

## Bloque 12. Tema 8.

### Trabajo. Potencia. Energía y Calor

---

#### ÍNDICE

- 1) TRABAJO.
  - 2) POTENCIA
  - 3) ENERGÍA.
    - 3.1. Energía potencial gravitatoria. (Ep).
    - 3.2. Energía Cinética (Ec).
    - 3.3. Energía Mecánica (Em).
  - 4) PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.
  - 5) TEMPERATURA Y CALOR.
- 

#### 1) TRABAJO

En el lenguaje cotidiano se confunde el concepto de esfuerzo con el de trabajo. En Física, cuando al ejercer una fuerza sobre un cuerpo, ésta produce un cambio en el cuerpo, decimos que dicha fuerza ha realizado un trabajo. Si no se produce cambio, no hay trabajo. Por ejemplo, una persona que está empujando un cuerpo pesado, si no lo mueve, no está realizando trabajo. Realiza un gran esfuerzo, pero trabajo no.

Son distintos los conceptos de esfuerzo y trabajo. Hacemos esfuerzo cuando aplicamos una fuerza y realizamos un trabajo cuando la fuerza que ejercemos produce una transformación.

El trabajo se representa por la letra "W" debido a que en inglés "work" significa trabajo y se define del siguiente modo:

El **trabajo (W)** que realiza una fuerza constante F que actúa sobre un cuerpo es igual al producto del módulo de la fuerza F (valor numérico de la fuerza) por el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza ( $\Delta x$ ) por el coseno del ángulo  $\alpha$  formado entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento.

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

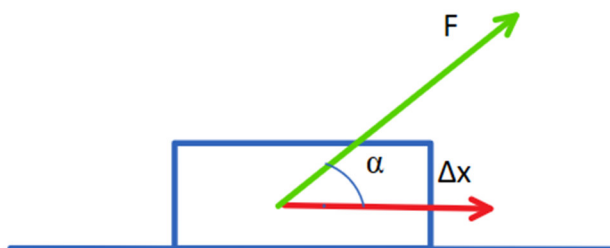


Imagen 1: Trabajo realizado por una fuerza F.  
Fuente: Elaboración propia

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional (S.I.) es el Julio (J). Un julio es el trabajo que realiza una fuerza de 1N al desplazar un cuerpo 1m en la misma dirección de su desplazamiento.

$$1 \text{ J} = 1\text{N} \cdot 1\text{m}$$

Según sea el valor del ángulo  $\alpha$  (ángulo formado por las direcciones de la fuerza y el desplazamiento) el trabajo tendrá los siguientes valores:

a) Cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido,  $\alpha = 0^\circ$  y el  $\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1$ .

$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ = F \cdot \Delta x \cdot 1 = F \cdot \Delta x$ . Es decir, en este caso el trabajo es máximo (**W máximo**).

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1 \rightarrow W \text{ máximo}$$

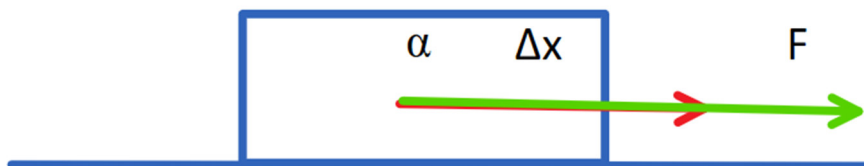


Imagen 2:  $\alpha = 0^\circ$   
Fuente: Elaboración propia

b) Cuando la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo comprendido entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , el  $\cos \alpha$  es mayor que 0 y el W es positivo.

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ \rightarrow \cos \alpha > 0 \rightarrow w > 0$$

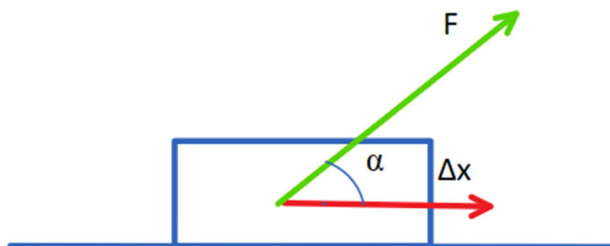


Imagen 3:  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$   
Fuente: Elaboración propia

c) Cuando la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares,  $\alpha = 90^\circ$  y el  $\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$ . por lo tanto, el trabajo es cero.

$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta x \cdot \cos 90^\circ = F \cdot \Delta x \cdot 0 = 0$ . Es decir, en este caso el trabajo es nulo.

Por lo tanto, las fuerzas perpendiculares nunca producen trabajo mecánico.

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos 90^\circ = 0 \rightarrow W = 0.$$

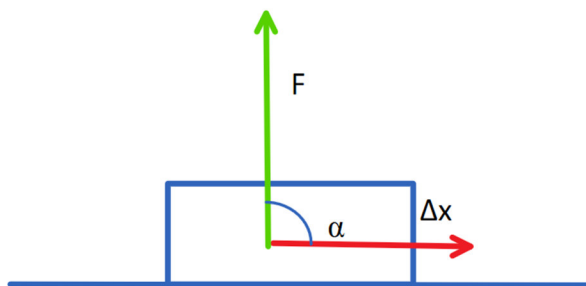


Imagen 4:  $\alpha = 90^\circ$   
Fuente; Elaboración propia

Un ejemplo es la fuerza normal (N) que nunca realiza trabajo porque siempre es perpendicular a la superficie y, por lo tanto, al desplazamiento de los cuerpos sobre los que actúan.

El trabajo será nulo cuando no haya desplazamiento ( $\Delta x = 0$ ) o cuando  $\cos \alpha = 0$ , es decir cuando  $\alpha = 90^\circ$ .

d) Cuando la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo comprendido entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , el  $\cos \alpha$  es menor que 0 y el W es negativo.

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ \rightarrow \cos \alpha < 0 \rightarrow W < 0$$

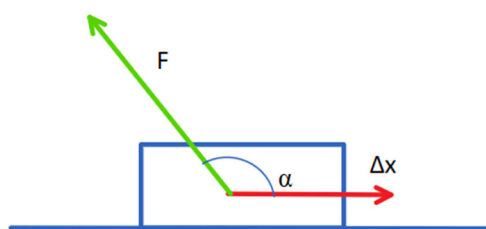


Imagen 5:  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$   
Fuente: Elaboración propia

e) Cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido contrario,  $\alpha = 180^\circ$  y el  $\cos \alpha = \cos 180^\circ = -1$ .

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = F \cdot \Delta x \cdot (-1) = -F \cdot \Delta x.$$

Un ejemplo es la fuerza de rozamiento que siempre lleva la dirección del movimiento pero el sentido contrario.

$$\alpha = 180^\circ \rightarrow \cos 180^\circ = -1 \rightarrow W < 0$$

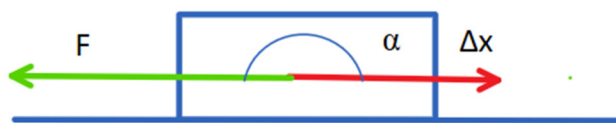


Imagen 6:  $\alpha = 180^\circ$   
Fuente: Elaboración propia

### Ejercicio 1

¿En cuál de las siguientes situaciones se realiza trabajo?

a)	Empujamos con fuerza la pared de la habitación
b)	Levantamos un paquete del suelo
c)	Empujamos el coche hasta el garaje
d)	Estudiamos

### Ejemplo 1:

Calcular el trabajo realizado por cada fuerza si el cuerpo sobre el que actúan se desplaza 50 m.

