matemáticas Almudena http://matematicas-almudena.blogspot.com.es/](http://matematicas-almudena.blogspot.com.es/)
Licencia: Desconocida

2.2. Cuadrado de la diferencia

El **cuadrado de la diferencia** de dos monomios a y b , es igual al cuadrado del primero, menos el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

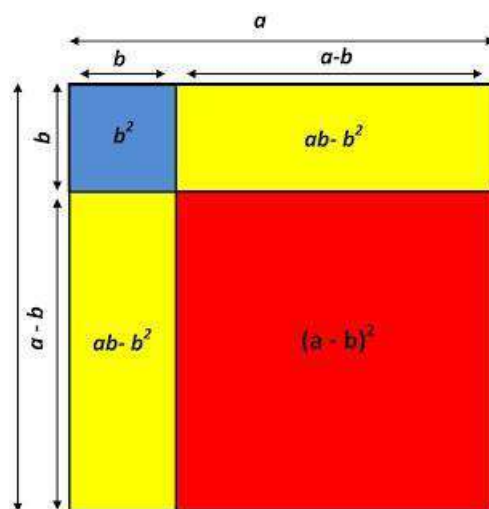


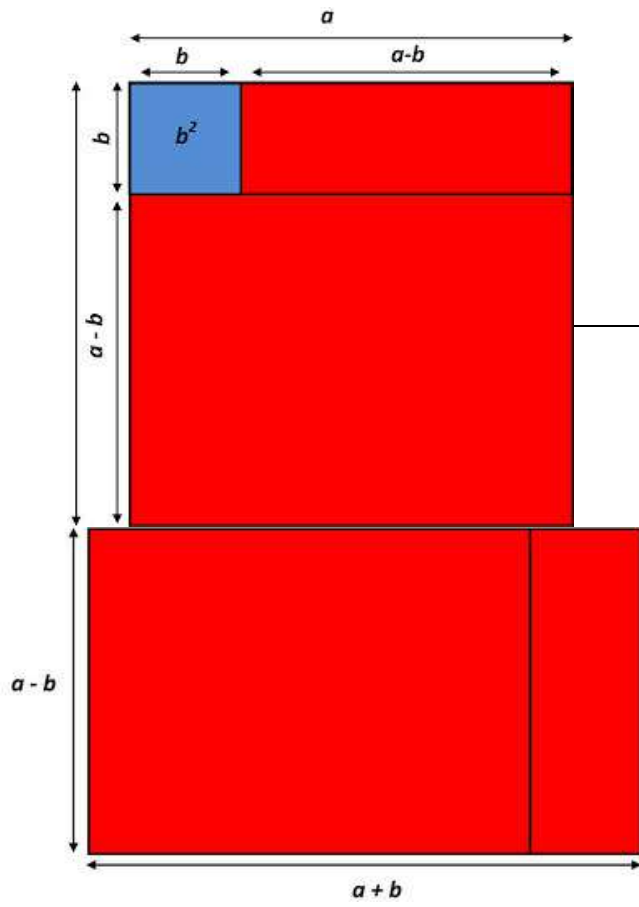
Imagen nº 3. Autor: Almudena Casares
Fuente: [Matemáticas Almudena http://xn--matemicas-almudena-uub.blogspot.com.es/](http://xn--matemicas-almudena-uub.blogspot.com.es/)
Licencia: Desco

2.3. Suma por diferencia

La **suma de un monomio por su diferencia** es igual al cuadrado del primer monomio menos el cuadrado del segundo.

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Imagen 4 y 5. Autor: Almudena Casares
Fuente: [Matemáticas Almudena http://matematicas-almudena.blogspot.com/es/](http://matematicas-almudena.blogspot.com.es/)
Licencia: desconocida



Actividad 5

Desarrolla las siguientes identidades notables y compruébalas:

- a. $(x + 1)^2$
- b. $(-2 + y)^2$
- c. $(1 - p) \cdot (1 + p)$

Bloque 6. Tema 11.

Estudio elemental del movimiento y las fuerzas

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.

1) CONCEPTO DE FUERZA.

- 1.1. Efectos de las Fuerzas.
- 1.2. Velocidad y Aceleración.
 - 1.2.1. Velocidad.
 - 1.2.2. Aceleración.
- 1.3. Deformación.

2) PRINCIPALES FUERZAS DE LA NATURALEZA.

- 2.1. Fuerza Gravitatoria.
- 2.2. Fuerza de Rozamiento.
- 2.3. Fuerza Eléctrica y Magnética.

3) ELECTRICIDAD.

- 3.1. Conceptos eléctricos.
 - 3.1.1. Tensión, Voltaje o Diferencia de Potencial
 - 3.1.2. Intensidad de corriente.
 - 3.1.3. Resistencia Eléctrica.
- 3.2. Circuitos eléctricos. Ley de Ohm.
 - 3.2.1. Ley de Ohm.
- 3.3. Dispositivos eléctricos frecuentes.

INTRODUCCIÓN

¿Por qué si golpeamos un balón se mueve?; ¿Qué ocurre si lanzamos una moneda al aire?; ¿Por qué es más fácil mover un armario con una carretilla que arrastrarlo?; ¿Cuál es la razón para que al apretar un trozo de plastilina cambie de forma?;

¿Te has hecho alguna vez estas preguntas?

Comprender lo que es una fuerza nos permitirá contestarlas, pues comprender qué es una fuerza conlleva saber por qué se mueven las cosas, aunque las fuerzas también pueden provocar otros efectos. Intuitivamente habrás experimentado muchos de sus efectos en tu vida diaria, pues cubren todo un abanico de intensidades que van desde un terremoto hasta un parpadeo.

Por último, hablaremos de las principales fuerzas presentes en la naturaleza, las cuales experimentamos de forma continua a lo largo de nuestra vida sin que nos demos cuenta, pero cuyo conocimiento es necesario para entender muchas de las situaciones cotidianas de nuestro día a día. Estas fuerzas son la fuerza gravitatoria, la fuerza de rozamiento y la fuerza eléctrica, cuya importancia en la sociedad del siglo XXI merece de un apartado propio.

Ejercicio 1

En unas rebajas, dos personas intentan arrebatarse mutuamente un jersey que ambas sujetan, ¿Cuál de las dos logrará su objetivo?

a) La que tenga más edad
b) La que tenga peor carácter
c) La que tire con más fuerza

1) CONCEPTO DE FUERZA

Para la Física, la fuerza es **cualquier acción, esfuerzo o influencia que puede alterar el estado de movimiento o de reposo de cualquier cuerpo**. La unidad de medida de las fuerzas en el Sistema internacional es el **Newton**, que se representa mediante una **N**.

El primer físico en describir el concepto de fuerza fue **Arquímedes**, aunque sólo lo hizo en términos estáticos (deformación). **Galileo Galilei** le otorgó la definición dinámica (movimiento), mientras que **Isaac Newton** fue quien formuló la definición moderna de fuerza de forma matemática.

Según esta definición matemática que hace la física, la fuerza es el resultado de multiplicar la masa un cuerpo por su aceleración:

$$\text{Fuerza} = \text{masa} \cdot \text{aceleración}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$$

Isaac Newton: Padre de la Física

Isaac Newton (Woolsthorpe, Lincolnshire, 1642 - Londres, 1727) fue un prolífico científico inglés que destacó en Matemáticas, Filosofía, Teología, pero sobre todo en Física.

Se le considera el fundador de la física clásica, que mantendría plena vigencia hasta los tiempos de Einstein, y su obra representa la culminación de la revolución científica iniciada un siglo antes por Copérnico.

Pero su lugar en la historia de la ciencia se lo debe sobre todo a su refundación de la mecánica, pues formuló rigurosamente las tres leyes fundamentales del movimiento, hoy llamadas **Leyes de Newton**:

- 1) **La primera ley o ley de la inercia:** Todo cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme si no actúa sobre él ninguna fuerza.
- 2) **La segunda o principio fundamental de la dinámica:** La aceleración que experimenta un cuerpo es igual a la fuerza ejercida sobre él dividida por su masa.
- 3) **La tercera o ley de acción y reacción:** Explica que por cada fuerza o acción ejercida sobre un cuerpo existe una reacción igual de sentido contrario.

De estas tres leyes dedujo una cuarta: **la ley de la gravedad o ley de gravitación universal**, que según la leyenda le fue sugerida por la observación de la caída de una manzana del árbol y que explicaba con total exactitud las órbitas de los planetas, logrando así la unificación de la mecánica terrestre y celeste.

Ejercicios resueltos

Ejemplo 1

Sobre un cuerpo de 15 Kg de masa actúa una fuerza de 7N, ¿cuál es la aceleración producida?

Acudiendo a la fórmula $F = m \cdot a$ y despejando de ella la aceleración queda: $F / m = a$, por lo tanto aplicándolo a este problema tendremos:

$$a = \frac{7}{15} = 0,46m/segundo$$

Ejemplo 2

Una fuerza de 120 N produce una aceleración de 2 m/s². Calcula la masa del cuerpo sobre la que ha actuado la fuerza.

Volviendo a aplicar la formula $F = m \cdot a$ y despejando en el caso de la masa, $F / a = m$

$$m = \frac{120}{2} = 60$$

Ejemplo 3

Sobre un cuerpo de 100 gramos de masa se ejerce una fuerza de 0,5 N. Calcula su aceleración.

Puesto que tenemos que trabajar con unidades del Sistema Internacional, antes de iniciar ninguna operación, deberemos transformar los gramos en kilogramos, es decir.

$$100 \text{ gramos} = 0,1 \text{ Kg}$$

Después usando la fórmula del segundo principio de Newton, y despejando la aceleración:

$$\frac{0,5}{0,1} = 5 \text{ m/s}^2$$

1.1) EFECTOS DE LAS FUERZAS

La **Dinámica** es la parte de la Física que se encarga de estudiar las causas que provocan los movimientos y las deformaciones de los cuerpos, es decir, las fuerzas y sus efectos.

El efecto que produzca una fuerza sobre un cuerpo puede ser:

- Modificación en el estado del **movimiento** del cuerpo: una pelota viene rodando en una dirección y alguien la golpea en sentido contrario.
- Modificación en su **velocidad**: alguien empuja una hamaca hacia atrás para que al lanzarla aumente su velocidad.
- Modificación en la **forma** del cuerpo: la masa de pizza al ser amasada cambia su forma.

Cuando las fuerzas provocan cambios en el movimiento o la velocidad de los cuerpos hablamos del efecto dinámico de las fuerzas. Del estudio del movimiento de los cuerpos se encarga una parte de la Física que llamamos Cinemática y para ello debemos de conocer las magnitudes que lo definen como son el espacio, el tiempo, la velocidad y la aceleración.

Cuando lo que provocan es un cambio en su forma hablamos de los efectos estáticos de las fuerzas.

Para saber más

Una **Magnitud Física** es todo aquello que se puede medir como el tiempo, la masa, la distancia, etc. Por el contrario hay otras cosas que no podemos medirlas tales que el color, el olor, etc.

Por lo tanto, todo aquello que se puede medir es una magnitud física y las podemos clasificar en dos tipos:

- **Magnitudes Fundamentales:** Son aquellas magnitudes que se definen por sí mismas como la masa, la distancia, el tiempo, etc.
- **Magnitudes Derivadas:** Son aquellas magnitudes que se definen a partir de las magnitudes fundamentales, es decir necesitan de otras magnitudes para poder conocer su valor como la velocidad, densidad, aceleración, etc.

Llamamos **Unidad de medida o unidad** a una cantidad que se elige para comparar con ella cualquier cantidad de la misma magnitud, es decir, es en lo que se expresa la magnitud. Todas las magnitudes físicas tienen muchas unidades con las cuales se pueden expresar. Aquella unidad que se ha cogido como más representativa, se le llama unidad fundamental y debe de ser fija, constante, no puede variar con el tiempo.

Las principales magnitudes que utilizaremos y sus unidades más habituales son:

Magnitudes	Unidad Fundamental	Símbolo	Unidades derivadas
<i>Longitud</i>	Metro	m	Kilómetro, centímetro,...
<i>Tiempo</i>	Segundo	s	hora, día, año,...
<i>Velocidad</i>	Metro por segundo	m/s	Kilómetros por hora,...
<i>Masa</i>	kilogramo	kg	gramo, tonelada, etc
<i>Aceleración</i>	metros por segundo cuadrado	m/s ²	

Ejercicio 2

De las siguientes magnitudes, indica cuales son fundamentales y cuales son derivadas:

Masa	Fuerza	Volumen	Longitud
Densidad	Intensidad de corriente	Tiempo	Presión
Temperatura	Velocidad	Aceleración	

1.2) VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Curiosidad

Una persona que está sentada en un tren que circula por las vías, ¿está en movimiento o no? Todo depende de que punto cojamos como referencia:

Si yo soy un viajero que está sentado junto a él en el tren, esa persona no está en movimiento, ya que no cambia de posición con respecto al punto de referencia que soy yo; siempre está a la misma distancia de mí.

En cambio, si estoy situado en un banco de la estación cuando pasa el tren, sí está en movimiento, ya que cambia de posición; no estamos siempre a la misma distancia, sino que esta va aumentando.

Como acabamos de ver, decimos que un cuerpo está en movimiento cuando cambia de posición con respecto a un punto de referencia y por tanto va cambiando su distancia con respecto a ese punto de referencia. En este apartado hablaremos de dos magnitudes íntimamente ligadas al movimiento de los cuerpos como son la **velocidad** y la **aceleración**.

Para poder comprender estos conceptos, necesitamos conocer previamente algunas características de cualquier movimiento:

- **Trayectoria:** Es la sucesión de puntos por donde pasa un cuerpo en movimiento. Hay dos tipos de movimientos según sea su trayectoria :
 - 1) Rectilíneo: cuando su trayectoria es una línea recta.
 - 2) Curvilíneo: cuando su trayectoria una línea curva.
- **Distancia:** denominamos así al espacio que ha recorrido el objeto en movimiento, lo representamos con la letra e. Es una magnitud que medimos en metros (m).
- **Tiempo:** Nos indica la duración o separación de dos acontecimientos y lo representamos con la letra t. Es un magnitud que medimos en segundos (s).

Ejercicio 3

Relacionar los movimientos que realizan los cuerpos citados debajo con su correspondiente trayectoria.

	TIPO DE TRAYECTORIA
a) Un cuerpo cae desde un tercer piso	
b) El extremo de las manecillas de un reloj	
c) Los planetas alrededor del Sol	
d) Una bala disparada por un fusil	

1.2.1) VELOCIDAD

La **velocidad** es una magnitud que identifica el desplazamiento de un cuerpo en un determinado tiempo. Podemos hablar de dos tipos de velocidad: Velocidad media y velocidad instantánea.

La **velocidad media** (V_m) mide en un intervalo de tiempo, la rapidez del desplazamiento de un cuerpo. Para calcularla tan solo tenemos que dividir la distancia recorrida por el cuerpo entre el tiempo que tarda en recorrer esa distancia:

$$V_m = \frac{e}{t}$$

La unidad de medida de la velocidad es el metro por segundo (m/s).

La **velocidad instantánea** es la velocidad que posee un cuerpo en un instante determinado y no en un periodo de tiempo.

Curiosidad

Para realizar cálculos con la velocidad, siempre debemos de conocer dos de sus tres parámetros (velocidad, distancia y tiempo) y despejar el tercero. De esta forma podemos encontrar otras dos ecuaciones que se derivan de la anterior:

$$e = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{e}{V}$$

Es muy importante que las tres magnitudes tengan las unidades “coincidentes” entre ellas.

Ejemplo:

Si un coche va a una velocidad de 25 m/s, calcula el espacio que recorrerá en 2 h.

$$e = v \cdot t \quad e = 25 \times 2 = 50?$$

El problema está mal resuelto, ya que tenemos dos unidades de tiempo que no coinciden. Por eso, lo que hay que hacer es pasar las horas a segundos o los m/s a Km/h.

$$\text{a) } 2 \text{ h} \times 3.600 \text{ s} = 7.200 \text{ s} \rightarrow e = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 7.200 \text{ s} = 180.000 \text{ m} = 180 \text{ km}$$

$$\text{b) } 25 \text{ m/s} \times 3.600 \text{ s} = 90.000 \text{ m/h} = 90 \text{ km/h}; \rightarrow e = 90 \times 2 = 180 \text{ km}$$

1.000 m cada km

Podemos utilizar las siguientes reducciones para pasar de m/s a km/h y viceversa:

$$\frac{3600 \text{ s/h}}{1000 \text{ m/km}} = 3,6$$

Ejemplo:

m/s a km/h: **multiplicando:** $25 \text{ m/s} \times 3,6 = 90 \text{ km/h}$

km/h a m/s: **dividiendo:** $\frac{90 \text{ km/h}}{3,6} = 25 \text{ m/s}$

Ejercicio 4

Una persona recorre un tramo de 600 metros a la misma velocidad, invirtiendo un tiempo de 10 minutos, después se detiene durante cinco minutos y luego vuelve a caminar, también a velocidad constante, recorriendo 240 metros en cuatro minutos. Calcula la velocidad en cada tramo del recorrido en metros /segundo.

Ejercicio 5

Un motorista sale de Toledo a las 3 horas y 30 minutos a una velocidad de 90 Km/h, si la distancia entre Madrid y Toledo es de 64 Km y mantiene su velocidad constante durante todo el camino, ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a Madrid? ¿A qué hora llegará?

