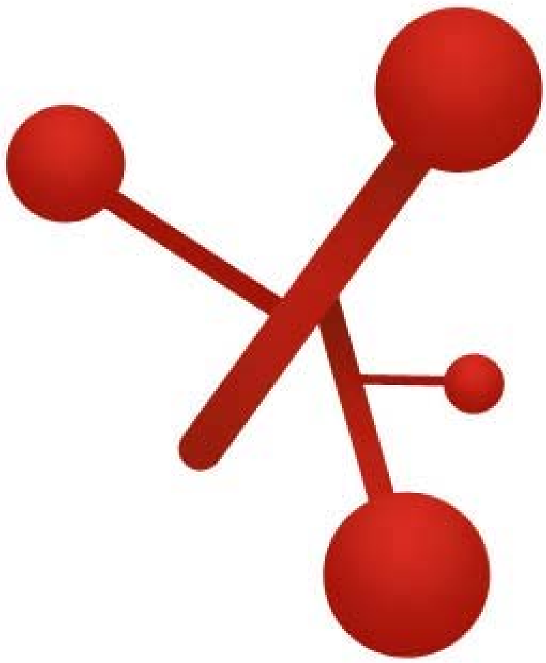


Ámbito Científico y Tecnológico.

Módulo Tres. Tema 3

Resolviendo problemas

Bloque 8. Tema 3

Resolviendo problemas

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

Muchas veces en distintos momentos de nuestra vida se nos presentan problemas de distinta índole que, de una manera u otra, tenemos que resolver. Si nos ponemos a recapacitar como salimos del problema que tenemos más o menos seguimos lo que hacemos es lo siguiente:

I. Nos enfrentamos al problema, lo recapacitamos,…
II. Vemos que es lo que realmente tenemos entre manos.
III. Buscamos como salir de él.
IV. Llevamos a cabo todo lo que hemos pensado para quitar del medio el problema.
V. Y, por último, evaluamos si lo que hemos hecho nos saca de él.

Si esto lo pasamos a un lenguaje un poco más científico, a la hora de resolver un problema lo que hacemos es seguir los siguientes pasos:

I. Se lee el problema una primera vez sin tomar nota de nada para enterarnos, lo mejor posible, sobre que va el problema y cuantas incógnitas hay.
II. Se comienza el **PLANTEAMIENTO** realizando una segunda lectura del problema, mediante esta lectura sacamos los datos del problema y la pregunta que nos hace. De esta forma ya tenemos estructurado el problema y detectadas las incógnitas. Seguidamente se extrae la ecuación a resolver a través del enunciado del problema.
III. Una vez terminado el planteamiento, se **RESUELVE** la ecuación (se soluciona).
IV. Resuelta la ecuación se contesta a la pregunta que nos haga el problema.
V. Para terminar, debemos comprobar que la respuesta que hemos dado es coherente respecto a la pregunta; y comprobar que la respuesta es cierta, es decir, que el problema esta bien hecho.

Como podéis observar los pasos a la hora de resolver los problemas tanto en matemáticas como en nuestro día a día son los mismo, lo único que hacemos es cambiarle un poco los nombres.

Para resolver un problema, la ciencia usa un determinado lenguaje, este es el lenguaje algebraico, es decir, ponemos lo que nos dice el problema en un lenguaje con el que podamos realizar operaciones.

2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Se llama **expresión algebraica** a cualquier secuencia de operaciones entre números y letras, donde las letras suelen simbolizar cantidades desconocidas. A estas cantidades desconocidas las llamaremos **variables, incógnitas o indeterminadas**.

Ejemplo: $3xy + 5ts + 8z$

Se llama **valor numérico** de una expresión algebraica al valor que se obtiene al sustituir las variables por un valor numérico determinado.

Ejemplo: Si $x = 0; y = 1; z = 2; t = 3; z = 4$, entonces:

$$3xy + 5ts + 8z \rightarrow 3 \cdot 0 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 4 + 8 \cdot 2 = 0 + 60 + 16 = 76$$

3. IGUALDADES: IDENTIDADES Y ECUACIONES.

Una **identidad** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que es cierta para cualquier valor de las letras que intervienen.

Las identidades sirven para transformar expresiones algebraicas en otras más cómodas de manejar.

Una **ecuación** igualdad entre dos expresiones algebraicas que sólo es cierta para algunos valores de las incógnitas.