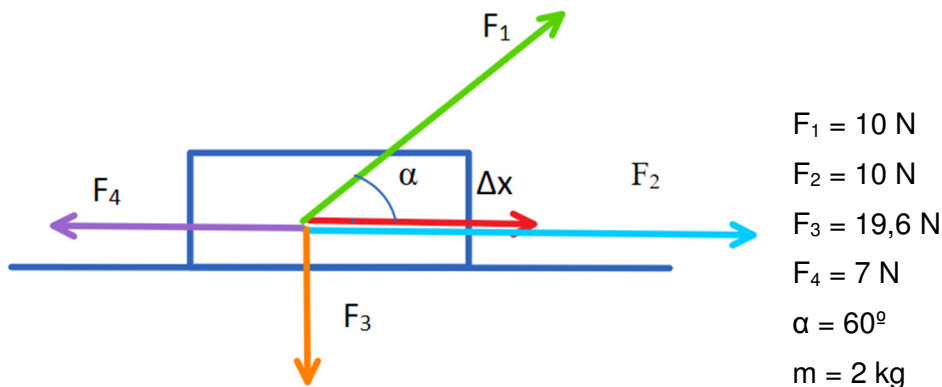


Imagen 7: Trabajo realizado por un sistema de fuerzas  
Fuente: Elaboración propia

### El trabajo realizado por cada fuerza es:

$$W_1 = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 60^\circ = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 0,5 = 250 \text{ J.}$$

$$W_2 = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = 500 \text{ J.}$$

$$W_3 = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 19,6 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 90^\circ = 19,6 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 0 = 0 \text{ J.}$$

$$W_4 = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 7 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 180^\circ = 7 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot (-1) = -350 \text{ J.}$$

Para calcular el trabajo total ( $W_t$ ) basta con sumar los trabajos realizados por cada fuerza:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 = 250 \text{ J} + 500 \text{ J} + 0 \text{ J} - 350 \text{ J} = 400 \text{ J.}$$

### **Ejercicio 2**

Para arrastrar un objeto atamos una cuerda al mismo y tiramos del otro extremo. ¿Depende el esfuerzo a realizar de la longitud de la cuerda?



Imagen 8: Cuerpo arrastrado por cuerdas de distinta longitud  
Fuente: Elaboración propia

### **Ejercicio 3**

Una grúa eleva un coche de 800 Kg hasta una altura de 20 metros. ¿Qué trabajo realiza?

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 = 9,8 \text{ N/kg.}$$

### **Ejercicio 4**

Sobre un cuerpo de 2 Kg., inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:

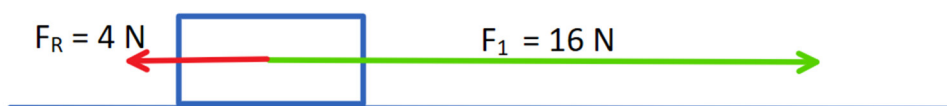


Imagen 9: Fuerzas que actúan sobre un cuerpo  
Fuente: Elaboración propia

**Calcula el trabajo que realiza cada fuerza en 3 s.**

## 2) POTENCIA

Imagínate que dos personas suben tres cajas de 10 Kg cada una, a una mesa de 1 m de altura. Una de ellas lo hace subiendo las tres cajas a la vez, y la otra, de una en una. ¿Cuál de las dos realiza más trabajo?

$$\text{Persona ( 1 ) : } W_{\text{Total}} = m \cdot g \cdot h = 30 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 1 \text{ m} = 294 \text{ J}$$

$$\text{Persona ( 2 ) : } W_{\text{caja}} = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 1 \text{ m} = 98 \text{ J}$$

$$W_T = 3 W_{\text{caja}} = 3 \cdot 98 \text{ J} = 294 \text{ J}$$

Como vemos, el trabajo realizado por cada persona es el mismo independientemente del tiempo empleado. La persona que subió las tres cajas a la vez, ha empleado menos tiempo que la que las subió de una en una.

La magnitud física que relaciona el trabajo realizado con el tiempo empleado para ello, se denomina **potencia**. Es el trabajo que se realiza por unidad de tiempo. Se representa por la letra " P ". Su fórmula es:

$$P = W / t$$

P = Potencia  
W = Trabajo realizado  
t = Tiempo empleado

La unidad de potencia en el sistema internacional es el vatio ( W ) . Se define como la potencia necesaria para realizar un trabajo de 1 J en 1 s.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J} / 1 \text{ s}$$

Otras unidades de potencia muy utilizadas son:

- El kilovatio (kW)  $\rightarrow 1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$
- El caballo de vapor ( CV )  $\rightarrow 1 \text{ CV} = 735 \text{ W}$

El kilovatio-hora ( kW.h ) es una unidad de energía (no de potencia). Si despejamos el W de la expresión  $P = W / t$ , queda que

$$W = P \cdot t$$

Si la potencia la expresamos en kW y el tiempo en h, el trabajo realizado se expresará en kW.h.

$$W = P \cdot t = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 1 \text{ kW.h}$$

$$\text{Como } 1 \text{ kW} = 1000 \text{ W y } 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ kW.h} = 1000 \text{ w} \cdot 3600 \text{ s} = 3600000 \text{ w.s} = 3600000 \text{ J} \rightarrow 1 \text{ kW.h} = 3600000 \text{ J}$$

### Ejemplo 2

Dos grúas suben un cuerpo de 100 Kg. a una altura de 20 m. La primera tarda 40 s y la segunda 50 s. Calcula la potencia que desarrolla cada grúa.

$$P = W / t = m \cdot g \cdot h / t$$

$$P_1 = m \cdot g \cdot h / t = ( 100 \cdot 9,8 \cdot 20 ) \text{ J} / 40 \text{ s} = 490 \text{ w.}$$

$$P_2 = m \cdot g \cdot h / t = ( 100 \cdot 9,8 \cdot 20 ) \text{ J} / 50 \text{ s} = 392 \text{ w.}$$

Como se puede comprobar, el trabajo realizado por cada grúa es el mismo pero como emplean distintos tiempos para ello, la grúa que lo realiza en menos tiempo tiene más potencia.

### Ejemplo 3

Sobre un cuerpo de 2 kg, inicialmente en reposo, actúan horizontalmente las siguientes fuerzas:

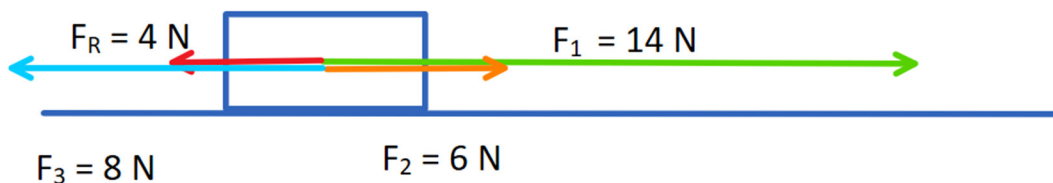


Imagen 10: Fuerzas que actúan sobre un cuerpo.  
Fuente: Elaboración propia.

Calcula la potencia que desarrolla cada fuerza en 10 s.

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$\text{Inicialmente en reposo} \rightarrow v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$F_1 = 14 \text{ N}$$

$$F_2 = 6 \text{ N}$$

$$F_3 = 8 \text{ N}$$

$$F_r = 4 \text{ N}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$P_{F1} = ?$$

$$P_{F2} = ?$$

$$P_{F3} = ?$$

$$P_{Fr} = ?$$

Para poder calcular el W realizado por cada fuerza:  $W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

Tenemos que averiguar el desplazamiento del cuerpo ( $\Delta x$ ).

Como sobre el cuerpo actúa un sistema de fuerzas cuya resultante es distinta de cero, el cuerpo llevará un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

$$\Delta x = \text{espacio recorrido} = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$$

Para poder calcular el espacio recorrido tenemos que hallar la aceleración a la que se mueve el cuerpo, lo haremos aplicando la segunda Ley de Newton en el eje x

$$R_x = F_1 + F_2 - F_3 - F_r = m \cdot a$$

$$14 \text{ N} + 6 \text{ N} - 8 \text{ N} - 4 \text{ N} = 2 \text{ kg} \cdot a$$

$$a = 8 \text{ N} / 2 \text{ kg} = 4 \text{ m} / \text{s}^2$$

Una vez conocida la aceleración podemos calcular el espacio recorrido en 10 s, utilizando la ecuación anterior.