Llamamos **Movimiento Rectilíneo Uniforme (m. r. u.)** a aquel cuya trayectoria es la línea recta y su velocidad permanece constante, es decir, no varía durante todo el recorrido. Estos movimientos los podemos estudiar gráficamente mediante el análisis de dos tipos de gráficas:

A) Gráfica espacio-tiempo (e - t):

En esta gráfica se representa el espacio (o distancia) en el eje vertical (eje y), mientras que en el eje horizontal (eje x) representamos el tiempo.

A partir de esta gráfica, podremos calcular distancias recorridas por el objeto y tiempo que tarda en recorrer una distancia.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta.
- Siempre pasa por el punto (0,0).
- La pendiente de la recta viene dada por la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad del móvil, mayor es la pendiente.

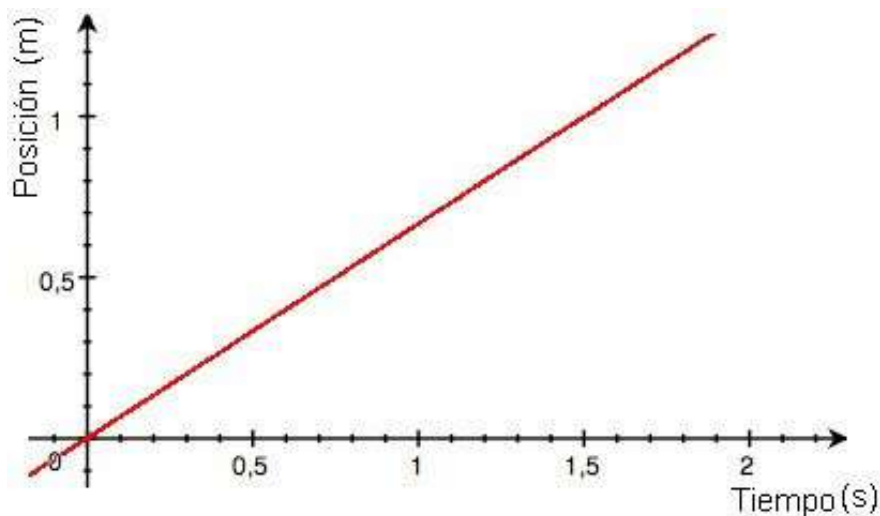


Imagen nº 1. Grafica Espacio-Tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikimedia Commons
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Grafico_pv_del_MRU.jpg

B) Gráfica velocidad-tiempo (v - t):

En esta gráfica se representa la velocidad en el eje vertical (eje y) y el tiempo en el eje horizontal (eje x). Como la velocidad permanece constante, no hace falta calcular valores, ya que para cualquier valor del tiempo la velocidad siempre vale lo mismo.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta, paralela al eje " x "
- La distancia de la recta al eje " x " depende de la velocidad, cuanto mayor sea la velocidad, mayor es la distancia.

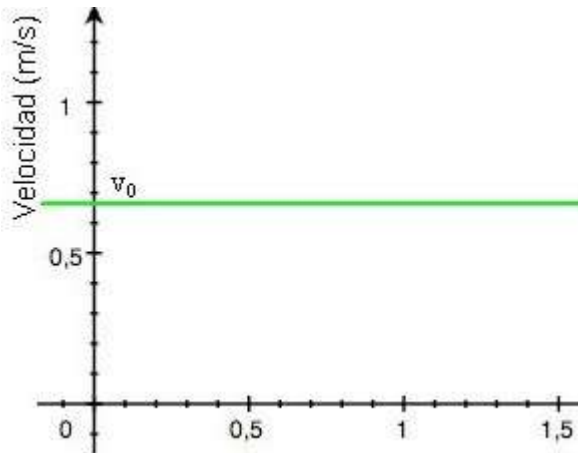


Imagen nº 2. Grafica Velocidad-Tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikicommons https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Grafico_pv_del_MRU.jpg

Ejercicio 6

Representa en los ejes perpendiculares el espacio que recorre y el tiempo que tarda una persona que camina durante 6 kilómetros, siempre a la misma rapidez según la siguiente tabla:

Tiempo (min)	Tiempo (s)	Espacio (Km)	Espacio (m)
8	480	0,5	500
16	960	1	1000
24	1440	1,5	1500
32	1920	2	2000
40	2400	2,5	2500
48	2880	3	3000
56	3360	3,5	3500
64	3840	4	4000
72	4320	4,5	4500
80	4800	5	5000
88	5280	5,5	5500
96	5760	6	6000

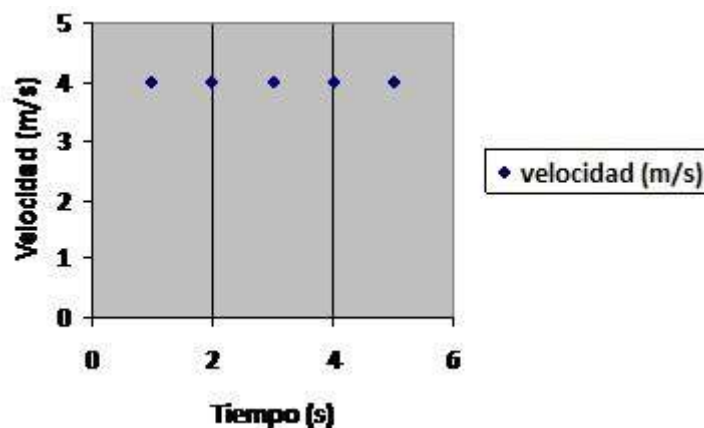
- a) ¿Qué tipo de línea se obtiene? Representála.
- b) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 metros?
- c) ¿Cuántos metros recorre en una hora?
- d) ¿Cuál es su velocidad?
- e) ¿Tiene un movimiento uniforme?

Ejercicio 7

¿A cuántos m/s equivale la velocidad de un móvil que se desplaza a 72 km/h?

Ejercicio 8

En el gráfico, se representa un movimiento rectilíneo uniforme, averigua gráfica y analíticamente la distancia recorrida en los primeros 4 s.



1.2.2) ACCELERACIÓN

La **aceleración** es una magnitud que expresa como cambia la velocidad de un cuerpo en la unidad de tiempo. Es decir, nos explica los cambios de velocidad que sufren los cuerpos. La aceleración se mide en m/s^2 .

A partir de esta definición, podemos calcular la aceleración de un cuerpo mediante de la siguiente expresión:

$$a = \frac{V_f - V_o}{t}$$

La aceleración de un cuerpo puede ser positiva o negativa. Un cuerpo que tiene aceleración positiva ($a > 0$) aumenta su velocidad conforme aumenta el tiempo. Por contra, un cuerpo que tiene aceleración negativa ($a < 0$) disminuye su velocidad.

Ejercicio 9

Un vehículo que circula por la carretera acelera para poder adelantar a un camión, pasando de una velocidad de 10 m/s a otra de 15 m/s. ¿Cuál es la aceleración del vehículo si ha tardado 10 s en hacerlo?

Llamamos **Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (m. r. u. v.)** a aquel cuya trayectoria es la línea recta, y su velocidad no permanece constante, sino que varía con el tiempo y que por tanto posee una aceleración.

Para resolver los problemas de este tipo de movimiento se emplean dos ecuaciones:

$$v_f = v_o + a t$$

$$e = v_o t + (1/2) a t^2$$

Podemos analizar este tipo de movimiento mediante el estudio de tres gráficas:

A) Gráfica espacio-tiempo (e - t):

El tiempo se representa en el eje x, mientras que el espacio lo representamos en el eje y. Con esta gráfica podemos calcular la distancia recorrida por un objeto con movimiento acelerado en función del tiempo transcurrido.

Características de la gráfica:

- Siempre pasa por el punto (0,0).
- Siempre nos sale una parábola.
- La abertura de las ramas viene dada por la aceleración; cuanto mayor sea la aceleración menor es la abertura, y viceversa.

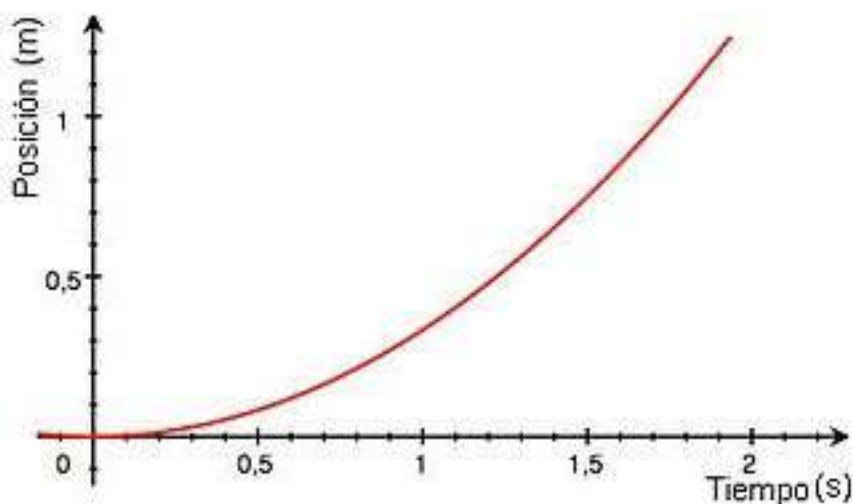


Imagen nº 3. Grafica Espacio-Tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikipedia
https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Grafico_pva_del_MRUA.jpg

B) **Gráfica velocidad-tiempo (v-t):**

El tiempo se representa en el eje "x" y la velocidad en el eje "y". Con ella podemos hallar la velocidad de un objeto con aceleración constante en cualquier momento.

Características de la gráfica

- Siempre sale una línea recta.
- No siempre pasa por el punto (0,0), ya que el objeto podía tener una velocidad inicial distinta de cero (en el ejemplo de abajo la velocidad inicial es de 0,4 m/s).
- La pendiente de la recta viene dada por la aceleración; cuanto mayor es la aceleración mayor es la pendiente.
- Si el movimiento es uniformemente desacelerado, la gráfica será decreciente (pendiente negativa) y el punto de corte de la gráfica con el eje del tiempo (eje x), nos muestra el tiempo que tarda el móvil en pararse.

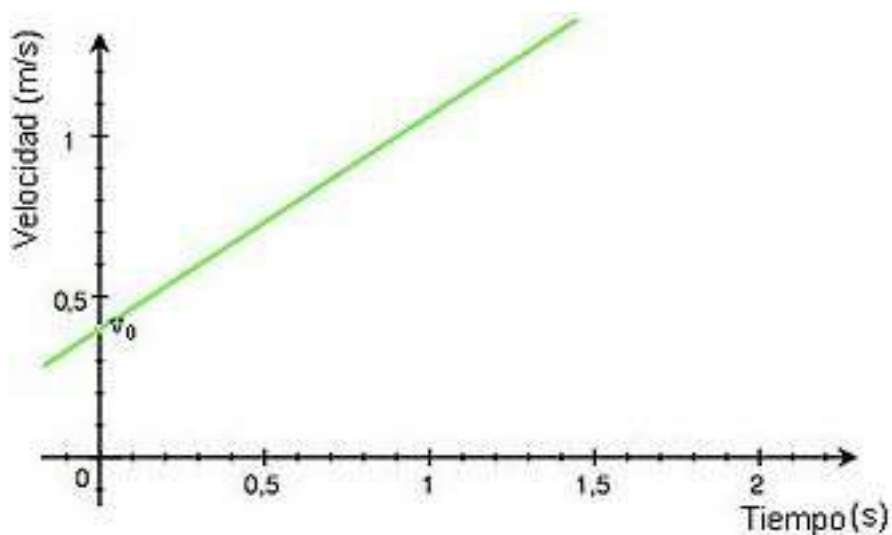


Imagen nº 4. Grafica Velocidad-tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikipedia
https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Grafico_pva_del_MRUA.jpg

C) Gráfica aceleración-tiempo (a-t):

La aceleración se representa en el eje vertical (eje y) y el tiempo en el eje horizontal (eje x). Como la aceleración permanece constante, no hace falta calcular valores, ya que para cualquier valor del tiempo la aceleración siempre vale lo mismo.

Características de la gráfica:

- Siempre sale una línea recta, paralela al eje "x".
- La distancia de la recta al eje "x" depende de la aceleración, cuanto mayor sea la aceleración, mayor es la distancia al eje horizontal.

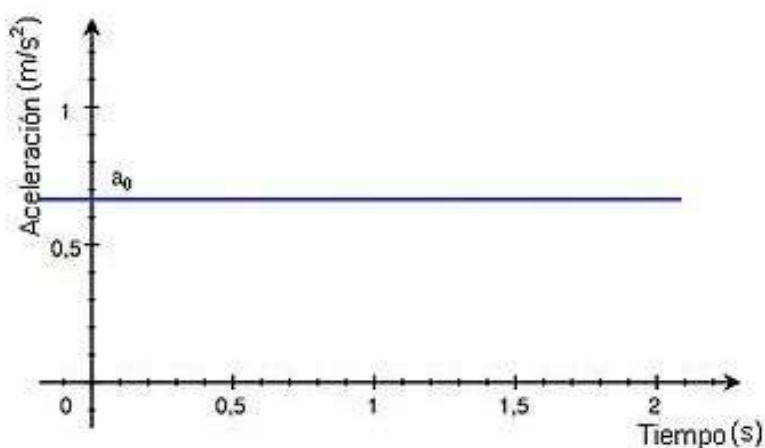
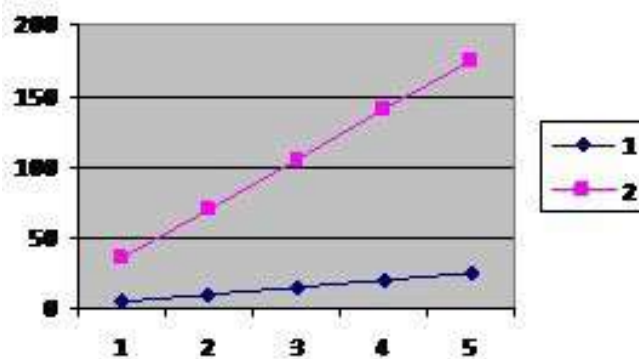


Imagen nº 5. Grafica aceleración-tiempo Autor: Desconocido Fuente: Wikipedia
https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Grafico_pva_del_MRUA.jpg

Ejercicio 10

En la gráfica se han representado la velocidad y el tiempo de dos móviles 1 y 2.

- ¿Cuál de los dos lleva mayor aceleración? ¿Por qué?
- ¿Qué velocidad lleva cada objeto a los 4 segundos?



Para saber más

Un ejemplo de movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado y que todos hemos comprobado experimentalmente es la **caída libre de los cuerpos**, en el cual la aceleración que actúa sobre los cuerpos es la gravedad ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$).

Cuando el cuerpo sube el movimiento es uniformemente desacelerado ($a=g$ =negativa), ya que va disminuyendo su velocidad hasta que llega al punto más alto, en el cual se detiene ($v=0$).

A continuación el objeto comienza a bajar en un movimiento uniformemente acelerado ($a=g$ =positiva), con lo que cada vez tiene una mayor velocidad.

Las características más importantes de este movimiento son:

- 1) La velocidad del objeto en el momento del lanzamiento es igual a la velocidad del objeto a la llegada.
- 2) El tiempo que tarda en subir es igual al tiempo que tarda en bajar.

1.3) DEFORMACIÓN

Como hemos visto, el efecto que produzca una fuerza sobre un cuerpo puede ser:

- modificación en el estado del **movimiento**.
- Modificación en su **velocidad**.
- Modificación en la **forma** del receptor.

En este apartado hablaremos de este último caso, cuando las fuerzas que actúan sobre un cuerpo provocan cambios en la forma de los cuerpos. Según sea la interacción entre los cuerpos existen dos tipos de deformaciones:

- ✓ **Elástica**: Es aquella que, una vez que deja de actuar la fuerza sobre el cuerpo, éste vuelve a recuperar su posición inicial o forma original.
Ejemplo: Cuando empujamos una puerta que está sujeta con un muelle, ésta vuelve a su posición inicial al dejar de ejercer la fuerza. Cuando estiramos una goma, ésta al cesar el esfuerzo recupera su longitud inicial.
- ✓ **Inelástica**: es aquella que, una vez que se deja de ejercer la fuerza sobre el cuerpo, éste no vuelve a recuperar su posición inicial.
Ejemplo: Cuando aplastamos la nieve o cuando jugamos con el barro y le damos diferentes formas.

2) PRINCIPALES FUERZAS DE LA NATURALEZA

En la Naturaleza existen muchas fuerzas, todas las cuales experimentamos en nuestra vida constantemente sin darnos cuenta y que son causantes de numerosas situaciones que nos afectan en nuestro día a día.

¿Por qué rebotan los objetos?

¿Qué provoca que los imanes atraigan objetos metálicos?

¿Por qué todo lo que sube vuelve a bajar?

Todas estas preguntas y otras muchas tienen su respuesta en fuerzas que existen en la naturaleza y que vamos a tratar de comprender mejor.

2.1) FUERZA GRAVITATORIA

Por mucho que te lo propongas, si lanzas una pelota al aire o das un salto, más tarde o más temprano, terminarás cayendo al suelo. Es lógico pensar que existe una fuerza que atrae a cualquier cuerpo que se encuentre cercano a la Tierra. Pero... ¿por qué?