Una **ecuación con una incógnita** es una igualdad en la que hay un número desconocido –la incógnita- que se representa por una letra.

Una **solución** de la ecuación es un valor de la incógnita para el que la igualdad es cierta.

Resolver una ecuación es encontrar su solución (o soluciones), o llegar a la conclusión de que no tiene.

El **grado** de una ecuación es el mayor exponente al que aparece elevada la incógnita.

3.1. Productos notables:

- Cuadrado de la suma de dos números: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$

Ejemplo: $(x+2)^2 = x^2 + 2^2 + 2 \cdot x \cdot 2 = x^2 + 4 + 4x = x^2 + 4x + 4$

- Cuadrado de la resta de dos números: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$

Ejemplo: $(x-2)^2 = x^2 + 2^2 - 2 \cdot x \cdot 2 = x^2 + 4 - 4x = x^2 - 4x + 4$

- Suma por diferencia: $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Ejemplo: $(x+2) \cdot (x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

4. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

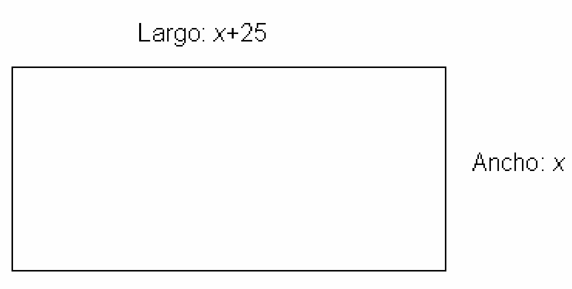
Problema:

El patio de mi colegio mide 25 metros más de largo que de ancho. Si su perímetro es 270, ¿cuál es su longitud y su anchura?

Lo primero que tengo que hacer es leer el problema y entenderlo bien. Luego, plantearlo:

Planteamiento:

Como podemos dibujar dibujamos



Perímetro = 270 metros.

Como no conozco ni el ancho ni el largo, he llamado *x* al ancho, y como el problema me dice que el largo 25 metros más que el ancho, me queda:

Largo = x+25.

Por otro lado, el perímetro de un rectángulo se calcula sumando la longitud de todos sus lados, luego me queda la siguiente ecuación:

$$Perímetro = x + x + 25 + x + 25$$

Y, el perímetro es 75 m^2

Por tanto la ecuación que tengo que resolver es:

$$x + x + 25 + x + x + 25 = 270$$

Resolver una ecuación de primer grado consiste en encontrar su solución, para lo cual lo que haremos es despejar la incógnita, o lo que es lo mismo, **dejar a un lado de la igualdad la incógnita y al otro lado de la igualdad todo lo demás.**

Para realizar lo anterior tendremos en cuenta que:

1) Los términos que están sumando, pasan restando y los que estan restando pasan sumando.

2) Lo que está multiplicando pasa dividiendo y lo que está dividiendo pasa multiplicando

Solución:

Copio la ecuación que me ha quedado:

$$x + x + 25 + x + x + 25 = 270$$

Junto las *x* del primer miembro y los números del mismo miembro:

$$4x + 50 = 270$$

Despejo la *x*, para lo cual primero paso lo 50 al segundo miembro restando y hago las cuentas:

$$4x = 270 - 50 \Rightarrow 4x = 220$$

Ahora lo que está multiplicando pasa dividiendo y hago las cuentas:

$$4x = 220 \Rightarrow x = \frac{220}{4} \Rightarrow x = 55$$

Por lo que la solución de la ecuación de primer grado es:

$$x = 55$$

Ya estoy en condiciones de responder a la pregunta del problema:

El ancho del patio de mi colegio es de 55 metro y el ancho es de 80 metros (55+25).

Compruebo que es cierto

25 + 80 + 25 + 80 = 270

Por lo tanto el problema esta bien resuelto.

Hay dos casos especiales que son los siguientes:

- **Ecuaciones con paréntesis**. En este caso se comienza eliminando los paréntesis y se continúa como habitualmente.