Como parte del reposo  $v_0 = 0 \text{ m/s}$

$$\Delta x = \text{espacio recorrido} = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 0 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + 1/2 \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 = 0 + 1/2 \cdot 4 \cdot 100 = 200 \text{ m}$$

Para calcular el trabajo realizado por las fuerzas aplicamos la siguiente ecuación

$$W_{F1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 14 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 0^\circ = 14 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot 1 = 2800 \text{ J}$$

$$W_{F2} = F_2 \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 6 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 0^\circ = 6 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot 1 = 1200 \text{ J}$$

$$W_{F3} = F_3 \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 8 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 180^\circ = 8 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot (-1) = -1600 \text{ J}$$

$$W_{Fr} = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 4 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot \cos 180^\circ = 4 \text{ N} \cdot 200\text{m} \cdot (-1) = -800 \text{ J}$$

Para calcular la potencia desarrollada por cada fuerza aplicamos esta ecuación:

$$P = W / t$$

$$P_{F1} = W / t = 2.800 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{280 \text{ w}}$$

$$P_{F2} = W / t = 1.200 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{120 \text{ w}}$$

$$P_{F3} = W / t = -1.600 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{-160 \text{ w}}$$

$$P_{Fr} = W / t = -800 \text{ J} / 10 \text{ s} = \mathbf{-80 \text{ w}}$$

### Ejercicio 5

Un saco de ladrillos de 200 Kg tiene que llevarse desde el suelo hasta el quinto piso (20 m) de una obra en construcción. Un obrero realiza esta tarea en media hora, y una grúa en 2 minutos. ¿Qué trabajo realiza la grúa? ¿y el obrero? Calcula la potencia en cada uno de los dos casos.

### Ejercicio 6

En Gran Bretaña existe una unidad de potencia un tanto rara pero cuyo uso se ha extendido gracias al pasado poderío industrial de ese país: Es el caballo de vapor (CV), su equivalencia ya la conoces. Expresa las potencias halladas en el ejemplo anterior en caballos de vapor.



### 3) ENERGÍA

Es la capacidad que tienen los cuerpos para realizar trabajo y producir cambios. Por lo tanto, las unidades de energía son las mismas que las de trabajo. Así, la unidad de energía en el sistema internacional es el Julio (J).

Hay muchos tipos de energías como por ejemplo: energía solar, eléctrica, luminosa, eólica, térmica, nuclear, etc. Nosotros vamos a estudiar tres tipos de energías que son, la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica.

#### 3.1) ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA ( Ep )

**Energía potencial gravitatoria (Ep)** es la que posee un cuerpo debido a la posición que ocupa, es decir, por estar situado a una cierta altura. Matemáticamente, se define como:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

m = masa del cuerpo (kg)

g = intensidad del campo gravitatorio (N / kg) = aceleración de la gravedad (m / s<sup>2</sup>)

h = altura a la que se encuentra el cuerpo con respecto al nivel cero (podemos considerar el nivel cero el suelo)

La energía potencial gravitatoria se suele designar normalmente como energía potencial.

Como se puede observar a partir de la ecuación anterior, la energía potencial depende de la masa y la altura a la que se encuentre un cuerpo. A mayor masa y mayor altura, mayor energía potencial.

#### Ejemplo 4

Calcula la energía potencial que tiene un cuerpo de 8 kg que se encuentra a 50 m de altura.

$$m = 8 \text{ kg}$$

$$h = 50 \text{ m}$$

$$g = 9,8 \text{ N / kg}$$

$$E_p = ?$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 8 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} \cdot 50 \text{ m} = \mathbf{3920 \text{ J}}$$

#### Ejemplo 5

Un cuerpo que se encuentra a 20 m de altura tiene una Ep de 1000 J. Calcular cuál es su masa.

$$h = 20 \text{ m}$$

$$E_p = 1000 \text{ J}$$

$$g = 9,8 \text{ N / kg}$$

$$m = ?$$

$$\text{como la } E_p = m \cdot g \cdot h$$

Despejamos la m de la ecuación anterior

$$m = E_p / g \cdot h = 1000 \text{ J} / 9,8 \text{ N / kg} \cdot 20 \text{ m} = \mathbf{5,1 \text{ kg}}$$

### Ejemplo 6

Una maceta de 500 g de masa tiene una energía potencial de 49 J cuando se encuentra en el balcón de un segundo piso, ¿a qué altura se encuentra?

Primero tenemos que expresar la masa en unidades del Sistema Internacional

$$m = 500 \text{ g} = 500 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$$

$$E_p = 49 \text{ J}$$

$$g = 9,8 \text{ N} / \text{kg}$$

$$h = ?$$

$$\text{como la } E_p = m \cdot g \cdot h$$

Despejamos la h de la ecuación anterior

$$h = E_p / m \cdot g = 49 \text{ J} / 0,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N} / \text{kg} = \mathbf{10 \text{ m}}$$

### Ejemplo 7

Completa la siguiente tabla.

Masa (kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que puede producir (J)
20	5		
4		500	
	10		19600

Tenemos que completar la tabla con los datos que poseemos, utilizando la ecuación

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

a)  $m = 20 \text{ kg}$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$E_p = ?$$

$$\mathbf{E_p = m \cdot g \cdot h = 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N} / \text{kg} \cdot 5 \text{ m} = \mathbf{980 \text{ J}}}$$

b) El trabajo que puede producir es igual a la  $E_p$  almacenada.

c)  $m = 4 \text{ kg}$

$$E_p = 500 \text{ J}$$

$$h = ?$$

Despejamos la altura (h) de la expresión  $E_p = m \cdot g \cdot h$

$$\mathbf{h = E_p / m \cdot g = 500 \text{ J} / 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N} / \text{kg} = \mathbf{12,76 \text{ kg}}}$$

d) El trabajo que puede producir es igual a la  $E_p$  almacenada.

e) El trabajo que puede producir es igual a la  $E_p$  almacenada.

f)  $h = 10 \text{ m}$

$$E_p = 19600 \text{ J}$$

$$m = ?$$

Despejamos la masa ( $m$ ) de la expresión  $E_p = m \cdot g \cdot h$

$$m = E_p / g \cdot h = 19600 \text{ J} / 9,8 \text{ N} / \text{kg} \cdot 10 \text{ m} = \mathbf{200 \text{ kg}}$$

Masa (Kg)	Altura (m)	Energía potencial (J)	Trabajo que puede producir (J)
20	5	980	980
4	12,76	500	500
200	10	19600	19600

### Ejercicio 7

Calcula la energía potencial de una avioneta de 1500 kg que vuela a 700 m de altura.

### Ejercicio 8

Un libro de 200 g se encuentra en una estantería. Si su energía potencial en ese punto es igual a 2,94 J, calcula a qué altura se encuentra.

### 3.2) ENERGÍA CINÉTICA ( Ec )

Energía cinética es la que posee un cuerpo por el hecho de tener una velocidad. Su expresión matemática es la siguiente:

$$Ec = 1 / 2 \cdot m \cdot v^2$$

Ec = Energía cinética (J)

m = masa del cuerpo (kg)

v = velocidad a la que se mueve dicho cuerpo (m/s)

Como vemos a partir de la expresión anterior, la energía cinética depende de la masa y de la velocidad. A mayor masa y mayor velocidad, mayor energía cinética.

#### Ejemplo 8

Calcula la energía cinética que tiene un coche de 600 kg, que lleva una velocidad de 20 m/s .

$$m = 600 \text{ kg}$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

$$Ec = ?$$

$$Ec = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 600 \text{ kg} \cdot 20^2 \text{ (m/s)}^2 = \mathbf{120000 \text{ J}}$$

#### Ejemplo 9

Un cuerpo de 10 kg tiene una Ec de 4500 J, calcula su velocidad.

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$Ec = 4500 \text{ J}$$

$$v = ?$$

$$Ec = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

Despejamos la velocidad de la ecuación anterior

$$v^2 = 2 \cdot Ec / m = 2 \cdot 4500 \text{ J} / 10 \text{ kg} = 900 \text{ (m/s)}^2$$

$$\mathbf{v = 30 \text{ m/s}}$$

#### Ejercicio 9

Un coche de 1000 Kg marcha a una velocidad de 108 Km/h ¿Cuál es su energía cinética?