En el siglo XVII, Isaac Newton se planteó esta cuestión y le dio respuesta:

La ley de la gravitación universal, cuyo enunciado nos dice que "*La fuerza de atracción entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa*".

Esto quiere decir que los cuerpos por el mero hecho de tener masa ejercen una **fuerza de atracción a distancia** sobre otros cuerpos con masa. A esa interacción entre los cuerpos a distancia se le denomina **interacción gravitatoria** y a la fuerza de atracción que se produce **fuerza gravitatoria**.

La fuerza es tan débil que es muy difícil de apreciar a menos que las masas sean enormes (como por ejemplo, la de los planetas) y es la causa de que nos encontremos "pegados" a la Tierra.

Importante

¡NO DEBEMOS CONFUNDIR MASA Y PESO!

La **masa** es la cantidad de materia de cada cuerpo (se expresa en kilogramos) y estos cuerpos son atraídos por la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra sobre ellos. Esa fuerza de atracción es lo que conocemos como **Peso** de un cuerpo y se cuantifica con una unidad diferente: el kilogramo fuerza (kgf) o el Newton (N).

Por lo tanto, el peso es la fuerza que ejerce la gravedad sobre una masa y ambas magnitudes son proporcionales entre sí, pero no iguales, pues están vinculadas por la aceleración de la gravedad mediante la siguiente expresión.

$$P = m \cdot g$$

Donde:

P = peso, en Newtons (N)

m = masa, en kilogramos (kg)

g = constante gravitacional, que es 9,8 m/s² en la Tierra

Para que entiendas que el concepto peso se refiere a la fuerza de gravedad ejercida sobre un cuerpo, piensa lo siguiente:

Un niño, cuya masa en la tierra es de 36 kilogramos, su peso será: $P = 36 \cdot 9,8 = 352,8$ Newtons (N).

Ejercicio 11

Si nos dicen que un objeto tiene un peso de 490 N, ¿cuál es su masa?

Para saber más

Matemáticamente la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos se expresa de la siguiente forma:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

donde:

- G es la constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
- M y m son las masas de los cuerpos que interactúan en kg
- r es la distancia que los separa en m.

2.2) FUERZA DE ROZAMIENTO

Si a un coche que circula por una carretera horizontal se le acaba la gasolina, el motor dejaría de funcionar y según la **ley de inercia de newton** debería de continuar con movimiento rectilíneo y uniforme; sin embargo la experiencia nos demuestra que termina parándose. ¿Por qué?

Pues obviamente porque debe de existir una fuerza que se opone al movimiento: es la llamada **fuerza de rozamiento**:

Fuerza de rozamiento es toda fuerza opuesta al movimiento, la cual se manifiesta en la superficie de contacto de dos cuerpos siempre que uno de ellos se mueva o tienda a moverse sobre otro.

La causa de la existencia de esta fuerza es la siguiente: las superficies de los cuerpos, incluso las de los aparentemente lisos, no son lisas; presentan una serie de asperezas de forma que al apoyar un cuerpo sobre otro no deslizan entre sí, lo que obliga a la aplicación de una fuerza adicional a la del movimiento para conseguir vencer esa oposición.

La fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza que actúa sobre el móvil y la podemos calcular de la siguiente forma:

$$F_r = \mu \cdot N$$

Donde:

- F_r = Fuerza de rozamiento
- μ = Coeficiente de rozamiento
- N = Fuerza normal

Coeficiente de rozamiento:

El coeficiente de rozamiento de un cuerpo sobre otro es un coeficiente característico de las superficies en contacto y expresa la relación que existe entre la fuerza de rozamiento y la que actúa sobre el móvil perpendicularmente a su plano de deslizamiento.

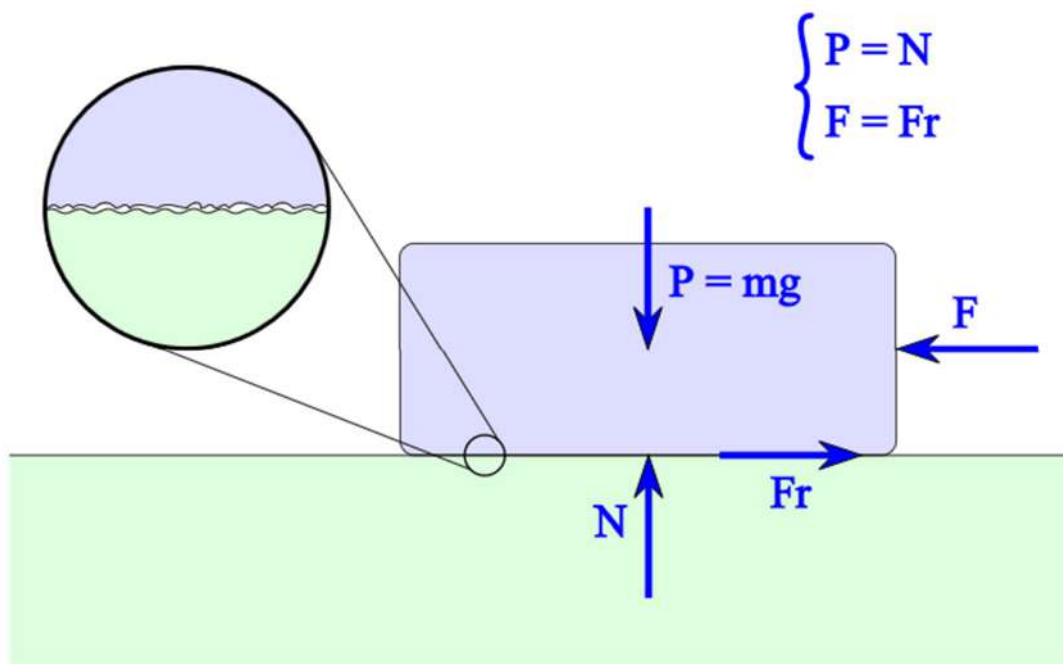


Imagen nº 6. Fuerza Rozamiento Autor: HITE. Licencia: Creative Commons Fuente: Wikimedia Commons

Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fricción_01.svg

Importante

Los factores de los que depende la fuerza de rozamiento fueron enunciados por Guillaume Amontons (1663-1705) y Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) y establecen que:

- La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos es proporcional a la fuerza normal que ejerce un cuerpo sobre el otro.
- La fuerza de rozamiento no depende del área de contacto de ambos cuerpos, aunque sí de la naturaleza de sus materiales.
- La fuerza de rozamiento no depende de la velocidad a la que se deslicen los cuerpos.
- La fuerza de rozamiento tiene sentido opuesto al movimiento (a la velocidad).

Ejercicio 12

Una caja de 60 kg de masa se encuentra en reposo sobre un suelo horizontal que posee un coeficiente de rozamiento de 0.25. Calcular la fuerza de rozamiento y la aceleración de la caja si se aplica una fuerza horizontal de 400 N.

2.3) FUERZA ELÉCTRICA Y MAGNÉTICA

Conocemos que la materia está constituida por átomos, los cuales están formados por tres partículas diferentes: Protones, neutrones y electrones. Además conocemos que los protones y los neutrones forman el núcleo del átomo y contienen casi toda la masa del átomo, mientras que los electrones se mueven girando alrededor del núcleo.

No obstante, los átomos y sobre todo las partículas que los constituyen tienen otra característica fundamental y es que poseen un **carácter eléctrico**.

Los **protones** tienen carga eléctrica positiva, los **electrones** tienen carga negativa y los **neutrones** no tienen carga eléctrica.

Los átomos tienen el mismo número de protones que de electrones y por eso su carga eléctrica es neutra o nula.

¿Qué ocurre si tratas de acercar dos imanes? ¿Qué ocurre si frota un bolígrafo de plástico y después lo acercas a unos trocitos de papel?

Como seguro que sabrás porque lo has experimentado más de una vez, en el primer caso nos será imposible juntar los dos imanes, mientras que en el segundo caso los trocitos de papel se pegarán al bolígrafo. Vamos a ver a continuación que esas fuerzas de atracción y repulsión que acabamos de describir son debidas a las Fuerzas eléctrica y magnética.



Video nº 1: Imanes Autor: Desconocido Fuente: Youtube
Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=0gDD4dyH58Y>

• **FUERZA ELÉCTRICA Y MAGNÉTICA:**

Como sabemos, los cuerpos pueden tener carga eléctrica negativa (tienen más electrones que protones) o carga eléctrica positiva (tienen más protones que electrones). Además conocemos que las cargas eléctricas se atraen o se repelen dependiendo del signo que tengan (cargas del mismo signo se repelen y cargas de distinto signo se atraen).

Por lo tanto, entre las cargas eléctricas se producen fuerzas de atracción o repulsión que el científico francés **C. Coulomb** describió en lo que se conoce como **Ley de Coulomb:**

La Fuerza con la que se atraen o repelen dos cargas puntuales es igual al producto de dichas cargas dividido entre el cuadrado de la distancia que las separa. Esta fuerza depende del medio en el que se encuentran dichas cargas.

De este principio se deduce que la fuerza de atracción o repulsión de dos cargas depende de tres factores:

1. El valor de dichas cargas.
2. La distancia que las separa.
3. El medio en que se encuentran: vacío, aire, agua, etc.

Años después los físicos **Oersted** y **Faraday** observaron que cuando las cargas eléctricas están en movimiento aparecen unas fuerzas magnéticas y que en los cuerpos ya era conocido como **magnetismo**. Estas fuerzas magnéticas son las que existen entre los extremos de un imán y hacen que se atraiga o repelan según su orientación.

Para saber más

¿Cómo podemos calcular la Fuerza eléctrica?

$$F = K \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

Donde:

- 1) F representa el valor de la fuerza y se mide en Newton (N)
- 2) K es una constante que depende del medio en el que actúan las cargas. Si estamos en el vacío su valor es $9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$
- 3) q_1 y q_2 son los valores de las cargas y se miden en Culombios (C)
- 4) d expresa la distancia entre las cargas y se expresa en metros (m)

3) **ELECTRICIDAD**

Una corriente eléctrica o electricidad es un **movimiento ordenado** de cargas libres, normalmente **electrones**, a través de un **circuito eléctrico**. Para que exista una corriente eléctrica es imprescindible:

- Un material **conductor**.
- Un dispositivo que suministre a los electrones la energía necesaria para mantener su movimiento. Puede ser una pila, una batería, una dinamo o un alternador y, en general, recibe el nombre de **generador**.
- Un dispositivo que convierta la energía eléctrica que llevan los electrones en su movimiento, en otro tipo de energía. Este dispositivo se llama, en general, **receptor**.

Otros elementos que aunque no son imprescindibles, también suelen estar presentes son los **elementos de control y de protección**; El más simple de estos elementos es el interruptor, aunque hay otros muchos.

Pues bien, estos cuatro elementos básicos, convenientemente conectados, forman un **circuito eléctrico**, por el que puede circular la **corriente eléctrica**.



Imagen nº 7. Circuito eléctrico
Fuente: JCCM

Hay dos clases de corriente eléctrica y cada aparato necesita la suya:

- La **corriente continua** (CC), en la que los electrones circulan siempre en el mismo sentido. Es la producida por pilas, baterías, dinamos y células fotovoltaicas.
- La **corriente alterna** (CA), en la que los electrones cambian constantemente su sentido de circulación. Es la producida por los alternadores.



Video nº 2: Corriente continua-Corriente alterna Fuente: Youtube

<https://www.youtube.com/watch?v=A3MFVSSyXQA>

Ejercicio 13

¿Qué es la corriente eléctrica?

Para saber más

Los circuitos electrónicos de los que están hechos los móviles, televisiones, ordenadores, etc., necesitan corriente continua para funcionar, sin embargo por diversos motivos, **en los enchufes de nuestras casas disponemos solo de corriente alterna**. Por eso, no podemos enchufar directamente a ellos los aparatos electrónicos.

Afortunadamente **hay dispositivos que permiten convertir la corriente alterna en corriente continua**; se llaman **fuentes de alimentación** y todos los aparatos electrónicos que enchufamos a la red o bien disponen internamente de una **fuerza de alimentación** (por ejemplo: televisores, ordenadores,...) o bien se conectan a través de una fuente de alimentación (que recibe nombres muy variados: **transformador, convertidor, cargador, alimentador,...**).



Imagen nº 8. Transformador CA a CC (cargador de móvil) Fuente: Ultrafire España
<https://ultrafire.es/cargadores-y-fuentes/373-cargador-5v-2a-para-baterias-de-litio-37v-usb-8944602312425.html>

Ejercicio 14

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

	V / F
Una corriente eléctrica es un movimiento ordenado de cargas libres, normalmente protones a través de un circuito eléctrico.	
Una batería o una pila son dispositivos que suministran a los electrones la energía necesaria para mantener su movimiento ordenado.	
Un material aislante, suele ser un hilo de cobre.	
Un dispositivo que convierta la energía eléctrica, la que llevan los electrones en su movimiento, en otro tipo de energía, se llama, en general, receptor.	
La corriente continua (CC), en la que los electrones circulan aleatoriamente.	
La corriente alterna (CA), en la que los electrones mantienen constante su sentido de circulación.	
En los enchufes de nuestras casas disponemos solo de corriente alterna.	
Todos los aparatos electrónicos que enchufamos a la red o bien disponen internamente de una fuente de alimentación o bien se alimentan solos.se conectan a través de una fuente de alimentación.	

3.1) CONCEPTOS ELÉCTRICOS

Uno de los instrumentos de medida más utilizado en electricidad y electrónica es, sin duda, el **polímetro**. También se le conoce como *multímetro* o *téster*. Con él se pueden **realizar medidas de varias magnitudes eléctricas**. Algunas de esas magnitudes las vamos a estudiar a continuación.



Polímetro digital



Polímetro analógico

Imagen nº 9. Polímetro
Fuente: JCCM

En el siguiente vídeo puedes aprender a utilizar un polímetro:



Video nº 3: Funcionamiento Multímetro Autor: Carlos Hernan Fuente: Youtube
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=mNRG42OrLtg

3.1.1) TENSIÓN. VOLTAJE O DIFERENCIA DE POTENCIAL

Si vamos a comprar una pila, el vendedor nos preguntará si la queremos de 1,5 voltios o de 4,5 voltios. ¿Pero sabes lo que son los voltios? Si no lo sabes, en este apartado lo vamos a aprender a partir de un ejemplo muy visual:

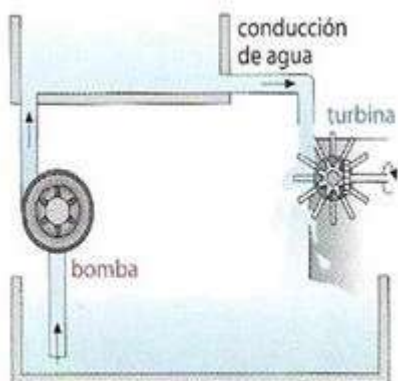


Imagen nº 10. Comparación altura-voltaje
Fuente: JCCM

Imagina dos depósitos que contienen agua y que están a diferente altura, conectados por una tubería. Está claro que el agua pasará desde el depósito que está más alto al depósito que está más abajo y que, en el tubo, el agua se moverá desde el punto de mayor altura hacia el punto más bajo.

Además, la corriente de agua que se establece puede realizar un trabajo, por ejemplo, mover una rueda. Si pretendemos que la corriente de agua no se detenga, debemos ir bombeando de nuevo el agua desde el depósito inferior al superior.

Pues los electrones en un circuito se comportan de igual manera que el agua del ejemplo. Es decir, si queremos que se establezca una corriente eléctrica en un circuito, necesitamos que un punto del circuito esté siempre a más “altura” que otro.

En el lenguaje de la electricidad, a esa “altura” se le llama **potencial**, y no se mide en metros, sino en **voltios (V)**

Así, los electrones que se mueven por los conductores y los demás elementos de un circuito, lo hacen desde puntos de menor potencial hacia puntos de mayor potencial, aunque por convenio se toma el sentido de la corriente continua desde el punto de mayor potencial al punto de menor potencial.

Los generadores tienen dos puntos (llamados bornes o polos) que están a diferente potencial. Uno de ellos, llamado **polo positivo (+)**, está a un potencial más alto que el otro, llamado **polo negativo (-)**.

En un circuito eléctrico, **los electrones salen del polo negativo del generador y vuelven a entrar en él por el polo positivo**, atravesando en su camino todos los elementos del circuito que sea necesario para ello.

Volviendo a nuestros depósitos de agua, el polo (+) sería el depósito de abajo y el polo (-) el depósito de arriba.

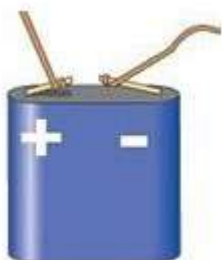


Imagen nº 11. Polos positivo y negativo
Fuente: JCCM



Imagen nº 12. Alessandro Volta, inventor de la pila eléctrica y en cuyo honor se nombró la unidad de d.d.p.
Fuente: JCCM

Así, que el voltaje de una pila sea 1,5 V significa que su polo positivo está a un potencial 1,5 voltios más alto que su polo negativo. En el caso de “la luz de tu casa”, que sea de 220 V significa que esa es la d.d.p. entre los dos orificios de un enchufe.