  Ejemplo:

  $$3 \cdot (x - 2) + 2 = 4 \cdot (x + 3) \Rightarrow 3 \cdot x - 3 \cdot 2 + 2 = 4 \cdot x + 4 \cdot 3 \Rightarrow 3x - 6 + 2 = 4x + 12 \Rightarrow \ldots$$

- **Ecuaciones con denominadores**. En este caso, para suprimir los denominadores de una ecuación, se multiplican los dos miembros de por algún múltiplo de todos los denominadores, que de este modo serán cancelados. Es preferible usar el mínimo común múltiplo, para que los coeficientes se mantengan pequeños.

$$\textit{Ejemplo: } \frac{3x+3}{4} = \frac{4x-2}{5} \Rightarrow 5\cdot(3x+3) = 4\cdot(4x-2) \Rightarrow \ldots$$

5. SISTEMAS DE ECUACIONES

5.1. ¿Qué es un sistema de ecuaciones con dos incógnitas?

Frecuentemente, aparecen en los problemas dos cantidades desconocidas sin relación aparente, es decir dos incógnitas. En estos casos, el enunciado del problema se traduce en dos ecuaciones.

Las dos ecuaciones juntas forman un **sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas**.

La **solución** de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es el conjunto de pares de números para los cuales las dos igualdades se cumplen simultáneamente.

Resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es encontrar el conjunto de soluciones del sistema.

A la hora de encontrarnos con un sistema de ecuaciones pueden pasar tres cosas:

- Que el sistema sea **incompatible**; es decir, que no tiene solución.
- Que el sistema sea **compatible indeterminado**; es decir, que tenga infinitas soluciones.
- Que el sistema sea **compatible determinado**; es decir, que tenga una única solución.

5.2. Métodos de resolución de un sistema de ecuaciones

Problema:

Se compran 22 animales entre gallinas y conejos. ¿Cuántos animales se han comprado de cada clase si en total se ha pagado 90 € y el precio de una gallina es

3€ y el de un conejo, 5€?

Lo primero que tengo que hacer una vez leído y entendido el problema es plantearlo.

Planteamiento:

Total número de animales: 22

Número de gallinas, como no lo conozco, lo llamo: x

Número de conejos, como no lo conozco tampoco, lo llamo: y

Total a pagar: 90 €.

Precio de una gallina: 3 €

Precio de un conejo: 5€

Ya tengo todos los datos que me dan en el problema, veamos como saco las ecuaciones que tengo que resolver:

Lo primero que me dice el problema es que hay 22 animales entre gallinas y conejos, esto no es ni más ni menos que decir: el número de gallinas más el número de conejos es 22. Si escribimos lo que está en negrita en lenguaje algebraico quedaría:

$$x + y = 22$$

Ya que x es el número de gallinas e y es el número de conejos.

Por otro lado me dicen que pagamos 90€ al final costando cada gallina 3€ y cada conejo 5€; luego lo que pagaré será el número de gallinas que compre por su precio (3€) más el número de conejos que compre por su precio (5€), haciendo un total de 90€. Si escribimos esto en lenguaje algebraico tenemos:

$$3 \cdot x + 5 \cdot y = 90$$

Ya que x es el número de gallinas e y es el número de conejos.

Si juntamos las dos ecuaciones que hemos obtenido tendremos nuestro sistema de ecuaciones planteado:

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 3 \cdot x + 5 \cdot y = 90 \end{cases}$$

Una vez planteado el problema, lo que tenemos que hacer es resolver el sistema que hemos obtenido.

A la hora de resolver un sistema de ecuaciones lo podemos hacer usando tres métodos distintos. Veamos cada método como funciona para conseguir la solución del problema anterior.

5.2.1. Método de sustitución

Este método consiste en:

a. Despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones. Preferiblemente aquella cuyo coeficiente sea 1.
b. Sustituir la incógnita despejada por su valor en la otra ecuación.
c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.
d. Sustituir la solución de la ecuación con una incógnita en la ecuación obtenida en el paso a.

Ejemplo:

Solución:

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 3 \cdot x + 5 \cdot y = 90 \end{cases} \Rightarrow$$

Paso a. Despejo la x de la primera ecuación

$$\begin{cases} x = 22 - y \\ 3 \cdot x + 5 \cdot y = 90 \end{cases}$$

Paso b. Sustituyo el valor de la x en la segunda ecuación

$$\begin{cases} x = 22 - y \\ 3 \cdot (22 - y) + 5 \cdot y = 90 \end{cases}$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$$\begin{cases} x = 22 - y \\ 3 \cdot (22 - y) + 5 \cdot y = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ 3 \cdot 22 - 3 \cdot y + 5 \cdot y = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ 66 - 3 \cdot y + 5 \cdot y = 90 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ 2 \cdot y = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ y = \dfrac{24}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ y = 12 \end{cases}$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la ecuación que tengo despejada:

$$\begin{cases} x = 22 - y \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 22 - 12 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Por tanto la solución es:

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Una vez resuelto el sistema resuelto el sistema contesto a la pregunta que me hacía el problema:

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

Si compro 10 gallinas a 3€, pago 30€. Si compro 12 conejos a 5€, pago 60€. Sumando los dos pago en total 90€.