#### Ejercicio 10

Completa la siguiente tabla:

Masa (Kg)	Velocidad (m/s)	Energía cinética (J)
10	20	
	10	2000
5		2250

### 3.3) ENERGÍA MECÁNICA ( EM )

La energía mecánica (Em) que posee un cuerpo es igual a la suma de su energía potencial (Ep) y su energía cinética (Ec) .

$$Em = Ep + Ec$$

#### Ejemplo 10

Un avión de 14000 kg vuela a 200 m de altura a una velocidad de 400 m/s. Calcula su energía mecánica.

Como  $Em = Ep + Ec$  y conocemos

$$m = 14000 \text{ kg}$$

$$h = 200 \text{ m}$$

$$v = 400 \text{ m/s}$$

$$Em = ?$$

calcularemos primero sus Ep y Ec

$$Ep = m \cdot g \cdot h = 14000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 200 \text{ m} = 27440000 \text{ J} = 2,774 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$Ec = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 14000 \text{ kg} \cdot 400^2 \text{ (m/s)}^2 = 1120000000 \text{ J} = 1,12 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$Em = Ep + Ec = 2,774 \cdot 10^7 \text{ J} + 1,12 \cdot 10^9 \text{ J} = \mathbf{1147440000 \text{ J}}$$

#### Ejemplo 11

Calcula la altura a la que se encuentra una piedra de 2 kg, cuando cae verticalmente, si su energía mecánica es 114 J y su velocidad 4 m/s al pasar por ese punto.

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$Em = 114 \text{ J}$$

$$V = 4 \text{ m/s}$$

$$h = ?$$

Para poder calcular la h debemos averiguar la Ep en ese punto, ya que  $Ep = m \cdot g \cdot h$  conocida la Ep, se despejaría la h de la ecuación anterior.

Como  $Em = Ep + Ec$ , calculamos la Ec ya que conocemos la velocidad de la piedra y despejamos la Ep de la ecuación anterior.

$$Ec = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 4^2 \text{ (m/s)}^2 = 16 \text{ J}$$

$$Ep = Em - Ec = 114 \text{ J} - 16 \text{ J} = 98 \text{ J}$$

Una vez conocida la Ep, se despeja la altura de la ecuación  $Ep = m \cdot g \cdot h$

$$h = Ep / m \cdot g = 98 \text{ J} / 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N /kg} = \mathbf{5 \text{ m}}$$

#### Ejercicio 11

Calcula la energía mecánica de un objeto de 3 kg que se mueve a 36 km/h a una altura de 15 m.

#### Ejercicio 12

Una niña de 20 kg corre por un puente de 30 m de altura. Si su energía mecánica es 9880 J ¿Cuál es su velocidad?

#### 4) PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

El principio de conservación de la energía afirma que la energía ni se crea ni se destruye, solo se transforma.

En las transformaciones que ocurren en la naturaleza se producen transferencias de energía de unos sistemas a otros en forma de trabajo o de calor. Como el trabajo que realiza un sistema físico es igual a la variación de energía mecánica.

$$W = \Delta E_m$$

Si sobre un sistema no se realiza trabajo, ni el sistema realiza trabajo al exterior, el trabajo será nulo ( $W = 0$ ) y la  $E_m$  será constante. Por lo tanto, la energía mecánica de un sistema permanece constante cuando el trabajo es nulo. Por ello, se puede decir que la energía mecánica es constante siempre que no haya pérdidas en forma de rozamiento o calor.

Vamos a demostrar con el siguiente ejercicio que si no hay rozamiento ( $W = 0$ ) se conserva la energía mecánica.

##### Ejemplo 12

Se lanza desde el suelo, y verticalmente hacia arriba, un cuerpo de 2 kg con una velocidad de 40 m/s. Se supone que no hay rozamiento.

$$\text{Toma } g = 10 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ N/kg}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$v = 40 \text{ m/s}$$

- En el momento de lanzar el cuerpo (punto más bajo del recorrido del cuerpo) (punto A):

$$\text{Como } h_A = 0 \text{ m} \quad \rightarrow \quad E_{pA} = m \cdot g \cdot h_A = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ J}$$

$$v_A = 40 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad E_{cA} = 1/2 \cdot m \cdot v_A^2 = 1/2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 40^2 \text{ (m/s)}^2 = 1600 \text{ J}$$

$$E_{mA} \text{ (punto más bajo)} = E_{pA} + E_{cA} = 0 + 1.600 = \mathbf{1.600 \text{ J}}$$

Esta energía mecánica es la que se conserva constante durante todo el recorrido del cuerpo, porque suponemos que no hay rozamiento entre el cuerpo que se lanza y el aire.

A medida que el cuerpo va subiendo su  $E_c$  va disminuyendo (ya que disminuye su velocidad), mientras que la  $E_p$  va aumentando (ya que aumenta su altura). La misma cantidad que disminuye la  $E_c$ , aumenta la  $E_p$ . Esto es debido a que la  $E_c$  se está transformando en  $E_p$ , pero siempre la  $E_m$  vale lo mismo (permanece constante).

- Vamos a comprobar que se cumple este principio, calculando la  $E_m$  al cabo de 1 s de ser lanzado el cuerpo (punto B):

Para poder hallarla tenemos que averiguar la altura que alcanza el cuerpo para poder saber cuál es su  $E_p$  y la velocidad para hallar su  $E_c$  al cabo de ese tiempo.

$$\text{Cuando } t = 1 \text{ s}$$

Como el cuerpo lleva un MRUA

$$v_B = v_0 + at = 40 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 30 \text{ m/s}$$

$$E_{cB} = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2 = 1/2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 30^2 \text{ (m/s)}^2 = \mathbf{900 \text{ J}}$$

$$h_B = e = v_0 t + 1/2 at^2 = 40 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} + 1/2 (-10 \text{ m/s}^2) 1^2 \text{ s}^2 = 35 \text{ m.}$$

$$E_{pB} = m \cdot g \cdot h_B = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 35 \text{ m} = \mathbf{700 \text{ J}}$$

$$E_{mB} \text{ (al cabo de 1s de su lanzamiento)} = E_{cB} + E_{pB} = 900 \text{ J} + 700 \text{ J} = \mathbf{1.600 \text{ J}}$$

Vemos que efectivamente se conserva la energía mecánica, y que lo que ha disminuido la  $E_c$  ( $1600\text{J} - 900 \text{ J} = 700 \text{ J}$ ) es la misma cantidad en la que ha aumentado su  $E_p$  ( $700 \text{ J} - 0 \text{ J} = 700 \text{ J}$ ).

- Veremos que ocurre lo mismo cuando han transcurrido 2 s desde el lanzamiento del cuerpo (punto C):

Para ello, haremos los mismos cálculos que en el apartado anterior.

Cuando  $t = 2 \text{ s}$

Como el cuerpo lleva un MRUA

$$v_C = v_0 + at = 40 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

$$E_{cC} = 1/2 \cdot m \cdot v_C^2 = 1/2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 20^2 \text{ (m/s)}^2 = \mathbf{400 \text{ J}}$$

$$h_C = e = v_0 t + 1/2 at^2 = 40 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + 1/2 (-10 \text{ m/s}^2) 2^2 \text{ s}^2 = 60 \text{ m}.$$

$$E_{pC} = m \cdot g \cdot h_C = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 60 \text{ m} = \mathbf{1200\text{J}}$$

$$E_{mC} \text{ (al cabo de 1s de su lanzamiento)} = E_{cC} + E_{pC} = 400 \text{ J} + 1200 \text{ J} = \mathbf{1.600 \text{ J}}$$

De nuevo, se ve que la energía mecánica tiene el mismo valor y que la cantidad en la que ha disminuido la  $E_c$  ( $1200 \text{ J}$ ) es la misma en la que ha aumentado el valor de su  $E_p$  ( $1200 \text{ J}$ ).