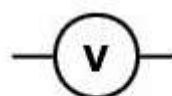
¿Y qué sucede cuando los electrones han vuelto a entrar en el generador?

Pues que al llegar allí, se encuentran con un gran problema: si quieren seguir su camino deben pasar a través del generador desde el (+) al (-), es decir, desde un punto de mayor potencial a otro de menor potencial, y eso... es algo que un electrón nunca haría así como así.

Es como si los electrones se encontraran con una pared que ellos solos nunca podrían saltar. En nuestro ejemplo de los depósitos de agua, es como si quisiésemos que el agua pasara sola desde el depósito que está más bajo al que está más alto; por sí sola nunca lo hará.

Aquí es donde entra en juego el generador: **El generador proporciona a los electrones la energía necesaria** para volver a llegar al polo negativo, para que de nuevo inicien una vuelta más al circuito.

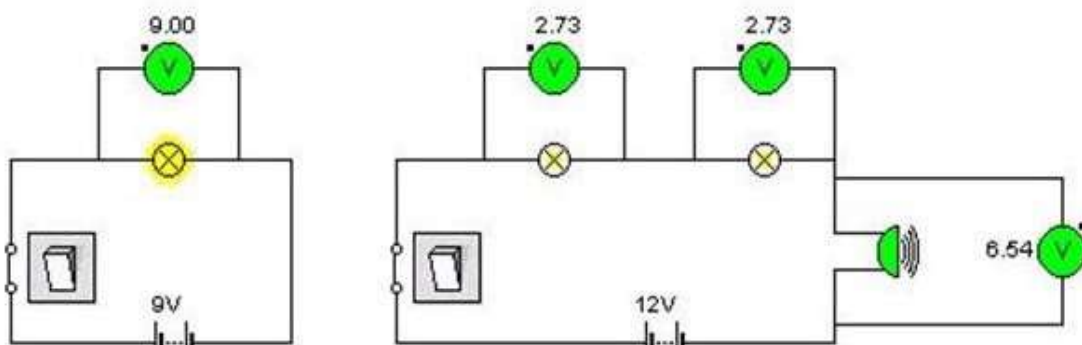
Por lo tanto, el generador realiza la misma función que la bomba que impulsa el agua desde el depósito más bajo al más alto.



Símbolo de un voltímetro

Entre dos puntos cualesquiera de un circuito por el que esté pasando la corriente eléctrica, existe una d.d.p. La d.d.p. se puede medir empleando un aparato llamado **voltímetro**.

Observa en los esquemas como se utiliza un voltímetro para medir la caída de tensión en cada bombilla y en el timbre.



Date cuenta como los 12 V de tensión que suministra la pila se van “repartiendo” entre los elementos que forman el circuito.

Un voltímetro siempre debe conectarse en paralelo.

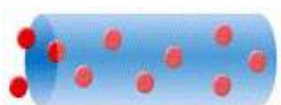
A la **Diferencia de Potencial** (abreviado d.d.p.) que se produce entre los polos de cualquier generador también se le llama **Voltaje** o **Tensión** del generador y también se mide en *voltios "v"*

3.1.2) INTENSIDAD DE CORRIENTE

La **Intensidad de corriente** que pasa por un circuito eléctrico hace referencia a la cantidad de carga eléctrica que circula por un conductor en un momento determinado. Esta cantidad de carga eléctrica depende directamente del número de electrones que circulan por ese conductor en ese momento.

$$I = \frac{q}{t}$$

La unidad de medida de Intensidad de corriente en el Sistema Internacional es el **Amperio (A)**.



Intensidad de corriente eléctrica

Un diagrama que muestra un conductor rectangular con un gradiente de color de amarillo a verde. Una línea vertical roja divide el conductor en dos partes, etiquetada como 'Sección'. Seis electrones (e-) con flechas azules indican su movimiento hacia la derecha a través del conductor.

La **intensidad de corriente eléctrica** es la cantidad de carga eléctrica que pasa cada segundo por la sección de un conductor.

Se representa por "I" y su unidad es el amperio (A)

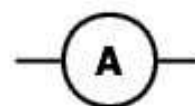
Un amperio es una intensidad de un culombio cada segundo.

Imagen nº 13. Intensidad de corriente
Fuente: JCCM



Imagen nº 14. André-Marie Ampère, descubridor de los efectos magnéticos de la corriente eléctrica. En su honor se nombró la unidad de intensidad de corriente
Fuente: JCCM

La intensidad de corriente se mide con un aparato llamado **amperímetro**.



Símbolo de un amperímetro

Observa en los esquemas como se utiliza un amperímetro. Observa que siempre debe colocarse en serie con el resto de elementos. Se ha indicado con una flecha el sentido de la corriente:

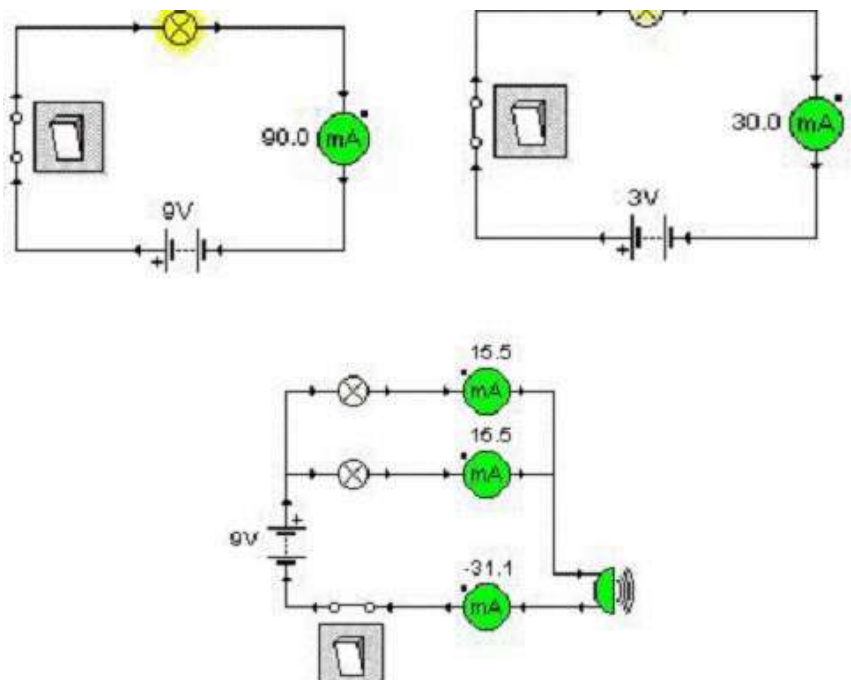


Imagen nº 15. Colocación Amperímetro
Fuente: JCCM

Date cuenta como la intensidad de corriente depende del voltaje que suministre el generador y de los elementos por los que la corriente tenga que pasar.

Los valores de la intensidad son muy pequeños, están expresados en miliamperios (**1 mA = 0,001 A**). La lectura de la corriente que pasa por el timbre es negativa porque el amperímetro se ha conectado al revés, con los polos cambiados (el punto indica el polo por el que debiera entrar la corriente).

Observa que **las bombillas lucen más o menos según la intensidad que las atraviese**. En el tercer circuito, los 15,5 mA no son suficientes para hacerlas lucir.

Por último, observa también que **si sumamos las intensidades que pasan por las dos bombillas, obtenemos la intensidad que pasa por el timbre** (“los electrones no se esconden”, todos los que salen de la pila vuelven a entrar en ella).

Has visto en la definición de intensidad de corriente que **la unidad de medida de la carga eléctrica se llama culombio** (su símbolo es **C**). Esta unidad es muy grande; se necesitan unos $6,25 \cdot 10^{18}$ electrones para conseguir 1 C de carga.

Curiosidad

La carga eléctrica que se mueve en un circuito es la que transportan **los electrones** y que, como tienen carga negativa, **se mueven desde el polo negativo del generador hacia el polo positivo**.

Sin embargo, **por convenio, costumbre y tradición, se considera que la corriente eléctrica circula en sentido contrario, es decir, que sale del polo positivo del generador y entra en él por el polo negativo**. Es como si se supusiera que lo que realmente se mueve por el circuito son cargas positivas.

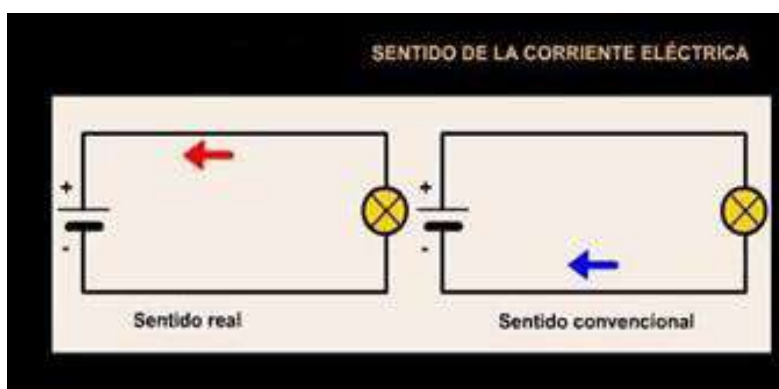


Imagen nº 16. Sentido de la corriente
Fuente: JCCM

3.1.3) RESISTENCIA ELÉCTRICA

En la naturaleza existen sustancias que permiten el paso de la corriente eléctrica a través de ellas, mientras otras hacen todo lo contrario, es decir, impedirlo. ¿Por qué?

Para explicarlo debemos primero recordar cómo está formada la materia:

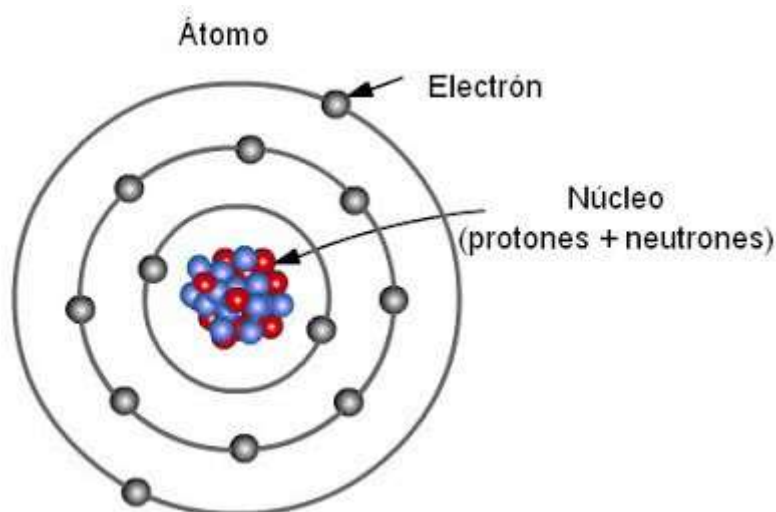


Imagen nº 17. Estructura átomo
Fuente: [alijunakai](#) Licencia: Creative Commons

Como vemos, los átomos están formados por protones y neutrones que constituyen el núcleo y por los electrones que se mueven alrededor de dicho núcleo.

La causa de que unas sustancias conduzcan la corriente y otras no, se encuentra en los electrones libres de las sustancias, pues en unas estos electrones se pueden mover fácilmente mientras en otras sustancias no. Así tenemos:

- Los materiales que poseen electrones libres se llaman **conductores**. Los mejores conductores son los metales, aunque también son conductoras otras sustancias como las disoluciones de sales en agua que aunque no tienen electrones libres poseen iones libres; es decir, átomos cargados (que han ganado o perdido electrones) y con libertad para moverse.
- Los materiales aislantes no tienen electrones libres y por tanto no conducen la electricidad. Son aislantes la madera, el plástico, el aire, la cerámica y el vidrio, por ejemplo.

En resumen, **son conductoras todas las sustancias que tienen cargas eléctricas con libertad para moverse**, cargas libres, ya sean éstas electrones o iones.



Imagen nº 18. Conductores
Fuente: JCCM

Cables de cobre (conductores) protegidos por plástico (aislante)

Por último, algunos materiales no son ni conductores ni aislantes, pero pueden ser lo uno o lo otro dependiendo de las condiciones en las que se encuentren. Estos materiales son los **semiconductores** y actualmente son materiales muy preciados pues son **esenciales en la fabricación de componentes electrónicos**. Entre los semiconductores el más utilizado es el silicio (Si), aunque también son semiconductores el germanio (Ge) y el galio (Ga).

Ahora imagínate intentando atravesar una concentración de miles de personas que están en una manifestación, paradas, atestando una plaza. Eso te costaría bastante esfuerzo, porque la muchedumbre ofrecería gran resistencia a tu paso; irías constantemente chocando con unos y otros.

A los electrones les pasa igual; en su movimiento por un conductor o cualquier otro dispositivo eléctrico, van chocando continuamente con los átomos que se encuentran a su paso.

La **resistencia eléctrica** es una medida de la **oposición** que presenta un dispositivo eléctrico **al movimiento de los electrones** a través de él y esta resistencia eléctrica **depende de** varios factores:

- o El **tipo de material** del que esté hecho. El cobre o el aluminio tienen una resistencia muy pequeña; en cambio, los aislantes tienen una resistencia muy elevada.
- o La **longitud** del dispositivo.
- o La **sección** (el grosor) del dispositivo.

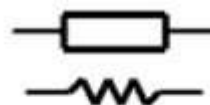


Imagen nº 19. Resistencia
Fuente: JCCM

La resistencia se mide en una unidad llamada **ohmio** (que se simboliza con la letra griega omega mayúscula Ω). El aparato empleado para medirla se llama **ohmímetro**.

Para hacer la medida basta con ponerlo **en paralelo** con el dispositivo cuya resistencia queremos medir (eso sí, sin que esté circulando por él la corriente eléctrica).

Existen unos dispositivos fabricados expresamente para que presenten cierta resistencia eléctrica. A esos dispositivos se les llama **resistencias o resistores**, y a la resistencia que presentan se la suele representar como "R". Los estudiarás con detalle más adelante.



Símbolos empleados para las resistencias

Imagen nº 20. Símbolos Resistencias
Fuente: JCCM

Ejercicio 15

¿Qué es la resistencia eléctrica de un material? ¿En qué unidades se mide?

Ejercicio 16

Indica en qué unidades mediríamos:

1	La diferencia de potencial
2	La resistencia
3	La intensidad

	Ohmios
	Voltios
	Amperios

Ejercicio 17

I) El voltímetro se coloca siempre:

	a) En serie
	b) Bien colocado
	c) En paralelo
	d) Unido a la bombilla

II) Se considera por convenio:

a) Que la corriente eléctrica sale del polo negativo del generador y entra en él por el polo positivo.
b) Que la corriente eléctrica sale del polo positivo del generador y entra en él por el polo negativo.
c) Que la corriente circule en el sentido anti horario

III) El amperímetro se coloca siempre en:

a) Paralelo
b) Junto a la pila
c) En serie
d) Se sitúan dos juntos

IV) Para medir el valor de una resistencia, se coloca el ohmímetro:

a) En serie
b) Junto a la resistencia
c) Al lado de la pila
d) En paralelo

3.2) CIRCUITOS ELÉCTRICOS. LEY DE OHM

Los profesionales de la electricidad y la electrónica representan los circuitos mediante **esquemas**, donde cada **componente** del circuito (bombillas, motores, enchufes, cables,...) se representa mediante **un símbolo**.

En esta imagen tienes una muestra de los símbolos de los elementos más habituales en un circuito eléctrico:



Imagen nº 21. Símbolos eléctricos
Fuente: JCCM

Usando estos símbolos, un circuito sencillo se representaría de la siguiente forma:

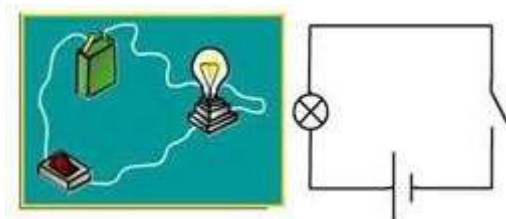


Imagen nº 22. Circuito
Fuente: JCCM

Como puedes ver en el esquema siguiente, **normalmente se incluye junto a los símbolos de los componentes un valor característico** de los mismos:

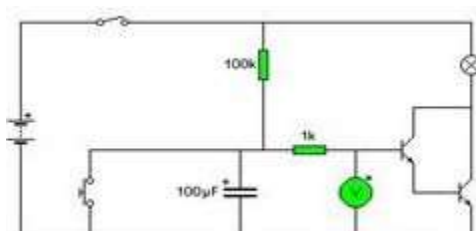
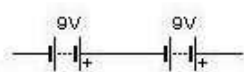


Imagen nº 23. Circuito
Fuente: JCCM

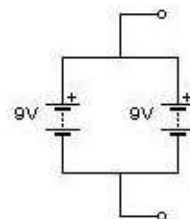
Por complicado que pueda llegar a ser un circuito eléctrico (sobre todo si es electrónico), sorprendentemente **sólo hay dos modos básicos de conectar componentes en un circuito**:

- **En serie:** Todos los elementos se conectan uno a continuación del otro formando una serie. De esta forma solamente existe una corriente, es decir, por todos los elementos circula la misma intensidad (I). En los circuitos en serie, si un elemento del circuito se desconecta, la corriente se interrumpe en todo el circuito.
- **En paralelo:** Se obtiene al unir los extremos de cada generador o de cada resistencia a un mismo punto. De esta forma cada elemento tiene su propia corriente (I) y por lo tanto, si un elemento se desconecta, el resto de elementos siguen funcionando.