Luego el problema esta bien resuelto.

5.2.2. Método de igualación

Este método consiste en:

a. Despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones del sistema.
b. Igualar los resultados obtenidos.
c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.
d. Sustituir la solución de la ecuación del apartado c. en cualquiera de las ecuaciones que se han obtenido en el apartado a.

Ejemplo:

Escribimos el sistema que teníamos en el planteamiento anterior.

Solución:

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 3 \cdot x + 5 \cdot y = 90 \end{cases} \Rightarrow$$

Paso a. Despejo la x de las dos ecuaciones

$$\begin{cases} x = 22 - y \\ 3 \cdot x = 90 - 5 \cdot y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ x = \dfrac{90 - 5 \cdot y}{3} \end{cases}$$

Paso b. Igualo el valor de la x de las dos ecuaciones

$$22 - y = \frac{90 - 5 \cdot y}{3}$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$$22 - y = \frac{90 - 5 \cdot y}{3} \Rightarrow 3(22 - y) = 90 - 5y \Rightarrow 66 - 3y = 90 - 5y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3y + 5y = 90 - 66 \Rightarrow 2y = 24 \Rightarrow y = \frac{24}{2} \Rightarrow y = 12$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la primera ecuación que tengo despejada:

$$\begin{cases} x = 22 - y \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 22 - 12 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Por tanto la solución es:

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

Si compro 10 gallinas a 3€, pago 30€. Si compro 12 conejos a 5€, pago 60€. Sumando los dos pago en total 90€.

Luego el problema esta bien resuelto.

5.2.3. Método de reducción

Este método consiste en hacer desaparecer una de las incógnitas, para ello se realizan los siguientes pasos, suponiendo que deseamos hacer desaparecer la incógnita ***y*****.**

a. Multiplicamos cada una de las ecuaciones por el coeficiente de la incógnita *y* de la ecuación contraria. Se tienen que multiplicar ambos miembros de las ecuaciones, así como cada uno de los términos de cada miembro.

b. Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones obtenidas tras el apartado a.; si no desaparece la incógnita ***y***, se restan miembro a miembro las dos ecuaciones del apartado a.

c. Una vez desaparecida la incógnita *y* se resuelve la ecuación de una incógnita obtenida.

d. Para terminar, sustituir en cualquiera de las ecuaciones iniciales el valor de la incógnita obtenido en el apartado c. y resolver la ecuación con una incógnita *y* obtenida tras esta sustitución.

Ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 3x + 5y = 90 \end{cases} \Rightarrow$$

Paso a. (Multiplico la primera ecuación por 3 y la segunda por 1, con lo que la segunda se queda igual)

$$\begin{cases} 3 \cdot (x + y) = 3 \cdot 22 \\ 3x + 5y = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 66 \\ 3x + 5y = 90 \end{cases}$$

Paso b. (Sumo las dos ecuaciones)

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 3x + 3y = 66 \\ 3x + 5y = 90 \end{cases} \\ \hline 6x + 8y = 156 \end{array}$$

Como no ha desaparecido la incógnita *y* resto la segunda ecuación a la primera

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 3x + 3y = 66 \\ -3x - 5y = -90 \end{cases} \\ \hline -2y = -24 \end{array}$$

Paso c. (Resuelvo la ecuación obtenida)

$$-2y = -24 \Rightarrow y = \frac{-24}{-2} \Rightarrow y = 12$$

Paso d. (Sustituyo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales y resulvo la ecución obtenida)

$$x + y = 22 \Rightarrow x + 12 = 22 \Rightarrow x = 22 - 12 \Rightarrow x = 10$$

Por tanto la solución es:

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

A continuación veremos más ejemplos.