- Por último, calcularemos la  $E_m$  cuando el cuerpo alcanza su altura máxima (punto más alto del recorrido del cuerpo) (punto D):

En el momento en el que el cuerpo alcanza su altura máxima, éste se para ( $v = 0 \text{ m/s}$ )

$$\text{Como } v_D = 0 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad E_{cD} = 1/2 \cdot m \cdot v_D^2 = 1/2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 0^2 \text{ (m/s)}^2 = \mathbf{0 \text{ J}}$$

Para calcular su  $E_p$ , tenemos que calcular la altura a la que ha llegado. Puesto que el cuerpo lleva un MRUA.

$$h_D = e = v_0 t + 1/2 at^2$$

para poder hallar el espacio recorrido ( $h_D$ ) por el cuerpo tenemos que calcular primero el tiempo que ha tardado en llegar a ese punto.

Como conocemos

$$v_0 = 40 \text{ m/s}$$

$$v = 0 \text{ m/s}$$

despejamos el  $t$  de esta ecuación  $v = v_0 + at$

$$t = (v - v_0) / a = (0 - 40 \text{ m/s}) / -10 \text{ m/s}^2 = 4 \text{ s}$$

$$h_D = e = v_0 t + 1/2 at^2 = 40 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + 1/2 (-10 \text{ m/s}^2) 4^2 \text{ s}^2 = 80 \text{ m}$$

$$E_{pD} = m \cdot g \cdot h_D = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 80 \text{ m} = \mathbf{1600 \text{ J}}$$

$$E_{mD} \text{ (punto más alto)} = E_{cD} + E_{pD} = 0 \text{ J} + 1600 \text{ J} = \mathbf{1.600 \text{ J}}$$

Como vemos, la energía mecánica siempre permanece constante y se cumple el principio de conservación de la energía si se supone que no hay rozamiento.

Cuando el cuerpo está bajando, su altura va disminuyendo, con lo que su  $E_p$  va disminuyendo. En cambio, su velocidad va aumentando con lo que su  $E_c$  va también aumentando. Esto significa que la  $E_p$  se está transformando en  $E_c$ , lo mismo que se pierde en  $E_p$ , se gana en  $E_c$ . Cuando llega al suelo se considera que  $h = 0$  m, con lo que la  $E_p = 0$  y la  $E_m = E_c$ .





	<b>Punto D</b>	$h_D = 80 \text{ m} \rightarrow E_{pD} = 1600 \text{ J}$	} $E_{mD} = 1600 \text{ J}$
		$v_D = 0 \text{ m/s} \rightarrow E_{cD} = 0 \text{ J}$	
	<b>Punto C</b>	$h_C = 60 \text{ m} \rightarrow E_{pC} = 1200 \text{ J}$	} $E_{mC} = 1600 \text{ J}$
		$v_C = 20 \text{ m/s} \rightarrow E_{cC} = 400 \text{ J}$	
	<b>Punto B</b>	$h_B = 35 \text{ m} \rightarrow E_{pB} = 700 \text{ J}$	} $E_{mB} = 1600 \text{ J}$
		$v_B = 30 \text{ m/s} \rightarrow E_{cB} = 900 \text{ J}$	
	<b>Punto A</b>	$h_A = 0 \text{ m} \rightarrow E_{pA} = 0 \text{ J}$	} $E_{mA} = 1600 \text{ J}$
		$v_A = 40 \text{ m/s} \rightarrow E_{cA} = 1600 \text{ J}$	

Imagen 11: Conservación de la energía en el tiro vertical.

Fuente: Elaboración propia.

### Ejercicio 13

Se lanza desde el suelo, verticalmente hacia arriba, un cuerpo de 4 kg, con una velocidad de 60 m/s. Calcula la  $E_c$  y la  $E_p$  en los siguientes casos:

- En el momento de lanzarlo
- Cuando su velocidad es de 20 m/s
- Cuando está a 120 m de altura
- En su altura máxima



### Ejercicio 14

Se lanza hacia arriba un balón de baloncesto cuya masa es de 650 g con una velocidad inicial de 7 m/s. Determina el valor de la energía mecánica en cada uno de los siguientes casos:

- En el instante del lanzamiento.
  - Al cabo de medio segundo de haber sido lanzado.
  - En el punto más alto de su trayectoria.
  - Suponiendo que no la toque ninguno de los jugadores, calcula la energía mecánica que tendrá cuando choque contra el suelo, si llega con una velocidad de 7m/s.
- 

Utilizando el principio de conservación de la energía podemos demostrar algunas de las características del movimiento de tiro vertical y caída de cuerpos, como las siguientes:

1.- La altura que alcanza un cuerpo cuando se lanza verticalmente hacia arriba sólo depende de la velocidad de lanzamiento y no de la masa (**Tiro vertical**).

Si suponemos que no hay rozamiento con el aire, la energía mecánica se conserva y, por tanto, la  $E_m$  en el suelo (punto más bajo) es la misma que la  $E_m$  en su punto más alto, con lo que las podemos igualar.

- Em (punto más bajo):

$$h = 0 \text{ m} \quad \rightarrow \quad E_p = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ J}$$

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2$$

$$E_m \text{ (punto más bajo)} = E_p + E_c = 0 + E_c = E_c = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2$$

En el punto más bajo toda la  $E_m$  es  $E_c$ .

- Em (punto más alto):

$$\text{Como } v = 0 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot m \cdot 0^2 \text{ (m/s)}^2 = 0 \text{ J}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h \text{ máxima}$$

$$E_m \text{ (punto más alto)} = E_p + E_c = E_p + 0 = E_p = m \cdot g \cdot h \text{ máxima}$$

En el punto más alto toda la  $E_m$  es  $E_p$ .

Como la  $E_m$  permanece constante

$$E_m \text{ (punto más bajo)} = E_m \text{ (punto más alto)}$$

$$1/2 \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h \text{ máxima}$$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

$$1/2 \cdot v_0^2 = g \cdot h \text{ máxima}$$

$$\text{Despejando la altura máxima: } h \text{ máxima} = v_0^2 / 2g$$

$v_0$  = velocidad de lanzamiento

Como vemos, la altura que alcanza un cuerpo cuando se lanza hacia arriba sólo depende de la velocidad de lanzamiento y no de la masa.

### Ejemplo 13

¿Qué altura máxima alcanzará una pelota cuando es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 5 m/s? Se supone que no hay rozamiento.

Como la Em permanece constante

**Em (punto más bajo) = Em (punto más alto)**

$$1/2 \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h \text{ máxima}$$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

$$1/2 \cdot v_0^2 = g \cdot h \text{ máxima}$$

Despejando la altura máxima:

$$h \text{ máxima} = v_0^2 / 2g$$

$v_0$  = velocidad de lanzamiento

$$h \text{ máxima} = v_0^2 / 2g = 5^2 \text{ (m/s)}^2 / 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,28 \text{ m}$$

2.- La velocidad con que llega al suelo un cuerpo, y por lo tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo, solo depende de la altura desde la que cae y no de la masa (**Caída libre**).

Si suponemos que no hay rozamiento con el aire, la energía mecánica se conserva y, por tanto, la Em en el punto de lanzamiento (punto más alto) es la misma que la Em en su punto más bajo, con lo que las podemos igualar.

- Em (punto más alto):

$$E_p = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h \text{ máxima}$$

$$E_c = 0 \text{ J, ya que se deja caer y eso significa que } v = 0 \text{ m/s}$$

$$E_m \text{ (punto más alto)} = E_p + E_c = m \cdot g \cdot h \text{ máxima}$$

Si se deja caer un cuerpo ( $v = 0 \text{ m/s}$ ) en ese punto toda la Em es  $E_p$ .

- Em (punto más bajo):

$$E_p = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ J}$$

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

$v$  = velocidad con la que llega al suelo.

$$E_m \text{ (punto más bajo)} = E_p + E_c = 0 + E_c = E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

En el punto más bajo toda la Em es  $E_c$ .

Como la Em permanece constante

**Em (punto más alto) = Em (punto más bajo)**

$$m \cdot g \cdot h \text{ máxima} = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación y en los dos sumandos del primer miembro, se puede eliminar

$$g \cdot h \text{ máxima} = 1/2 \cdot v^2$$

Despejando la velocidad con la que llega al suelo:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \text{ máxima}$$

Lo mismo pasa en este caso, la velocidad con que llega al suelo ( $v$ ) un cuerpo, y por lo tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo, no depende de la masa del cuerpo.