Estos esquemas te aclararán las formas básicas de conexión:



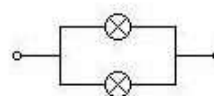
Dos pilas en serie



Dos pilas en paralelo



Dos bombillas en serie



Dos bombillas en paralelo

Imagen nº 24. Circuitos serie y paralelo

Fuente: JCCM

Según lo que se quiera conseguir con la conexión, se debe emplear una conexión en serie o una en paralelo.

	PILAS	BOMBILLAS
EN SERIE	<p>Se suministra al circuito más voltaje que si solo se emplea una pila. No aumenta la duración de las pilas</p>	<p>Por las dos circula la misma intensidad de corriente y se reparten la tensión que suministra la pila. Cada una de ellas lucirá menos que si estuviera sola y consumirá menos potencia.</p>
EN PARALELO	<p>Aumenta la duración de las pilas. Se sigue suministrando al circuito el mismo voltaje que con una sola pila.</p>	<p>En los extremos de la conexión cae la misma tensión que si estuviese una sola bombilla. Cada una de ellas lucirá igual que si estuviese sola y consumirá la misma potencia.</p>

Ejercicio 18

¿Qué hace que se muevan los electrones desde un punto hasta otro?

Ejercicio 19

Partes de un circuito. Define cada parte.

Ejercicio 20

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

	V / F
Los profesionales de la electricidad y la electrónica representan los circuitos mediante esquemas	
Sólo hay un modo básico de conectar componentes en un circuito, en serie	
Conexión en serie, si se pone un componente detrás de otro	
Conexión en paralelo, si se conectan los componentes por sus extremos	
La conexión en serie, aumenta la duración de las pilas	
La conexión en serie, hace que cada bombilla luzca más que si estuviera sola y consumirá menos potencia	
La conexión en paralelo aumenta la duración de las pilas	
La conexión en paralelo hace que las bombillas luzcan menos que si estuviesen solas y consumirán la misma potencia	

Ejercicio 21

¿Qué es la tensión eléctrica? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

Ejercicio 22

¿Qué es la intensidad de corriente? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

Ejercicio 23

¿Qué es un polímetro?

Ejercicio 24

Tipos de conexiones en los circuitos. Diferencias y características:

Ejercicio 25

Completa estas frases colocando las siguientes palabras en el lugar que les corresponde:

Paralelo

Serie

Electrones

El desplazamiento o paso de _____ por un camino adecuado constituye lo que conocemos como corriente eléctrica.

En un circuito eléctrico las bombillas conectadas en _____ lucen correctamente, y si se suprime una, las demás siguen luciendo.

En un circuito en _____ se suministra al circuito más voltaje que si solo se emplea una pila.

3.2.1) LEY DE OHM

Pues... como ya nos vamos conociendo bastante bien, seguro que sospechas que todos estos conceptos que acabamos de ver tienen alguna relación. Y quizá sospeches más; probablemente sospeches que su relación se puede representar con una fórmula matemática.

Estás en lo cierto. Los científicos son así; buscan relaciones matemáticas entre las magnitudes y las expresan con una fórmula y cuanto más sencilla es la fórmula que encuentran, tanto mejor, y eso es lo que sucede en este caso.

La fórmula de la que te estamos hablando resume una de las relaciones más importantes de las que se cumplen en un circuito eléctrico y se conoce con el nombre de **ley de Ohm**:

"La intensidad de corriente (I) que circula por un conductor es directamente proporcional al voltaje o diferencia de potencial (V) que hay entre los extremos del conductor."

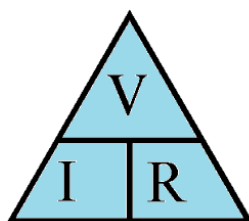
Dicho así, parece muy difícil, pero no lo es tanto si lo expresamos con una fórmula:

VOLTAJE = RESISTENCIA x INTENSIDAD

$$V = R \cdot I$$

Por eso a los científicos les gustan tanto las **fórmulas**. Son **maneras** muy **sencillas de expresar relaciones** que pueden ser muy complicadas.

La ley de Ohm se puede expresar también con otras fórmulas equivalentes a la anterior y que se pueden entender fácilmente a partir del conocido como *Triángulo de Ohm*:



$$V = I \times R$$

$$I = V / R$$

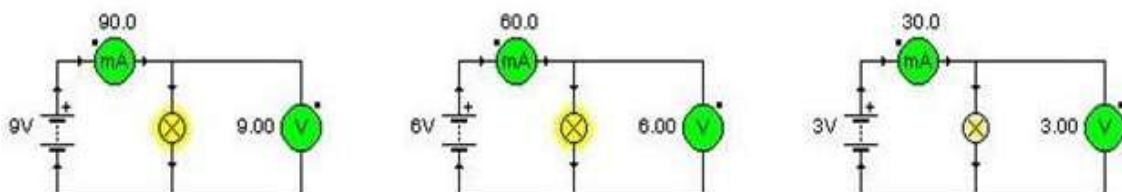
$$R = V / I$$

Triángulo Ley de Ohm

Imagen nº 25. Triángulo de Ohm Fuente: Wikimedia

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tri%C3%A1ngulo_de_Ohm.png

Observa en los siguientes ejemplos cómo se cumple la ley de Ohm:

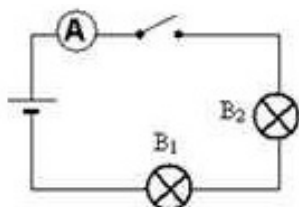


En los tres circuitos el amperímetro mide la intensidad de corriente (expresada en miliamperios) que circula por la bombilla, y el voltímetro el voltaje entre sus extremos (que coincide con el de la pila en los tres casos).

Haz las cuentas necesarias y observa que al dividir lo que marca el voltímetro (el voltaje) entre lo que marca el amperímetro (la intensidad de corriente) obtenemos siempre el mismo valor

Ejercicio 26

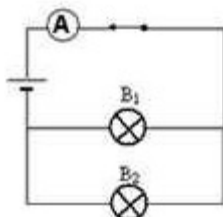
Observa el circuito:



- Señala el nombre de los elementos que aparecen.
- ¿Puede circular por él la corriente?
- ¿Qué sería necesario cambiar para que pasara la corriente?
- ¿Qué magnitud medirá el amperímetro?
- Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla 2. ¿Qué debemos hacer?
- ¿Cómo están asociadas las bombillas?
- ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

Ejercicio 27

Observa el circuito:



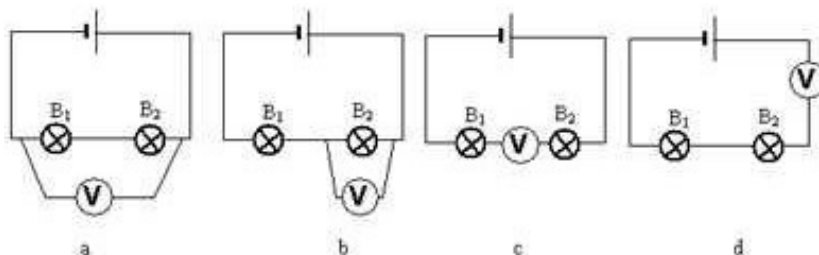
a) Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla ¿Qué debemos hacer?

b) ¿Cómo están asociadas las bombillas?

c) ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

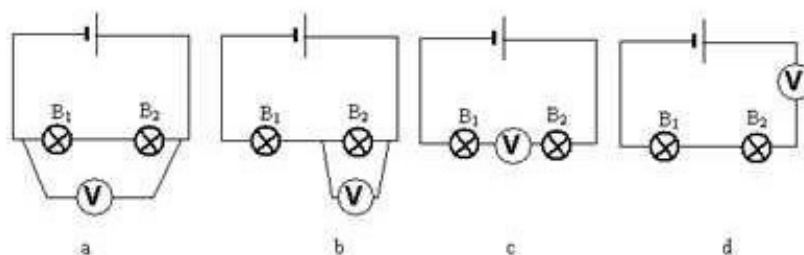
Ejercicio 28

Queremos medir el voltaje entre los extremos de la bombilla B₂. Indica si el voltímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



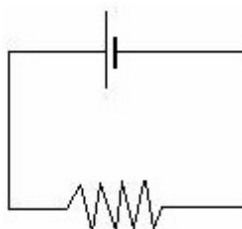
Ejercicio 29

Queremos medir la intensidad de corriente que pasa por la bombilla B₂. Indica si el amperímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



Ejercicio 30

Entre los extremos de una resistencia de 100 Ohmios hay una diferencia de potencial de 10 V, ¿cuál es la intensidad de corriente que circula por la misma?



Ejercicio 31

El amperímetro marca 0,25 A y el voltímetro 10 V. ¿Cuál es el valor de la resistencia?

Ejercicio 32

¿Qué intensidad de corriente circulara por un conductor de 4 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 80 voltios?

Ejercicio 33

¿Qué intensidad de corriente circulará por un conductor de 6 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 108 voltios?

Ejercicio 34

¿Cuál es la resistencia de cierto conductor que al aplicarle un voltaje de 220 voltios experimenta una corriente de 11A?

Ejercicio 35

¿Cuál es la resistencia de una lámpara que al conectarla a 320 voltios, absorbe una corriente de 16A?

Ejercicio 36

Si nuestra piel esta seca nuestra resistencia es de 4000Ω , ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

Ejercicio 37

Si nuestra piel esta mojada nuestra resistencia es de 500Ω , ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

Ejercicio 38

Asumiendo que en promedio la resistencia de la piel es de 3000Ω , ¿qué rango de voltaje puedo tocar para sentir un “hormigueo” que me permita soltar el conductor cuando quiera? Nota: la corriente que te haría sentir este hormigueo debe estar entre 1mA (0,001A) y 10mA (0,01A).

Ejercicio 39

Si soportas tiempo suficiente una corriente de 50mA (0,05A) quedas en estado de coma. Usando el dato de que nuestra piel tiene 3000Ω de resistencia, ¿Cuál es el voltaje al que me tendría que exponer?

Ejercicio 40

Cuando te peinas, la fricción del peine y tu cabello hace que este se cargue, desarrollándose un voltaje respecto a tus pies de más o menos 10000 voltios, son el dato anterior de resistencia 3000Ω ¿Cuál sería la corriente que nos pasaría con dicho voltaje?

3.3) DISPOSITIVOS ELÉCTRICOS FRECUENTES

En un circuito eléctrico distinguimos tres tipos de dispositivos: **Generadores, Receptores y elementos de control y protección.**

La importancia de los **receptores** radica en que permiten aprovechar la principal capacidad que tiene la electricidad, que es la de transformarse en otras formas de energía como por ejemplo:

- Energía **luminosa**, en una bombilla o en un tubo fluorescente.
- Energía **mecánica**, en un motor eléctrico.
- Energía **química**, en la carga de una batería.
- Energía **sonora**, en un timbre.
- Energía **térmica o calorífica**, en una estufa eléctrica, una plancha o una resistencia eléctrica.



Receptores eléctricos. Fuente: Banco de imágenes del ISFTIC

Imagen nº 26. Receptores Eléctricos
Fuente: JCCM

Los **generadores**, como ya hemos dicho, proporcionan al circuito la energía para que se produzca el movimiento de los electrones. Las pilas, las baterías o los alternadores son generadores eléctricos.



Imagen nº 27. Generadores: Alternador y Pila. Licencia: Creative Commons

Fuentes: Agrega / Ciudadodelasalud

http://agrega.educacion.es/repositorio/01112014/03/es_2014110112_9144407/generadores.html

<https://www.cuidadodelasalud.com/e-cc/iii-cg/4-ai/el-peligro-de-tirar-las-pilas-con-el-resto-de-la-basura-domestica/>

Por último, los **elementos de control y protección** nos permiten controlar el funcionamiento del circuito y evitar posibles accidentes o cortocircuitos. Son elementos de control los interruptores, conmutadores, etc. Mientras que el principal elemento de protección de un circuito son los fusibles.



Imagen nº 28. Interruptores y fusibles Fuente: Wikipedia
<https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Switches-electrical.agr.jpg>
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Autres_types.jpg

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

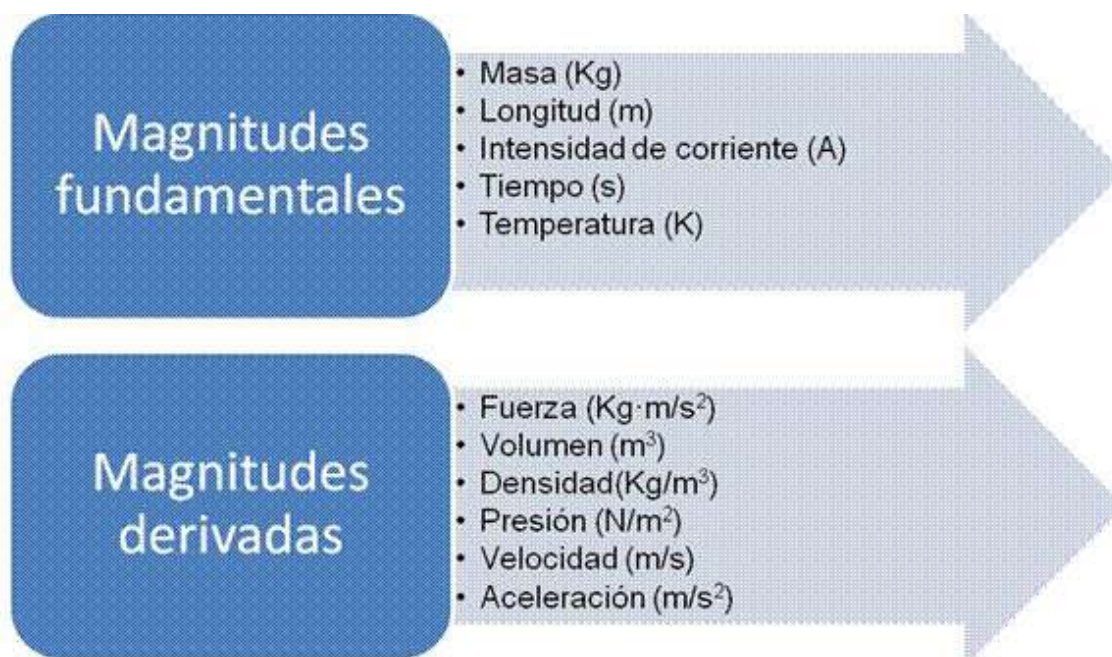
En unas rebajas, dos personas intentan arrebatarse mutuamente un jersey que ambas sujetan, ¿Cuál de las dos logrará su objetivo?

	La que tenga más edad
	La que tenga peor carácter
X	La que tire con más fuerza

Ejercicio 2

De las siguientes magnitudes, indica cuales son fundamentales y cuales son derivadas:

Masa, fuerza, volumen, longitud, densidad, intensidad de corriente, tiempo, presión, temperatura, velocidad y aceleración.



Ejercicio 3

Relacionar los movimientos que realizan los cuerpos citados debajo con su correspondiente trayectoria.

	TIPO DE TRAYECTORIA
a) Un cuerpo cae desde un tercer piso.	<i>rectilínea</i>
b) El extremo de las manecillas de un reloj.	<i>curvilínea</i>
c) Los planetas alrededor del Sol.	<i>curvilínea</i>
d) Una bala disparada por un fusil.	<i>curvilínea</i>

Ejercicio 4

Una persona recorre un tramo de 600 metros a la misma velocidad, invirtiendo un tiempo de 10 minutos, después se detiene durante cinco minutos y luego vuelve a caminar, también a velocidad constante, recorriendo 240 metros en cuatro minutos. Calcula la velocidad en cada tramo del recorrido en metros /segundo.

En primer lugar debemos calcular el tiempo en segundos, 10 minutos son 600 segundos, y 4 minutos son 240 segundos.

$$v = e / t$$

- Primer tramo: $v = 600/600 = 1 \text{ m/s}$
- Segundo tramo, la velocidad es nula, está descansando.
- Tercer tramo: $v = 240/240 = 1 \text{ m/s}$

La velocidad de esta persona antes y después del descanso es la misma, va a una velocidad constante.

Ejercicio 5

Un motorista sale de Toledo a las 3 horas y 30 minutos a una velocidad de 90 Km/h, si la distancia entre Madrid y Toledo es de 64 Km y mantiene su velocidad constante durante todo el camino, ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a Madrid? ¿A qué hora llegará?

En primer lugar debemos pasar nuestros datos a unidades del Sistema Internacional, para que los cálculos nos resulten efectivos. 64 Km = 64000m.