Ejemplo método de sustitución:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

Paso a. Despejo la x de la primera ecuación

$$\begin{cases} 3x = 4 - 5y \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

Paso b. Sustituyo el valor de la x en la segunda ecuación

$$\begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ 2\left(\dfrac{4-5y}{3}\right) + 3y = 3 \end{cases}$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$$\begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ 2\left(\dfrac{4-5y}{3}\right) + 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ \dfrac{8-10y}{3} + 3y = 3 \end{cases} \overset{\times 3}{\Rightarrow} \begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ 8 - 10y + 9y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ -y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ y = -1 \end{cases}$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la ecuación que tengo despejada:

$$\begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-5(-1)}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4+5}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Por tanto la solución es:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ejemplo método de igualación:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

Paso a. Despejo la *x* de las dos ecuaciones

$$\begin{cases} 3x = 4 - 5y \\ 2x = 3 - 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ x = \dfrac{3-3y}{2} \end{cases}$$

Paso b. Igualo el valor de la *x* de las dos ecuaciones

$$\frac{4-5y}{3} = \frac{3-3y}{2}$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$$\frac{4-5y}{3} = \frac{3-3y}{2} \Rightarrow 2(4-5y) = 3(3-3y) \Rightarrow 8 - 10y = 9 - 9y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -10y + 9y = 9 - 8 \Rightarrow -y = 1 \Rightarrow y = 1$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la primera ecuación que tengo despejada:

$$\begin{cases} x = \dfrac{4-5y}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-5(-1)}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4+5}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{3} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ejemplo método de reducción:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

Paso a. (Multiplico la primera ecuación por 3 y la segunda por 5)

$$\begin{cases} 3 \cdot (3x + 5y) = 3 \cdot 4 \\ 5 \cdot (2x + 3y) = 5 \cdot 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 15y = 12 \\ 10x + 15y = 15 \end{cases}$$

Paso b. (Sumo las dos ecuaciones)

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 9x + 15y = 12 \\ 10x + 15y = 15 \end{cases} \\ \hline 19x + 30y = 27 \end{array}$$

Como no ha desaparecido la incógnita *y* resto la segunda ecuación a la primera

$$\begin{array}{c} \begin{cases} 9x + 15y = 12 \\ -10x - 15y = -15 \end{cases} \\ \hline -x = -3 \end{array}$$

Paso c. (Resuelvo la ecuación obtenida)

$-x = -3 \Rightarrow x = 3$

Paso d. (Sustituyo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales y resulvo la ecución obtenida)

$$3x + 5y = 4 \Rightarrow 3 \cdot 3 + 5y = 4 \Rightarrow 9 + 5y = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5y = 4 - 9 \Rightarrow 5y = -5 \Rightarrow y = \frac{-5}{5} \Rightarrow y = -1$$

6. RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Aquí se expone un cuadro en el que se recogen los tres tipos de ecuaciones de segundo grado y la forma de resolverlas:

	ECUACIÓN	SOLUCIONES
Caso 1	$ax^2+b=0$	$x_1=+\sqrt{\frac{-b}{a}}$ $x_2=-\sqrt{\frac{-b}{a}}$
Caso 2	$ax^2+bx=0$	$x_1=0$ $x_2=\frac{-b}{a}$
Caso 3	$ax^2+bx+c=0$	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Ejemplo: Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

CASO 1:

$$4x^2-25=0 \Rightarrow 4x^2=25 \Rightarrow x^2=\frac{25}{4} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow x=\pm\frac{5}{2}$$

CASO 2:

$$5x^2-6x=0 \Rightarrow x(5x-6)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5x-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5x=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{6}{5} \end{cases}$$

CASO 3:

$$x^2+2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1} \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2} \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-2\pm 4}{2} \begin{matrix} \nearrow & x=\frac{-2-4}{2}=\frac{-6}{2}=-3 \Rightarrow x=-3 \\ \searrow & x=\frac{-2+4}{2}=\frac{2}{2}=1 \Rightarrow x=1 \end{matrix}$$

7. Ejercicios

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado

a) $x-7=1$ (Solución: x=)

b) $7x=-63$ (Solución: x =)

c) $x-12=26$ (Solución: x =)

d) $2x-3=11$ (Solución: x =)

e) $x+8=12$ (Solución: x =)

f) $15x=60$ (Solución: x =)

g) $7x=49$ (Solución: x =)

h) $x+15=48$ (Solución: x =)

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3.(6+x)=2.(x-6)$ (Solución: x =)

b) $9.(x+1)=6.(x+3)$ (Solución: x =)

c) $12-(x-3)=6$ (Solución: x =)

d) $16.(x-2)=24.(x-3)$ (Solución: x =)

e) $3.(x+1)-5=2x+1$ (Solución: x =)

f) $2.(x-7)=-4.(x-1)$ (Solución: x =)