#### Ejemplo 14

Se deja caer un cuerpo desde una altura de 20 m. Si se supone que no hay rozamiento, ¿con qué velocidad llegará al suelo?

Como la Em permanece constante

**Em (punto más alto) = Em (punto más bajo)**

$$m \cdot g \cdot h \text{ máxima} = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación y en los dos sumandos del primer miembro, se puede eliminar

$$g \cdot h \text{ máxima} = 1/2 \cdot v^2$$

Despejando la velocidad con la que llega al suelo:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \text{ máxima} = 2 \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 20 \text{ m} = 392 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v = 19,8 \text{ m/s}$$

#### Ejercicio 15

Se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, un cuerpo con una velocidad de 80 m/s, calcula cuál es la altura máxima que alcanza.

#### Ejercicio 16

Se deja caer un cuerpo desde una altura de 180 m. Calcular la velocidad con que llega al suelo.

### 5) TEMPERATURA Y CALOR

Todos sabemos que cuando calentamos un objeto su temperatura aumenta. Con frecuencia, en el lenguaje cotidiano se tiende a confundir los conceptos de calor y temperatura. Ambos están relacionados, pero son diferentes.

La temperatura, como vimos en el tema 4, es una magnitud física relacionada con la energía cinética media de las partículas de un cuerpo.

**El calor (Q)** es la cantidad de energía que transfiere un cuerpo a mayor temperatura ("caliente") a otro a menor temperatura ("frio") al estar en contacto. Es decir, el calor es una energía en tránsito, pasa de un cuerpo a otro.

Un cuerpo tiene temperatura pero no tiene calor, absorbe o cede calor. Los cuerpos transfieren calor y, debido a ello, pierden o ganan energía y, por ello, aumentan o disminuyen su temperatura. Para que exista transferencia de energía en forma de calor es necesario que haya una diferencia de temperatura entre los cuerpos entre los que se produce.

Como el calor es energía en tránsito, su unidad en el S. I. es el Julio (J). Otras unidades muy utilizadas son:  $1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J}$

$$1 \text{ caloría (cal)} = 4,18 \text{ J}$$

Se denomina caloría "la cantidad de calor necesaria para que 1g de agua aumente  $1^{\circ}\text{C}$  su temperatura" (más exactamente para pasar de  $14,5^{\circ}$  a  $15,5^{\circ}$ ).

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$$

No todos los cuerpos transmiten el calor con igual facilidad, aunque sea igual la variación de la temperatura. El agua se ha utilizado para establecer la escala Celsius de temperaturas y tiene una excepcional cualidad que hizo que se eligiera para definir el patrón de la energía calorífica. El agua es una de las sustancias que, aunque reciba mucha energía calorífica, incrementa muy poco su temperatura. Esta cualidad del agua es la responsable del clima benigno (poco oscilante entre el día y la noche) en las proximidades del mar para una misma latitud terrestre.

Esta capacidad del agua de variar poco su temperatura aunque absorba o ceda mucho calor se representa mediante una magnitud llamada "**calor específico**" ( $c_e$ ). El calor específico se define como el calor que absorbe 1 g de una sustancia para aumentar  $1^{\circ}\text{C}$  su temperatura.

Calor específico del agua =  $1 \text{ cal /g}^{\circ}\text{C}$

En el S.I., calor específico del agua =  $4180 \text{ J/kg.K}$

### CALOR ESPECÍFICO (a $25^{\circ}\text{C}$ )

SUSTANCIA	cal/g $^{\circ}\text{C}$	J/kg $\cdot\text{K}$
• Agua (líquida)	1,00	4180
• Agua (hielo)	0,49	2050
• Agua (vapor)	0,47	1960
• Aceite de oliva	0,47	2000
• Aire	0,24	1010
• Aluminio	0,22	900
• Alcohol etílico	0,59	2450
• Oro	0,03	130
• Granito	0,19	800
• Hierro	0,11	460
• Plata	0,06	240
• Acero inoxidable	0,12	510
• Madera	0,42	1760

Imagen 14: Tabla de calores específicos.

Fuente: image.slidesharecdn Autor: Desconocido Licencia: desconocida

Para calcular la cantidad de calor ganado o cedido por un cuerpo se utiliza la siguiente expresión matemática:

$$Q = m \cdot c_e \cdot (t_f - t_i)$$

Q = calor ganado o cedido

m = masa del cuerpo

c<sub>e</sub> = calor específico del cuerpo

t<sub>f</sub> = temperatura final

t<sub>i</sub> = inicial

- Cuando un cuerpo absorbe o gana calor aumenta su temperatura → **t<sub>f</sub> > t<sub>i</sub>** → **t<sub>f</sub> - t<sub>i</sub> > 0** → **Q ganado > 0.**
- Cuando un cuerpo desprende o cede calor disminuye su temperatura → **t<sub>f</sub> < t<sub>i</sub>** → **t<sub>f</sub> - t<sub>i</sub> < 0** → **Q cedido < 0.**

### Ejemplo 15

¿Qué cantidad de calor hay que comunicarle a 1,5 kg de agua para elevar su temperatura de 10°C a 50°C?

Calor específico del agua = 4180 J/kg.K = 4180 J/kg.°C

Q = ?

m = 1,5 kg

t<sub>i</sub> = 10°C

t<sub>f</sub> = 50°C

Para calcular el calor que tiene que ganar esa masa de agua para aumentar su temperatura utilizamos la expresión siguiente:

La variación de temperatura tiene el mismo valor en °C que en K.

$$Q \text{ ganado} = m \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) = 1,5 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J/kg.}^\circ\text{C} \cdot (50 - 10) ^\circ\text{C} = \mathbf{250800 \text{ J}}$$

Como es calor absorbido o ganado es positivo.

### Ejemplo 16

Calcula el calor cedido por 1500 g de agua si su temperatura disminuye de 50°C a 10°C.

Calor específico del agua = 4180 J/kg.K = 4180 J/kg.°C

Q = ?

m = 1500 g = 1,5 kg

t<sub>i</sub> = 50°C

t<sub>f</sub> = 10°C

$$Q \text{ cedido} = m \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) = 1,5 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J/kg.}^\circ\text{C} \cdot (10 - 50) ^\circ\text{C} = \mathbf{-250800 \text{ J}}$$

Como es calor cedido es negativo.

Como se puede comprobar en los ejemplos 15 y 16, los calores ganado y cedido por la misma masas de agua para el mismo aumento de temperatura son iguales pero de distinto signo. El calor ganado positivo y el calor cedido negativo.

Cuando se ponen en contacto dos cuerpos a distinta temperatura, se transfiere calor del cuerpo a mayor temperatura al cuerpo a menor temperatura hasta que se igualan las temperaturas, consiguiendo lo que se llama el **equilibrio térmico**.

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{ganado}} = 0$$

$$Q_{\text{cedido}} = m_{\text{cede}} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i)$$

$$Q_{\text{ganado}} = m_{\text{gana}} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i)$$

$$m_{\text{cede}} \cdot c_e \cdot (t_f - t_1) + m_{\text{gana}} \cdot c_e \cdot (t_f - t_2) = 0$$

### Ejemplo 17

Se mezclan 200 gramos de agua a 20°C con 400 gramos de agua a 80°C ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?