La velocidad de 90 Km/ hora, si lo pasamos a m/s tenemos:

$$\frac{90km}{1h} = \frac{90000m}{3600s} = 25m/s$$

Entonces vamos a calcular el tiempo que tarda el motorista en llegar a Madrid:

$$t = \frac{e}{V} = \frac{64000}{25} = 2560s$$

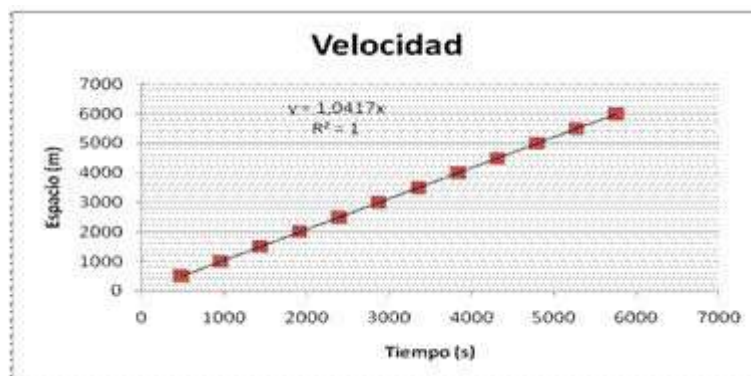
Tarda en llegar, 2560 segundos que son 42,6 minutos. Con lo cual si ha salido a las 3 horas 30 minutos, habrá llegado a Madrid a las 4 horas con 12,6 minutos.

Ejercicio 6

Representa en los ejes perpendiculares el espacio que recorre y el tiempo que tarda una persona que camina durante 6 kilómetros, siempre a la misma rapidez según la siguiente tabla:

Tiempo (min)	Tiempo (s)	Espacio (Km)	Espacio (m)
8	480	0,5	500
16	960	1	1000
24	1440	1,5	1500
32	1920	2	2000
40	2400	2,5	2500
48	2880	3	3000
56	3360	3,5	3500
64	3840	4	4000
72	4320	4,5	4500
80	4800	5	5000
88	5280	5,5	5500
96	5760	6	6000

a) ¿Qué tipo de línea se obtiene? Representáala.



La línea es una recta, lo cual nos lleva a pensar que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme, con velocidad constante. Vamos a comprobarlo:

$$\frac{e}{t} = v; v = \frac{500}{480} = 1,041m/s$$

$$v = \frac{4000}{3840} = 1,041m/s$$

b) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 metros?

Para calcular el tiempo que tarda en recorrer 100 m, podríamos ir a la gráfica y mirarlo, pero al empezar en 500 m, lo mejor es usar la ecuación de la velocidad:

$$\frac{e}{t} = v; v = \frac{100}{t} = 1,041m/s$$

$$t = \frac{100}{1,041} = 95,99s$$

c) ¿Cuántos metros recorre en una hora?

$$\frac{e}{t} = v; v = \frac{m}{60} = \frac{1,041m}{s}$$

$$t = 60 * 1,041 = 62,46m$$

d) ¿Cuál es su velocidad?

La velocidad ya la hemos calculado en el apartado a) podríamos calcularla para cada par de valores, y veríamos que es constante:

Tiempo (s)	Espacio (m)	v=e/t (m/s)
480	500	1,041666667
960	1000	1,041666667
1440	1500	1,041666667
1920	2000	1,041666667
2400	2500	1,041666667
2880	3000	1,041666667
3360	3500	1,041666667
3840	4000	1,041666667
4320	4500	1,041666667
4800	5000	1,041666667
5280	5500	1,041666667
5760	6000	1,041666667

e) ¿Tiene un movimiento uniforme?

El movimiento es uniforme, ya que la velocidad permanece constante en todo el recorrido, su valor es 1,041m/s o en Km/min,

$$\frac{1,041m}{1s} = \frac{0,001km}{0,000277min} = 3,6km/min$$

Ejercicio 7

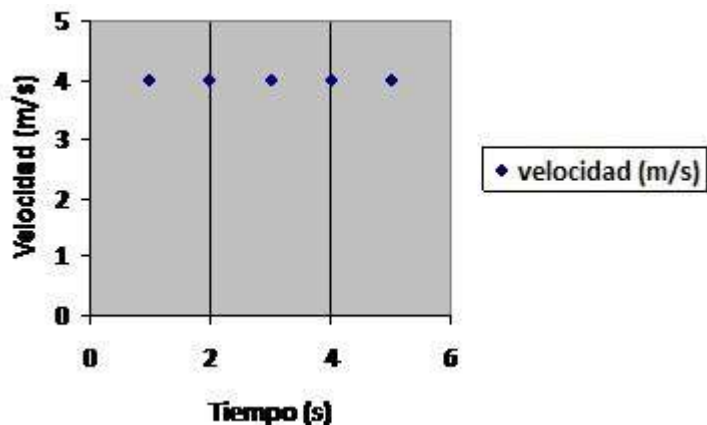
¿A cuántos m/s equivale la velocidad de un móvil que se desplaza a 72 km/h?

Los kilómetros se deben pasar a metros para ello se multiplica por mil. Una hora está constituida por 60 minutos y cada minuto son 60 segundos, por tanto para saber los segundos en una hora se debe multiplicar el tiempo en horas por el número de segundos que transcurren en ella, 60 x 60 = 3600 segundos en una hora.

$$\frac{72km}{1hora} = \frac{72000m}{3600s} = 20m/s$$

Ejercicio 8

En el gráfico, se representa un movimiento rectilíneo uniforme, averigua gráfica y analíticamente la distancia recorrida en los primeros 4 s.



Datos: $v = 4 \text{ m/s}$ ----- $t = 4 \text{ s}$

$$e = V \cdot t = 4 \cdot 4 = 16\text{m}$$

Ejercicio 9

Un vehículo que circula por la carretera acelera para poder adelantar a un camión, pasando de una velocidad de 10 m/s a otra de 15 m/s. ¿Cuál es la aceleración del vehículo si ha tardado 10 s en hacerlo?

Siempre antes de sustituir los datos en una fórmula debemos comprobar que las unidades son las correctas.

En caso de que alguna magnitud no venga expresada en su unidad fundamental, deberemos hacer el cambio de unidades correspondiente.

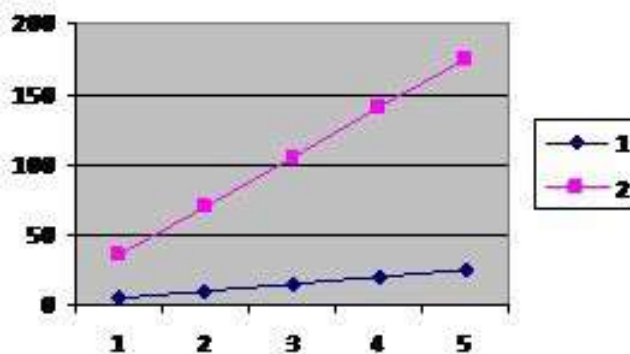
Partiendo de la expresión y comprobando antes de sustituir que las unidades son las correctas, calculamos la aceleración:

$$a = \frac{V_f - V_o}{t} = \frac{15 - 10}{10} = \frac{5}{10} = 0,5\text{m/s}$$

Ejercicio 10

En la gráfica se han representado la velocidad y el tiempo de dos móviles 1 y 2.

- ¿Cuál de los dos lleva mayor aceleración? ¿Por qué?
- ¿Qué velocidad lleva cada objeto a los 4 segundos?



a)

Si observamos la gráfica en la que se representan las velocidades en función del tiempo, vemos que la velocidad del objeto 2 aumenta mucho más que la del objeto 1 en el mismo tiempo, pues su pendiente es mayor. Ello significa que para un mismo tiempo, el cuerpo 2 ha alcanzado mayor velocidad que el primero, luego su aceleración es mayor.

Por lo tanto, en el móvil 1 la aceleración es menor que en el móvil 2.

b)

Si tomamos trazamos una línea vertical hacia arriba desde el punto $t = 4$ s, en los puntos de corte con cada una de las gráficas nos muestra los valores de velocidad.

Podemos comprobar que la línea que corta a la gráfica 1, ese objeto tiene una velocidad de 20 m/s aproximadamente.

Para el objeto número 2 la velocidad es de 150 m/s aproximadamente.

Ejercicio 11

Si nos dicen que un objeto tiene un peso de 490 N, ¿cuál es su masa?

$$m = \frac{P}{g} = \frac{490}{9,8} = 50kg$$

Ejercicio 12

Una caja de 60 kg de masa se encuentra en reposo sobre un suelo horizontal que posee un coeficiente de rozamiento de 0.25. Calcular la fuerza de rozamiento y la aceleración de la caja si se aplica una fuerza horizontal de 400 N.

La fuerza de rozamiento la calculamos mediante la expresión:

$$Fr = \mu \cdot N \Rightarrow Fr = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow Fr = 0.25 \cdot 60 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow Fr = 147 \text{ N}$$

Una vez que conocemos la fuerza de rozamiento, podemos determinar cuál es la aceleración que adquiere el cuerpo. Aplicando el principio fundamental o *segunda ley de Newton*:

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow F - Fr = m \cdot a \Rightarrow 400 \text{ N} - 147 \text{ N} = 60 \text{ Kg} \cdot a \Rightarrow a = 4.21 \text{ m/s}^2$$

Ejercicio 13

¿Qué es la corriente eléctrica?

La corriente eléctrica es el movimiento de electrones a través de un conductor que lo permita.

Ejercicio 14

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

	V / F
Una corriente eléctrica es un movimiento ordenado de cargas libres, normalmente protones a través de un circuito eléctrico.	F
Una batería o una pila son dispositivos que suministran a los electrones la energía necesaria para mantener su movimiento ordenado.	V
Un material aislante, suele ser un hilo de cobre.	F
Un dispositivo que convierta la energía eléctrica, la que llevan los electrones en su movimiento, en otro tipo de energía, se llama, en general, receptor.	V
La corriente continua (CC), en la que los electrones circulan aleatoriamente.	F
La corriente alterna (CA), en la que los electrones mantienen constante su sentido de circulación.	F
En los enchufes de nuestras casas disponemos solo de corriente alterna.	V
Todos los aparatos electrónicos que enchufamos a la red o bien disponen internamente de una fuente de alimentación o bien se alimentan solos.se conectan a través de una fuente de alimentación.	F

Ejercicio 15

¿Qué es la resistencia eléctrica de un material? ¿En qué unidades se mide?

Es la oposición que muestra un material al paso de la corriente eléctrica. Su unidad de medida es el ohmio

Ejercicio 16

Indica en qué unidades mediríamos:

1	La diferencia de potencial
2	La resistencia
3	La intensidad

2	Ohmios
1	Voltios
3	Amperios

Ejercicio 17

I) El voltímetro se coloca siempre:

	a) En serie
	b) Bien colocado
X	c) En paralelo
	d) Unido a la bombilla

II) Se considera por convenio:

	a) Que la corriente eléctrica sale del polo negativo del generador y entra en él por el polo positivo.
X	b) Que la corriente eléctrica sale del polo positivo del generador y entra en él por el polo negativo.
	c) Que la corriente circule en el sentido anti horario

III) El amperímetro se coloca siempre en:

	a) Paralelo
	b) Junto a la pila
X	c) En serie
	d) Se sitúan dos juntos

IV) Para medir el valor de una resistencia, se coloca el ohmímetro:

	a) En serie
	b) Junto a la resistencia
	c) Al lado de la pila
X	d) En paralelo

Ejercicio 18

¿Qué hace que se muevan los electrones desde un punto hasta otro?

Para que los electrones se muevan entre dos puntos deben darse dos condiciones:

- a) Que exista un cable conductor que una ambos puntos.
- b) Que exista una diferencia de cargas entre ambos puntos.

Ejercicio 19

Partes de un circuito. Define cada parte.

Generador: Es el elemento que produce energía eléctrica, como la pila.

Receptor: Es el elemento que consume energía eléctrica para transformarla en otro tipo de energía.

Elemento de control: Controla el paso de la corriente eléctrica en el circuito.

Cable conductor: Conduce la corriente eléctrica.

Ejercicio 20

Comenta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

	V / F
Los profesionales de la electricidad y la electrónica representan los circuitos mediante esquemas	V
Sólo hay un modo básico de conectar componentes en un circuito, en serie	F
Conexión en serie, si se pone un componente detrás de otro	V
Conexión en paralelo, si se conectan los componentes por sus extremos	V
La conexión en serie, aumenta la duración de las pilas	F
La conexión en serie, hace que cada bombilla luzca más que si estuviera sola y consumirá menos potencia	F
La conexión en paralelo aumenta la duración de las pilas	V
La conexión en paralelo hace que las bombillas luzcan menos que si estuviesen solas y consumirán la misma potencia	F

Ejercicio 21

¿Qué es la tensión eléctrica? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

La tensión eléctrica es la “fuerza” con la que son impulsados los electrones entre dos puntos. Su unidad de medida es el voltio. El aparato que mide la tensión es el voltímetro.

Ejercicio 22

¿Qué es la intensidad de corriente? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

La intensidad de corriente es el número de electrones que atraviesa un punto del circuito cada segundo. Su unidad de medida es el amperio y se usa como aparato de medida el amperímetro.

Ejercicio 23

¿Qué es un polímetro?

Es el aparato de medida que combina en uno solo un voltímetro y un amperímetro.

Ejercicio 24

Tipos de conexiones en los circuitos. Diferencias y características:

En serie: Un circuito conecta sus elementos en serie cuando se conectan uno a continuación del otro de modo que la salida de uno es la entrada del siguiente. En este caso la tensión eléctrica se reparte entre los elementos, aunque la intensidad de corriente que recorre todos los elementos es la misma. Si uno de los elementos deja de funcionar, el resto tampoco funcionará.

En paralelo: Un circuito conecta sus elementos en paralelo cuando los diferentes elementos se colocan de forma que tienen la misma entrada y la misma salida. De este modo, los cables de cada lado se unen entre sí. En este caso, la tensión eléctrica de todos los elementos es igual entre sí, mientras que la intensidad de corriente se reparte. Si uno de los elementos deja de funcionar, el resto funcionará normalmente.

Ejercicio 25

Completa estas frases colocando las siguientes palabras en el lugar que les corresponde:

Paralelo

Serie

Electrones

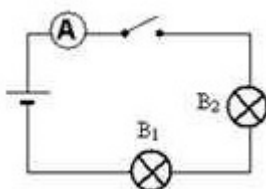
El desplazamiento o paso de electrones por un camino adecuado constituye lo que conocemos como corriente eléctrica.

En un circuito eléctrico las bombillas conectadas en paralelo lucen correctamente, y si se suprime una, las demás siguen luciendo.

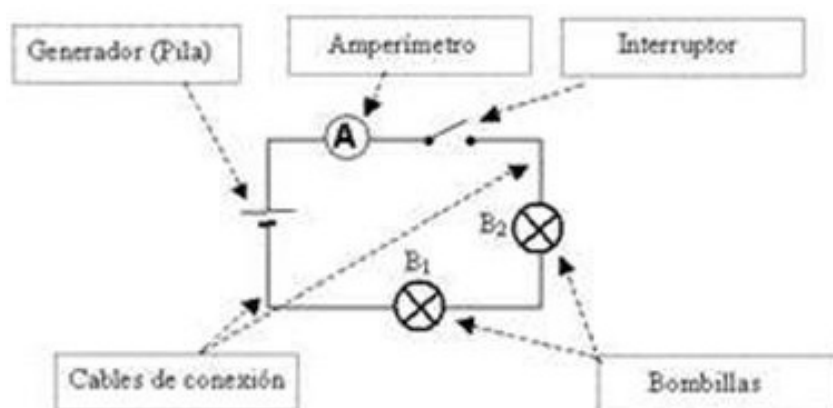
En un circuito en serie se suministra al circuito más voltaje que si solo se emplea una pila.

Ejercicio 26

Observa el circuito:



a) Señala el nombre de los elementos que aparecen.



b) ¿Puede circular por él la corriente?

No, porque el interruptor está abierto y no pueden pasar las cargas eléctricas (electrones).

c) ¿Qué sería necesario cambiar para que pasara la corriente?

Poner el interruptor en posición cerrado.

d) ¿Qué magnitud medirá el amperímetro?

La intensidad de corriente que recorre el circuito

e) Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla 2. ¿Qué debemos hacer?

No es necesario modificar nada. Bastará con leer lo que marca el amperímetro, ya que la corriente que pasa por las bombillas, el interruptor y la pila es la misma.

f) ¿Cómo están asociadas las bombillas?

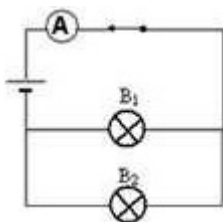
En serie.

g) ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

Que la bombilla 1 se apagará.

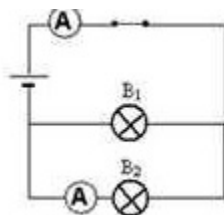
Ejercicio 27

Observa el circuito:



a) Queremos saber el valor de la intensidad de corriente que recorre la bombilla 2. ¿Qué debemos hacer?

Debemos conectar un amperímetro en serie con la bombilla 2.



b) ¿Cómo están asociadas las bombillas?

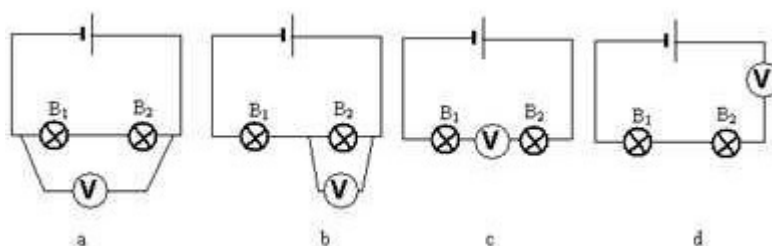
En paralelo o derivación.

c) ¿Qué ocurrirá si se funde la bombilla 2?