3. Resuelve el siguiente sistema por el método de igualación:

$$\begin{cases} 5x+y=1 \\ \dfrac{2(x-3)}{5}-\dfrac{y}{3}=-1 \end{cases}$$

4. Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción:

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 3x-y=-1 \end{cases}$$

5. Resuelve el siguiente sistema por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x-5y=3 \end{cases}$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\frac{3x}{2} = \frac{x+1}{3} + 4$$

$$7(13 - 2x) = x + 4(12 + 3x)$$

$$5(2x + 3) = 4(2 - 3x) + 2(2 + 3x)$$

$$\frac{3x - 5}{2} = \frac{3(3x - 1)}{5}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

b) $x^2 - 7x - 18 = 0$

c) $x^2 + 2x - 15 = 0$

d) $2x^2 + 11x + 5 = 0$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $-x^2 + 4 = 0$

b) $-2x^2 - 5x = 0$

c) $-2x^2 = 0$

9. El patio de mi colegio mide 25 metros más de largo que de ancho. Si su perímetro es 270 metros, ¿cuál es su longitud y su anchura?

10. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Solución: x1 = __________, x2 = __________.

b. $3x^2 - 14x + 8 = 0$

Solución: x1 = __________, x2 = __________.

c. $5x^2 - 11x + 2 = 0$

Solución: x1 = ___________, x2 = ___________.

d. $x^2 - 10x + 24 = 0$

Solución: x1 = ___________, x2 =___________.

e. $9x^2 - 36 = 0$

Solución: x1 = ___________, x2 = ___________.

f. $49x^2 - 196 = 0$

Solución: x1 = ___________, x2 = ___________.

g. $35x^2 + 9x - 2 = 0$

Solución: x1 =________, x2 =___________.

h. $x^2 - 2x - 8 = 0$

Solución: x1 = ________, x2 =___________.

i. $4x^2 + 11x - 3 = 0$

Solución: x1 = ________, x2 = ___________.

j. $4x^2 - 13x + 3 = 0$

Solución: x1 = ________, x2 = ___________.

k. $2x^2 - 11x + 5 = 0$

Solución: x1 = ________, x2 = ___________.

l. $x^2 - 13x + 42 = 0$

Solución: x1 = ________, x2 = ___________.

m. $6x^2 + 3x = 0$

Solución: x1 = ________, x2 = ___________.

n. $8x^2 + 9x = 0$

Solución: x1 = ________, x2 =___________.

o. $12x^2 - 3x = 0$

Solución: x1 = ________, x2 = ___________.

p. $4x^2 + 2 = 0$

Solución: ________.

q. $8x^2 + 6 = 0$

Solución: ___________.

r. $4x^2 + 8 = 0$

Solución: ___________.

s. $4x^2 - 16 = 0$

Solución: x1 = ___________, x2 = ___________.

t. $8x^2 - 72 = 0$

Solución: x1 = ___________, x2 =___________.

11.- Resuelve los siguientes sistemas usando los tres métodos:

a. $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x - 3y = -6 \end{cases}$

Solución: x = _______, e y = _______.

b. $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Solución: x = _______, e y = _______.

c. $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

Solución: x = _______, e y = _______.

12.- Resuelve los siguientes sistemas por el método que prefieras:

a. $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

Solución: x = _______, e y = _______.

b. $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$

Solución: x = _______, e y = _______.

c. $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$

Solución: x = _______, e y = _______.

13. En la repoblación de un río mueren la tercera parte de los alevines arrojados al agua. ¿Cuántos alevines se soltaron, si quedan vivos 2748?

Solución: El número de alevines que se soltó es de ___________.

14. Se quieren repartir 99 plátanos entre tres monos de modo que el primero reciba 14 plátanos más que el segundo, y el tercero, 16 menos que el primero. ¿Cuántos recibirá cada uno? Escribe la solución numéricamente.

Solución: El primer mono recibirá _______plátanos, el segundo ________y el tercero

______.

15. Un rectángulo tiene 5 m. más de largo que de ancho. Siendo su superficie de 336 m^2, halla sus dimensiones.

16. Calcula, utilizando las identidades notables:

a) $(x+3)^2$ b) $(x-3)^2$ c) $(2x+1)^2$ d) $(x+3).(x-3)$

e) $(x-7)^2$ f) $(3x-3)^2$ g) $(x+5).(x-5)$ h) $(2x+3).(2x-3)$