Calor específico del agua = 4180 J/kg.K = 4180 J/kg.°C

La temperatura final de la mezcla estará comprendida entre la temperatura del cuerpo que se encuentre a menor temperatura (20°C) y la temperatura del que esté a mayor temperatura (80°C). Es decir

$$20^\circ\text{C} < t_{\text{final}} < 80^\circ\text{C}$$

El que se encuentre a menor temperatura ganará calor y el que se encuentre a mayor temperatura lo cederá.

$$m_{\text{gana}} = 200\text{g} = 200\text{g} \cdot 1\text{ kg} / 1000\text{ g} = 0,2\text{ kg}$$

$$t_i = 20^\circ\text{C}$$

$$t_f = ?$$

$$m_{\text{cede}} = 400\text{g} = 400\text{g} \cdot 1\text{ kg} / 1000\text{ g} = 0,4\text{ kg}$$

$$t_i = 80^\circ\text{C}$$

$$t_f = ?$$

Para aplicar la  $t_{\text{final}}$  aplicamos la siguiente ecuación  $Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{ganado}} = 0$

$$m_{\text{cede}} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) + m_{\text{gana}} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) = 0$$

y sustituimos los datos

$$0,4\text{ kg} \cdot 4180\text{ J/kg.}^\circ\text{C} \cdot (t_f - 80)^\circ\text{C} + 0,2\text{ kg} \cdot 4180\text{ J/kg.}^\circ\text{C} \cdot (t_f - 20)^\circ\text{C} = 0$$

$$1672 \cdot t_f - 133760 + 836 \cdot t_f - 16720 = 0$$

$$2508 \cdot t_f - 150480 = 0$$

$$t_{\text{final}} = 150480 / 2508 = 60^\circ\text{C}$$

### Ejercicio 17

Si se mezclan dos litros de agua a 40° C con un litro de agua a 20° C, ¿Cuál será la temperatura final?

Calor específico del agua = 4180 J / kg°C

Densidad del agua = 1 kg/l

**Ejercicio 18**

**Mezclamos medio kilo de hierro a 550°C con un litro de agua a 20°C. ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla?**

**Calor específico de hierro 0,50 cal/g °C**

**Calor específico del agua 1cal/g °C.**

El calor además de una variación en la temperatura de los cuerpos puede producir cambios de estado físico en ellos. El calor que interviene en el cambio de estado se denomina calor latente. Para cada cambio de estado existe un calor latente distinto. Así, se habla de **calor latente de fusión** ( $L_f$ ) y **calor latente de vaporización** ( $L_v$ ). Su valor es distinto para cada sustancia.

<b>Ejemplos de Calor Latente</b>				
Cuerpos	Fusión		Vaporización	
	Temperatura [°C]	Calor Latente [Kcal/Kg]	Temperatura [°C]	Calor Latente [Kcal/Kg]
Alcohol	-114	25	78	201
Plata	960	25	1950	520
Cobre	1083	50	2330	1110
Agua	0	80	100	580
Fundición	1100	34	100	531
Mercurio	-39	2,8	357	72
Plomo	327	5,7	1730	220
Carbono	3540	5,7	4000	12000

Imagen 14: Tabla de calores latentes

Fuente: hernanleon1002.files.wordpress Autor: Desconocido Licencia: Desconocida

Para calcular el calor necesario para fundir ( $Q_{\text{fusión}}$ ) o vaporizar ( $Q_{\text{vaporización}}$ ) una determinada cantidad de sustancia se multiplica la masa de la sustancia por el valor del calor latente correspondiente.

$$(\text{Calor de fusión}) \quad Q_f = L_f \cdot m$$

$$(\text{Calor de vaporización}) \quad Q_v = L_v \cdot m$$

Para procesos de solidificación y de licuación sirven las mismas fórmulas y los mismos calores latentes, pero el signo del calor será negativo, si se desprende.

### Ejemplo 18

¿Qué cantidad de calor será necesaria para fundir una pieza de 300 g de hierro?

$m = 300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}$  (Hay que expresar la masa en kg ya que el calor latente está expresado en J/kg)

$L_f = 293000 \text{ J/kg}$

$Q_f = ?$

$Q_f = m \cdot L_f = 0,3 \text{ kg} \cdot 293000 \text{ J/kg} = \mathbf{87900 \text{ J}}$

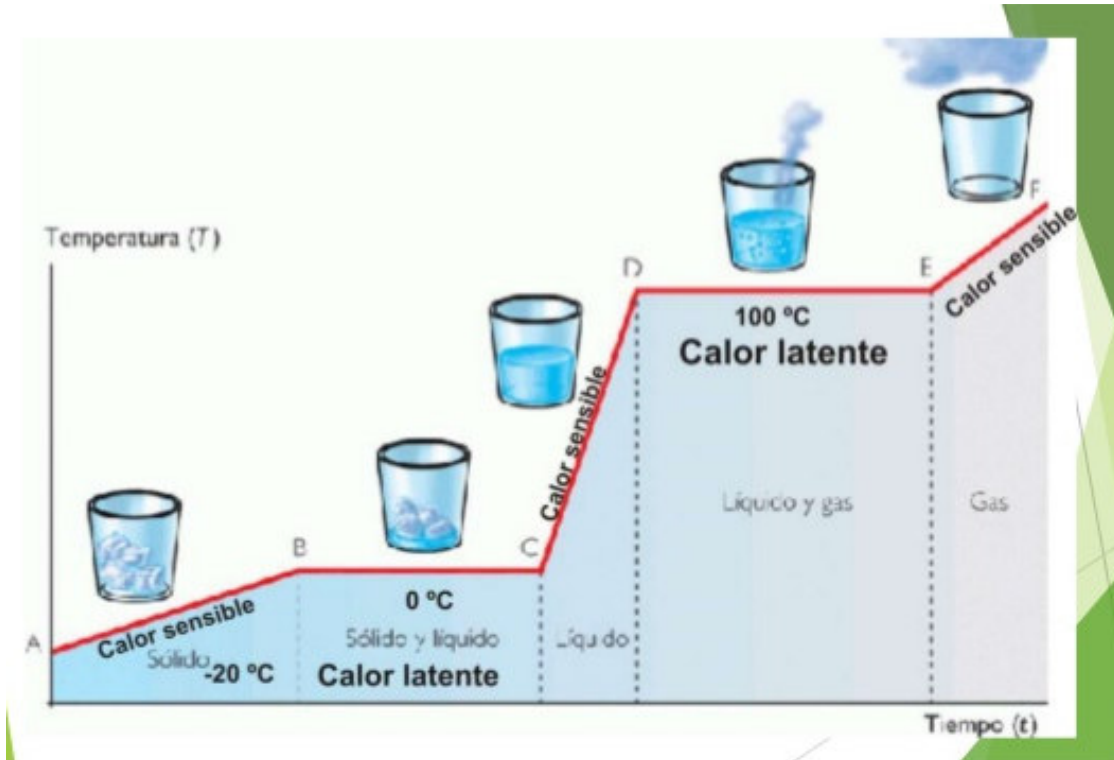


Imagen 15: Gráfica cambios de estado del agua.

Fuente: image.slidesharecdn. Autor: Desconocido Licencia: Desconocida



## Ejercicios resueltos

### Ejercicio 1

¿En cuál de las siguientes situaciones se realiza trabajo?

	a) Empujamos con fuerza la pared de la habitación
X	b) Levantamos un paquete del suelo
X	c) Empujamos el coche hasta el garaje
	d) Estudiamos

### Ejercicio 2

Como podemos observar en el dibujo:  $L_1 < L_2$  y  $\alpha > \beta$

Es decir, a mayor longitud de la cuerda menor ángulo entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento. La dirección de la fuerza con la que arrastramos el cuerpo es la misma que la de la cuerda cuando está tensada.

Al atar una cuerda de mayor longitud ( $L_2$ ) conseguimos que al tirar la cuerda forme con la dirección del desplazamiento un ángulo menor ( $\beta$ ), sin necesidad de agacharnos, siendo por tanto mayor el coseno de dicho ángulo. Con la misma fuerza realizamos un trabajo mayor.

Nota: El valor del coseno es máximo, vale 1, para un ángulo de  $0^\circ$ , y desciende hasta su valor mínimo, 0, al formar un ángulo de  $90^\circ$ .