Que la bombilla 1 seguirá dando luz.

Ejercicio 28

Queremos medir el voltaje entre los extremos de la bombilla B₂. Indica si el voltímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



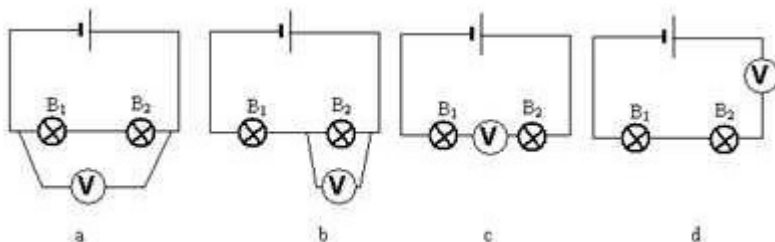
Circuito a: el voltímetro mide el voltaje entre los extremos de las dos bombillas y no de B₂ como se pretende.

Circuito b: bien conectado; está en paralelo a B₂ y entre sus extremos.

Circuitos c y d: mal conectado, pues el voltímetro está en serie con las bombillas y los voltímetros deben conectarse siempre en paralelo.

Ejercicio 29

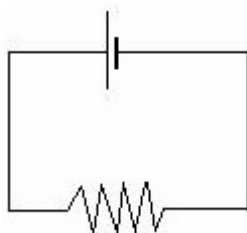
Queremos medir la intensidad de corriente que pasa por la bombilla B2. Indica si el amperímetro está bien o mal conectado en cada uno de los siguientes circuitos:



Sólo está bien conectado el circuito b, ya que los amperímetros se deben conectar en serie con el elemento del circuito cuya intensidad se quiere medir.

Ejercicio 30

Entre los extremos de una resistencia de 100 Ohmios hay una diferencia de potencial de 10 V, ¿cuál es la intensidad de corriente que circula por la misma?



Según la ley de Ohm: $I = \frac{V}{R}$

Sustituyendo por los datos del problema: $I = \frac{10V}{100\text{Ohmios}} = 0,1A$

Ejercicio 31

El amperímetro marca 0,25 A y el voltímetro 10 V. ¿Cuál es el valor de la resistencia?

$$R = \frac{V}{I}$$

$$R = \frac{10V}{0,25A} = 40$$

Ejercicio 32

¿Qué intensidad de corriente circulara por un conductor de 4 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 80 voltios?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{80}{4} = 20A$$

Ejercicio 33

¿Qué intensidad de corriente circulará por un conductor de 6 Ohmios de resistencia si se le aplica un voltaje de 108 voltios?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{108}{6} = 18A$$

Ejercicio 34

¿Cuál es la resistencia de cierto conductor que al aplicarle un voltaje de 220 voltios experimenta una corriente de 11A?

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220}{11} = 20$$

Ejercicio 35

¿Cuál es la resistencia de una lámpara que al conectarla a 320 voltios, absorbe una corriente de 16A?

$$R = \frac{V}{I} = \frac{320}{16} = 20$$

Ejercicio 36

Si nuestra piel esta seca nuestra resistencia es de 4000Ω , ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{4000} = 0,055A$$

Ejercicio 37

Si nuestra piel esta mojada nuestra resistencia es de 500Ω , ¿qué intensidad de corriente soporto si toco los polos de la llave eléctrica principal de mi casa (220v)?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{500} = 0,44A$$

Ejercicio 38

Asumiendo que en promedio la resistencia de la piel es de 3000Ω , ¿qué rango de voltaje puedo tocar para sentir un “hormigueo” que me permita soltar el conductor cuando quiera? Nota: la corriente que te haría sentir este hormigueo debe estar entre 1mA ($0,001\text{A}$) y 10mA ($0,01\text{A}$).

$$V = R \cdot I; V = 3000 \cdot 0,001 = 3 \text{ v}$$

$$V = R \cdot I; V = 3000 \cdot 0,01 = 30 \text{ v}$$

El rango del voltaje o potencial que puedo soportar sintiendo un hormigueo y soltar el conductor cuando quiera, esta entre 3 y 30 voltios. No lo experimentes.

Ejercicio 39

Si soportas tiempo suficiente una corriente de 50mA ($0,05\text{A}$) quedas en estado de coma. Usando el dato de que nuestra piel tiene 3000Ω de resistencia, ¿Cuál es el voltaje al que me tendría que exponer?

$$V = R \cdot I; V = 3000 \cdot 0,05 = 150 \text{ v}$$

Ejercicio 40

Cuando te peinas, la fricción del peine y tu cabello hace que este se cargue, desarrollándose un voltaje respecto a tus pies de más o menos 10000 voltios, son el dato anterior de resistencia 3000Ω ¿Cuál sería la corriente que nos pasaría con dicho voltaje?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10000}{3000} = 3,3333\text{A}$$

TEMA 12. COORDENADAS CARTESIANAS. EXPRESIÓN GRÁFICA

INDICE:

1. **Introducción**
2. **Ejes de coordenadas cartesianas**
3. **Representación en un sistema de ejes de coordenadas**
4. **Representación gráfica de una tabla de valores**

1. Introducción

Una tabla es una representación de datos, mediante parejas de valores ordenados, que expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones cualesquiera.

Por ejemplo, la siguiente tabla nos muestra el nivel de agua en un recipiente bajo un grifo que gotea con el paso del tiempo:

Tiempo (minutos)	0	15	30	45
Nivel de agua (cm)	0	10	14	17

La siguiente tabla nos indica el dinero a pagar por los alumnos que desean ir a una excursión dependiendo del número de alumnos que se apunten al viaje:

Nº alumnos	5	10	20	40	50
Euros	80	40	20	10	8

Si nos fijamos bien, las tablas pueden ser aleatorias o mantener una relación de proporcionalidad, pero ¿cómo reconocer una proporcionalidad directa con tablas?

La siguiente tabla es de proporcionalidad directa

Serie 1ª	2	4	6	10	12	16
Serie 2ª	0'5	1	1'5	2'5	3	4

El diagrama muestra una tabla con dos series de datos. La Serie 1ª (verde) tiene los valores 2, 4, 6, 10, 12, 16. La Serie 2ª (amarilla) tiene los valores 0'5, 1, 1'5, 2'5, 3, 4. Flechas azules indican que los valores de la Serie 2ª se obtienen multiplicando los de la Serie 1ª por 0'5 (o dividiendo por 2). Flechas rojas indican que los valores de la Serie 1ª se obtienen multiplicando los de la Serie 2ª por 2 (o dividiendo por 0'5).

Imagen nº 6. Proporcionalidad directa. Fuente: Elaboración propia

Observa que al multiplicar un valor de la 1ª serie por un número, el valor de la 2ª serie queda multiplicado por dicho número (o al revés).

2. Ejes de coordenadas cartesianas

Podemos representar las tablas de valores como pares de números, utilizando para ello los ejes de coordenadas cartesianas.

Los ejes coordenadas cartesianas están formadas por dos rectas reales que se cortan en un punto. El eje horizontal se llama **eje de abscisas** o también **eje x**, y el vertical se llama **eje de ordenadas** o **eje y**. El punto donde se cortan los ejes es el **origen de coordenadas**

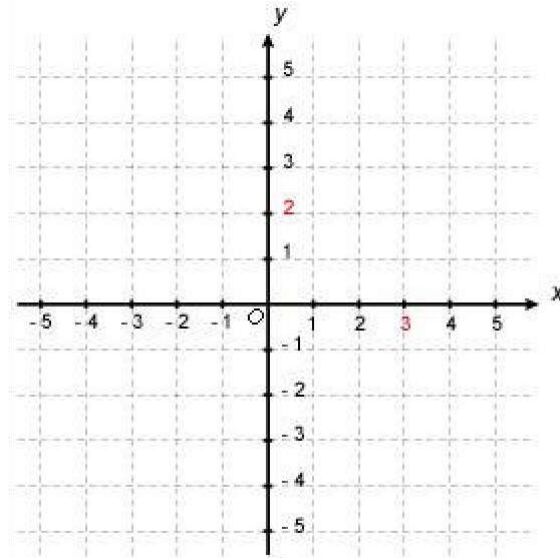


Figura 1

Imagen nº 7. Autor: Desconocido Fuente:

[Tareafacil http://tareafacil.info/](http://tareafacil.info/) Licencia:

desconocida

En el **eje de abscisas** o eje x:

- Los puntos situados a la derecha del 0 son POSITIVOS.
- Los puntos situados a la izquierda del 0 son NEGATIVOS.

En el **eje de ordenadas** o eje y:

- Los puntos situados por encima del 0 son POSITIVOS.
- Los puntos situados por debajo del 0 son NEGATIVOS.

3. Representación en un sistema de ejes de coordenadas

Con este sistema de referencia, cada punto del plano puede “nombrarse” mediante dos números, que suelen escribirse entre paréntesis y separados por una coma y se llama **coordenada del punto A (x, y)**.

El primero de esos números corresponde a la distancia del punto hasta el eje de

ordenadas, medida a lo largo del eje de abscisas o eje x; el segundo corresponde a la distancia desde el punto al eje de abscisas medido a lo largo del eje de ordenadas también conocido como el eje y. El plano queda dividido por los ejes de coordenadas en cuatro cuadrantes, de forma que cualquier punto ubicado en dichos cuadrantes cumplen una propiedad de signos de la siguiente forma:

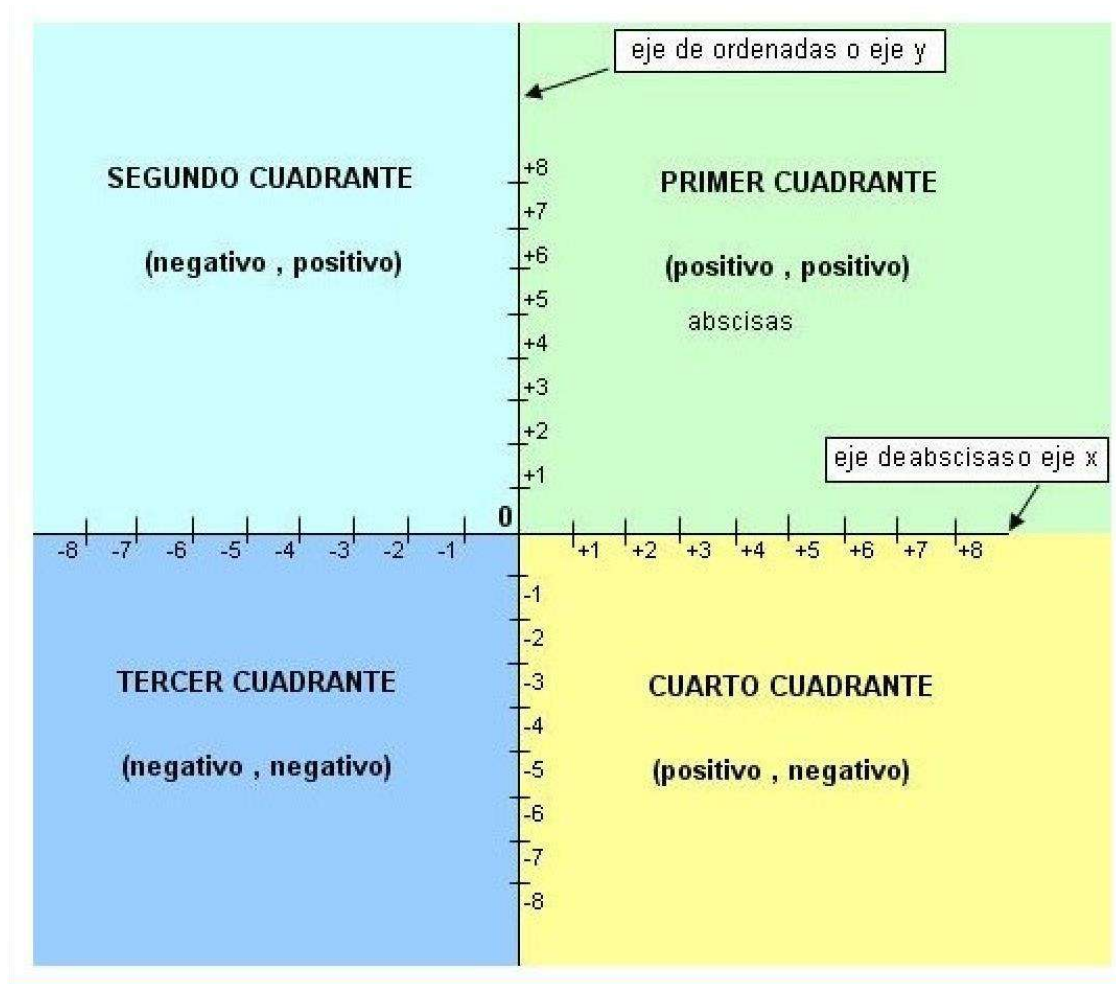


Imagen nº 8. Fuente: Elaboración propia

Para representar cualquier punto en unos ejes de coordenadas, mediremos las distancias del punto sobre los ejes x e y.

Ejemplo:

Vamos a representar en el eje de coordenadas los siguientes puntos:

A (+4, +3); B (0, +5); C (-2, +4); D (-3, -6); E (+3, -4); F (-7, 0)

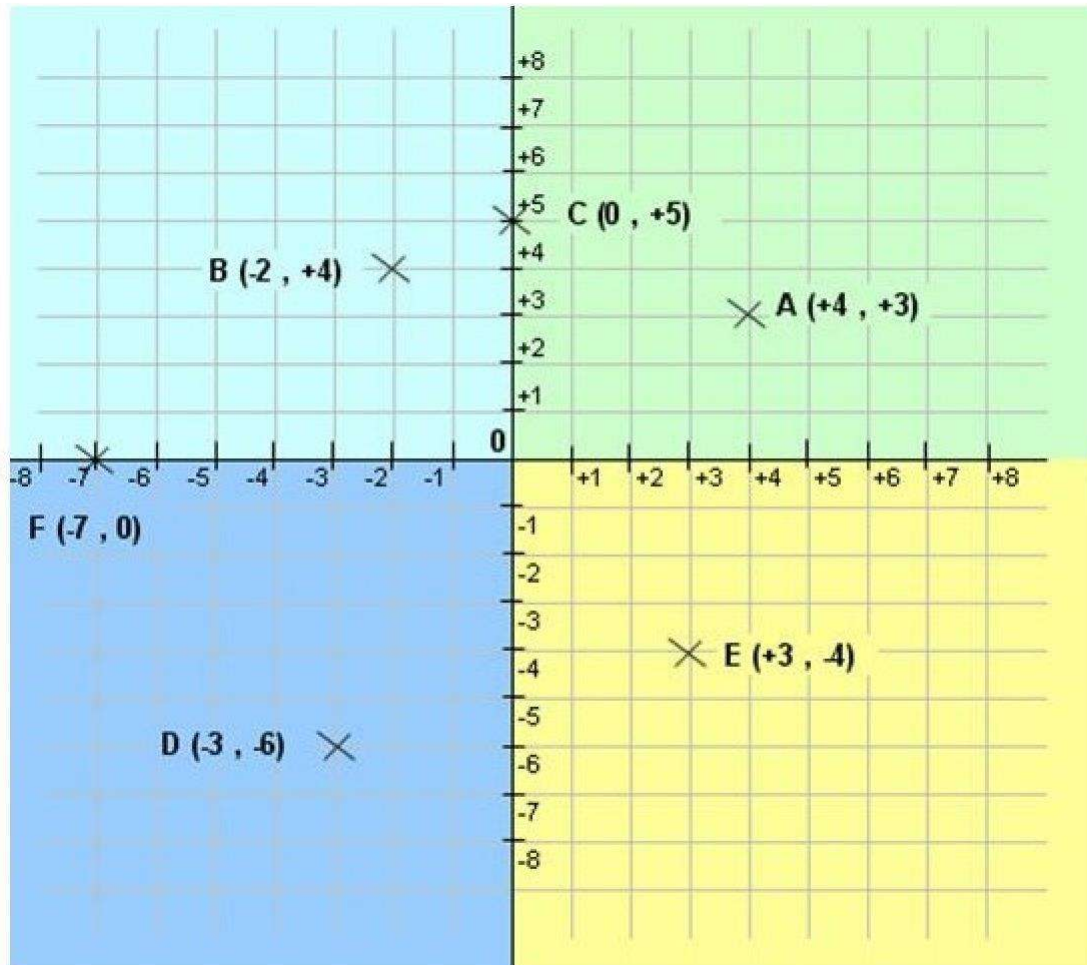


Imagen nº 9. Fuente: Elaboración propia

Actividad

Representa en unos ejes de coordenadas los siguientes puntos: A

(-3,0); B (2,3); C (2,-4); D (-4,-1)

4. Representación gráfica de una tabla de valores

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla. Para representar los datos de una tabla en una gráfica, seguimos los siguientes pasos:

1. **Representamos los puntos de la tabla sobre un ejes.**
2. **Unimos los puntos de izquierda a derecha.**

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones.

Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha:

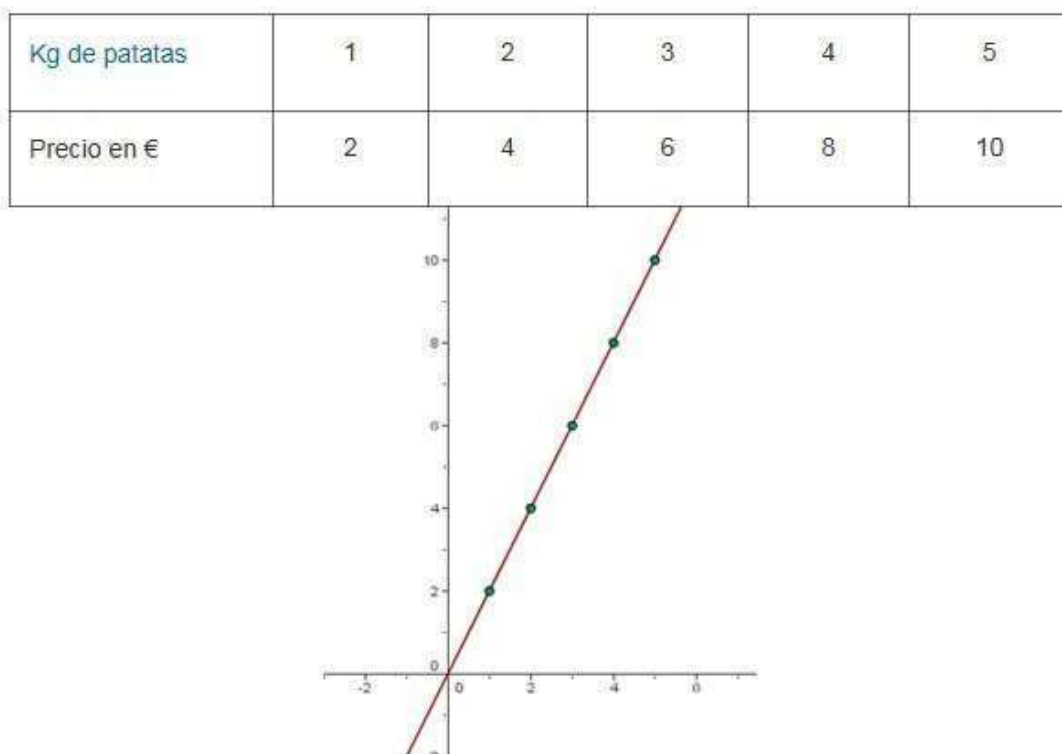


Imagen nº 10. Fuente: Elaboración propia

En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

Las gráficas pueden ser:

Creciente: Si al aumentar los valores del eje de abscisas (eje x), aumentan también los valores del eje de ordenadas (eje y)

Decreciente: Si al aumentar los valores del eje de abscisas, disminuyen los valores del eje de ordenadas.

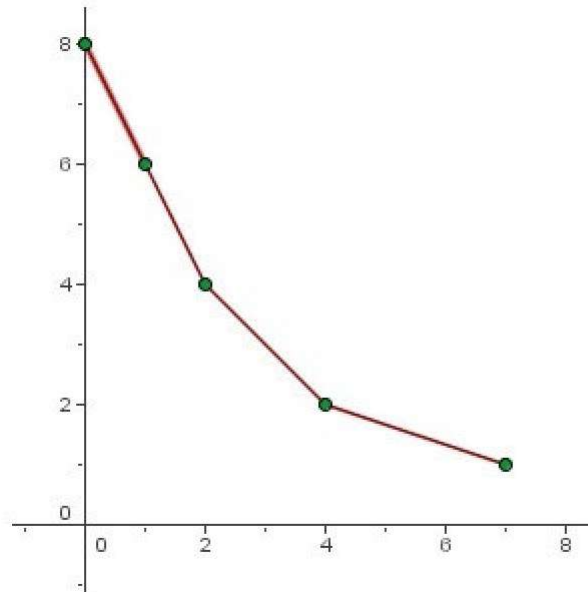


Imagen nº 11. Fuente: Elaboración propia

Constante: Si al aumentar el valor del eje de abscisas, el valor del eje de ordenadas se mantiene igual.

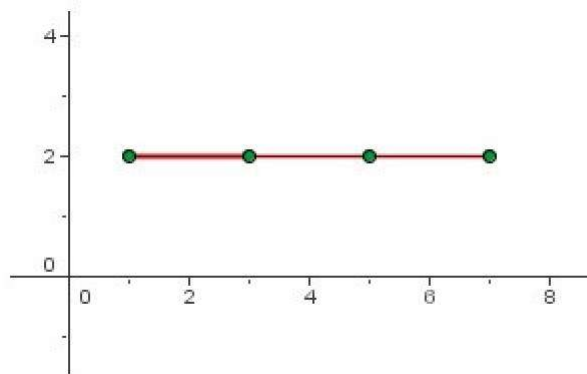


Imagen nº 12. Fuente: Elaboración propi

Para saber más

Cuando tenemos una gráfica, podemos obtener fácilmente relaciones entre los datos representados. Para ello trazamos líneas paralelas a los ejes de abscisas y de ordenadas desde cualquier punto del gráfico hasta que corten a dichos ejes. Así obtenemos los valores x e y del punto considerado.

Por ejemplo, en la siguiente gráfica representa la relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.



Imagen nº 13. Fuente: Elaboración propia



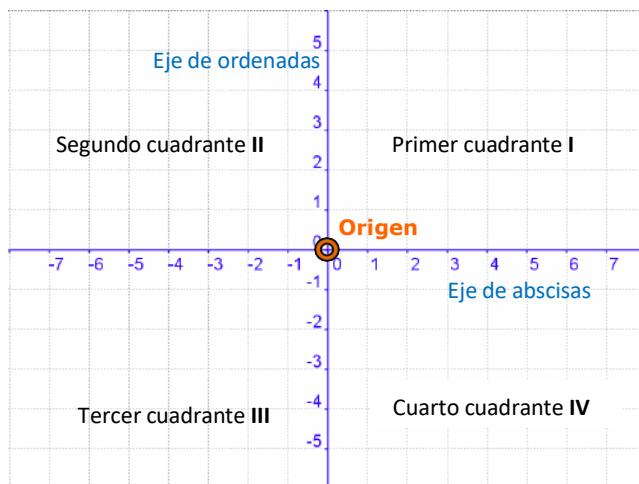
Imagen nº 14. Fuente: Elaboración propia

Tareas del tema.

Resumen

- **Ejes cartesianos**

Observa la siguiente imagen, en ella se muestran los elementos del sistema de **coordenadas cartesianas** que ha permitido avances en varios campos de las matemáticas.



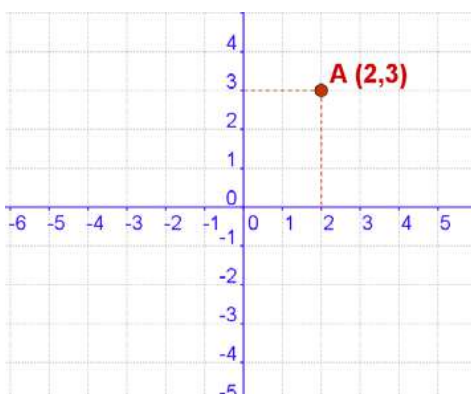
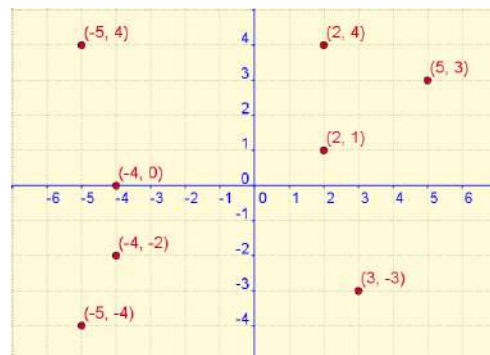
Un sistema de ejes coordenados (o cartesianos) está formado por dos ejes numéricos perpendiculares, uno horizontal, llamado de **abscisas** y otro vertical o de **ordenadas**.

Ambos ejes se cortan en un punto llamado **origen** o **centro de coordenadas**.

- **Coordenadas de un punto**

En la imagen de este apartado aparecen varios puntos en el plano y unos ejes cartesianos donde se visualizan las coordenadas cartesianas de cada punto.

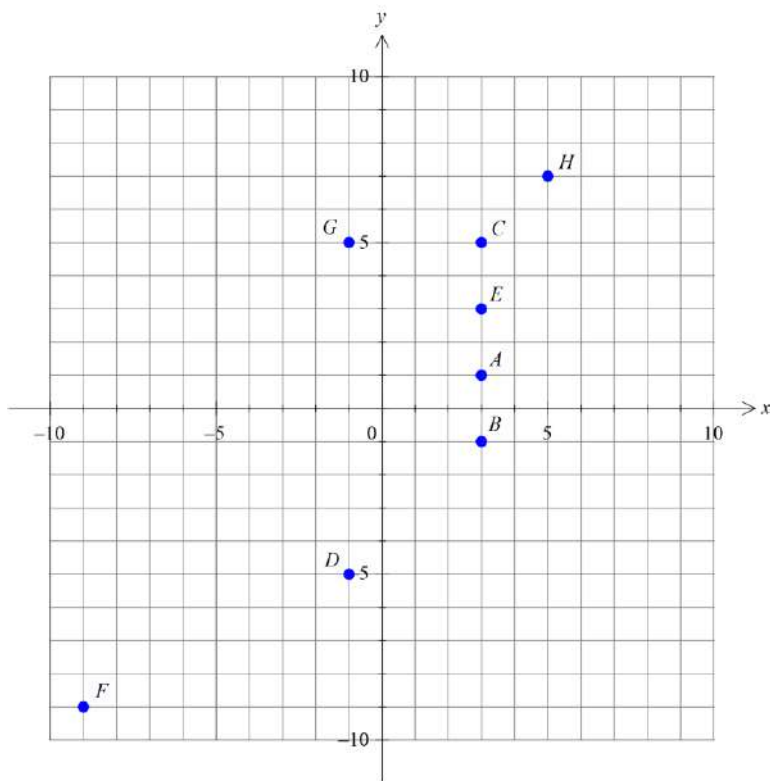
Observa que las coordenadas de un punto son un **par ordenado** de valores



- La primera coordenada o **abscisa** de un punto nos indica la distancia a la que dicho punto se encuentra del eje vertical.
- La segunda coordenada u **ordenada** indica la distancia a la que se encuentra el punto del eje horizontal

ACTIVIDADES

1. Completa la tabla con las coordenadas de los puntos representados en la imagen siguiente:



	x	y
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		

2. Indica, sin representarlos, el cuadrante en el que se sitúa cada punto:

Punto	A(-8, 3)	B(5, 10)	C(-7, 2)	D(4, 6)
Cuadrante				

3. Escribe tres puntos situados en el eje X de abscisa positiva, y otros tres en el eje Y de ordenada negativa.

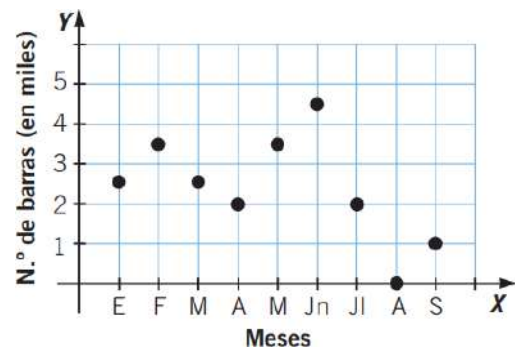
4. Considerando la función $y = x - 2$, halla los valores de y para $x = 0$, $x = -2$ y $x = 3$.

5. Determina la ecuación que representa la función que asocia a cada número su doble más 1. ¿Pertenece el punto (2, 6) a dicha función? ¿Y (3, 7)?

6. Dada la función $f(x) = 4x + 8$, escribe una tabla con seis valores.

x						
$f(x)$						

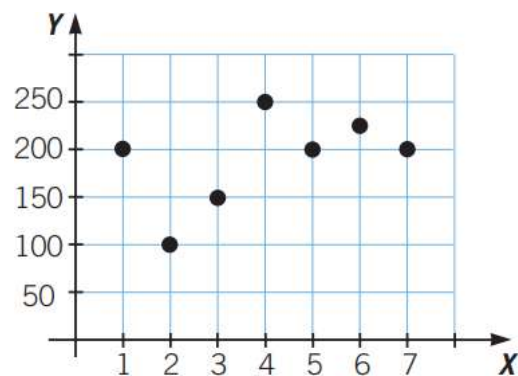
7. Esta gráfica representa el número de barras de pan que se han vendido en una panadería durante los primeros seis meses del año. Realiza una interpretación de esta gráfica.



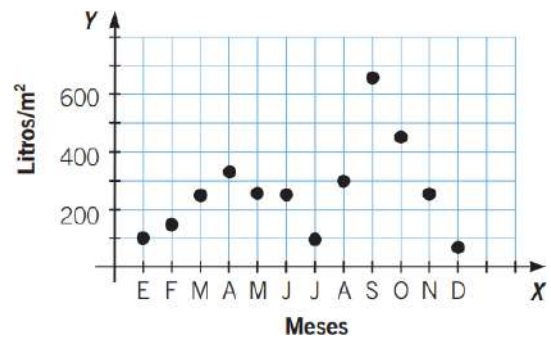
8. La gráfica muestra los asistentes a una obra de teatro los siete primeros días desde el estreno.

a) ¿Qué representa cada una de las variables?

b) ¿Qué día hubo más asistentes? ¿Y menos?



9. La gráfica muestra las precipitaciones en una localidad durante un año. En el eje de abscisas están representados los meses del año, y en el de ordenadas, las precipitaciones, en l/m^2 .



- ¿Cuál fue el mes más lluvioso?
- ¿Y el más seco?
- ¿Qué mes tuvo unas precipitaciones de $300 l/m^2$?
- ¿Cuáles fueron las precipitaciones en enero?
- ¿En qué estación se produjeron más precipitaciones?

10. La siguiente tabla refleja el número de asistentes en un cine durante los días laborables de una semana. Representa los datos en un sistema cartesiano y dibuja la gráfica.

Días	1	2	3	4	5
Asistentes	150	280	140	420	750

11. En un partido de baloncesto se elabora una tabla con los puntos marcados por cada equipo. Antes de llegar al final del 2.º cuarto podemos ver la siguiente tabla:

Minuto	4	6	8	10	12	14	16
Equipo A	10	12	15	18	20	22	24
Equipo B	6	8	14	18	18	24	26

a) Haz las gráficas de ambos equipos (la del equipo A en azul y la del equipo B en rojo).

b) Realiza un resumen del partido a la vista de la gráfica.

12. Observa la gráfica que representa el paseo que ha dado Julio: ha salido de casa, ha ido a comprar y ha regresado.

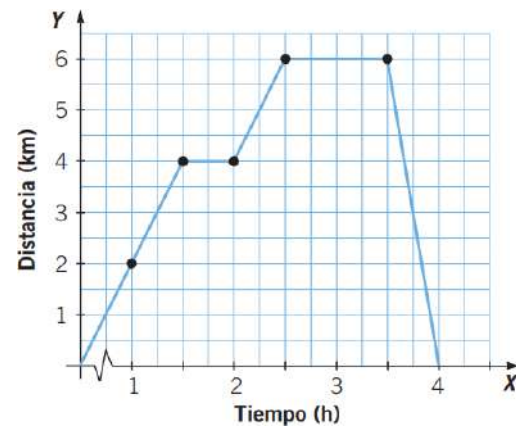
a) ¿Qué variables están representadas?

b) ¿Cuánto tiempo ha durado el paseo?

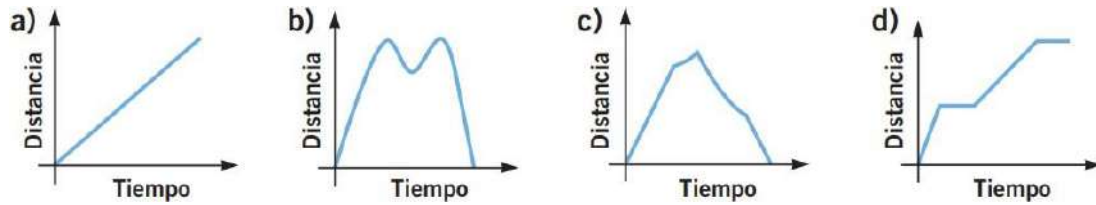
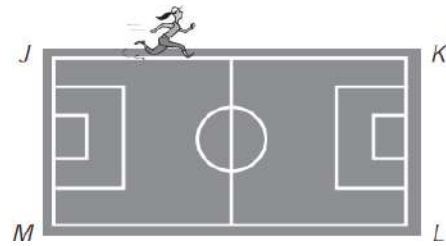
c) ¿Cuál es la distancia más lejana a la que ha ido?

d) ¿Cuándo ha caminado más rápido, a la ida o a la vuelta?

e) ¿Qué crees que significan los tramos horizontales?



13. María empieza a correr desde J en este sentido: J - K - L - M - J - ¿Qué gráfica representa la distancia en cada instante al punto de partida?



14. Damián, Ruth, Luis y Amanda utilizan la bicicleta o la moto para ir desde su casa a la playa.



Si las gráficas que representan los trayectos son las siguientes, ¿cuáles corresponden a los viajes de Ruth, Luis y Damián?