### Ejercicio 3

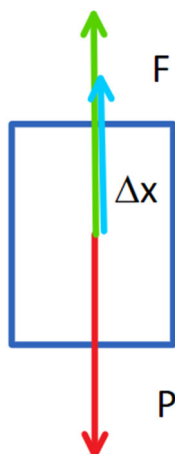
$$m = 800 \text{ kg}$$

$$h = 20 \text{ m}$$

$$W_{\text{grúa}} = ?$$

La Fuerza que hace la grúa para subir el coche a una velocidad constante es igual al peso del coche.

$$F_{\text{grúa}} = P_{\text{coche}}$$



$$W_{\text{grúa}} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

$$F = P = m \cdot g = 800 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} = 7840 \text{ N}$$

$$\Delta x = h = 20 \text{ m}$$

$$\alpha = 0^\circ \text{ (ya que } F \text{ e } \Delta x \text{ tienen la misma dirección y sentido)} \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$W_{\text{grúa}} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = P \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ = 7840 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} \cdot 1 = 156800 \text{ J}$$

$$\text{como } P = m \cdot g \text{ e } \Delta x = h, \text{ también se puede hacer así: } W_{\text{grúa}} = P \cdot \Delta x = m \cdot g \cdot h$$

Imagen 9: Fuerzas que actúan sobre el coche.

Fuente: Elaboración propia

Cuando una máquina o alguien eleva un cuerpo a una determinada altura, el trabajo que realiza para hacerlo es:  $W = P \cdot \Delta x = m \cdot g \cdot h$ , como se ha deducido anteriormente.

#### **Ejercicio 4**

$$m = 2 \text{ kg}$$

Inicialmente en reposo  $\rightarrow v_0 = 0 \text{ m/s}$

$$F_1 = 16 \text{ N}$$

$$F_r = 4 \text{ N}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

$$W_{F_1} = ?$$

$$W_{F_r} = ?$$

Para poder calcular el  $W$  realizado por cada fuerza:  $W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$ , tenemos que averiguar el desplazamiento del cuerpo ( $\Delta x$ ).

Como sobre el cuerpo actúa un sistema de fuerzas cuya resultante es distinta de cero, el cuerpo llevará un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

$$\Delta x = \text{espacio recorrido} = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Para poder calcular el espacio recorrido tenemos que hallar la aceleración  $a$  a la que se mueve el cuerpo, lo haremos aplicando la segunda Ley de Newton en el eje  $x$

$$R_x = F_1 - F_r = m \cdot a$$

$$16 \text{ N} - 4 \text{ N} = 2 \text{ kg} \cdot a$$

$$a = 6 \text{ m / sg}^2$$

Una vez conocida la aceleración podemos calcular el espacio recorrido en 3 s, utilizando la ecuación anterior

$$\Delta x = \text{espacio recorrido} = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ m/s}^2 \cdot (3\text{s})^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 = 27 \text{ m}$$

Para calcular el trabajo realizado por las dos fuerzas aplicamos la siguiente ecuación

$$W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 16 \text{ N} \cdot 27 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 16 \text{ N} \cdot 27 \text{ m} \cdot 1 = 432 \text{ J}$$

$$W_{F_r} = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 4 \text{ N} \cdot 27 \text{ m} \cdot \cos 180^\circ = 4 \text{ N} \cdot 27 \text{ m} \cdot (-1) = -108 \text{ J}$$

#### **Ejercicio 5**

El trabajo es el mismo el que realiza el obrero que el realizado por la grúa.

$$m = 200 \text{ kg}$$

$$g = 9,8 \text{ m / s}^2 = 9,8 \text{ N / kg}$$

$$h = 20 \text{ m}$$

$$\text{El } W \text{ realizado por ambos es } W = m \cdot g \cdot h = 200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} \cdot 20 \text{ m} = 39200 \text{ J}$$

Para calcular la potencia aplicamos la siguiente ecuación:  $P = W / t$

a) Potencia obrero:

$$t = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ minutos} = 30 \text{ minutos} \cdot 60 \text{ s / 1 minuto} = 1800 \text{ s}$$

$$P_{\text{obrero}} = W / t = 39200 \text{ J} / 1800 \text{ s} = 21,8 \text{ W}$$

b) Potencia grúa:

$$t = 2 \text{ minutos} = 2 \text{ minutos} \cdot 60 \text{ s / 1 minuto} = 120 \text{ s}$$

$$P_{\text{grúa}} = W / t = 39200 \text{ J} / 120 \text{ s} = 326,7 \text{ W}$$

### **Ejercicio 6**

$$1 \text{ CV} = 735 \text{ W}$$

$$P_{\text{obrero}} = 21,8 \text{ W} = 21,8 \text{ W} \cdot 1 \text{ CV} / 735 \text{ W} = \mathbf{0,03 \text{ CV}}$$

$$P_{\text{grúa}} = 326,7 \text{ W} = 326,7 \text{ W} \cdot 1 \text{ CV} / 735 \text{ W} = \mathbf{0,44 \text{ CV}}$$

### **Ejercicio 7**

$$m = 1500 \text{ kg}$$

$$h = 700 \text{ m}$$

$$E_p = ?$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 1500 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} \cdot 700 \text{ m} = 10290000 \text{ J} = 10290 \text{ kJ}$$

Cuando hablamos de cantidades grandes de energía podemos usar sus múltiplos, en este caso el kilojulio.  $1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J}$

### **Ejercicio 8**

Primero tenemos que expresar la masa en unidades del Sistema Internacional

$$m = 200 \text{ g} = 200 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$$

$$E_p = 2,94 \text{ J}$$

$$g = 9,8 \text{ N / kg}$$

$$h = ?$$

$$\text{como la } E_p = m \cdot g \cdot h$$

Despejamos la h de la ecuación anterior

$$\mathbf{h = E_p / m \cdot g = 2,94 \text{ J} / 0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N / kg} = 1,5 \text{ m}}$$

### **Ejercicio 9**

En primer lugar debemos pasar la velocidad a unidades del sistema internacional, es decir en m/s.

$$v = 108 \text{ km/h} = 108 \text{ km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 30 \text{ m/s}$$

$$m = 1000 \text{ kg}$$

$$E_c = ?$$

$$\mathbf{E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 30^2 \text{ (m/s)}^2 = 450000 \text{ J}}$$

### **Ejercicio 10**

Tenemos que completar la tabla con los datos que poseemos, utilizando la ecuación

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

a)  $m = 10 \text{ kg}$

$v = 20 \text{ m/s}$

$E_c = ?$

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 20^2 (\text{m/s})^2 = \mathbf{2000 \text{ J}}$$

b)  $v = 10 \text{ m/s}$

$E_c = 2000 \text{ J}$

$m = ?$

$$\text{como } E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

Despejamos la masa de la ecuación anterior

$$m = 2 \cdot E_c / v^2 = 2 \cdot 2000 \text{ J} / 10^2 (\text{m/s})^2 = \mathbf{40 \text{ kg}}$$

c)  $m = 5 \text{ kg}$

$E_c = 2250 \text{ J}$

$v = ?$

$$\text{como } E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$$

Despejamos la velocidad de la ecuación anterior

$$v^2 = 2 \cdot E_c / m = 2 \cdot 2250 \text{ J} / 5 \text{ kg} = 900 (\text{m/s})^2$$

$$\mathbf{v = 30 \text{ m/s}}$$

Masa (Kg)	Velocidad (m/s)	Energía cinética (J)
<b>10</b>	<b>20</b>	2000
40	<b>10</b>	<b>2000</b>
<b>5</b>	30	<b>2250</b>

### **Ejercicio 11**

En primer lugar, debemos pasar la velocidad a unidades del sistema internacional, es decir a m/s.

$$v = 36 \text{ km/h} = 36 \text{ km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$$

Como  $E_m = E_p + E_c$  y conocemos

$m = 3 \text{ kg}$

$v = 10 \text{ m/s}$

$h = 15 \text{ m}$

calcularemos sus  $E_p$  y  $E_c$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 15 \text{ m} = 441 \text{ J}$$

$$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 10^2 \text{ (m/s)}^2 = 150 \text{ J}$$

$$E_m = E_p + E_c = 441 \text{ J} + 150 \text{ J} = \mathbf{591 \text{ J}}$$

### **Ejercicio 12**

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$h = 30 \text{ m}$$

$$E_c = 9880 \text{ J}$$

$$v = ?$$

Para poder calcular la  $v$  debemos averiguar la  $E_c$  en ese punto, ya que  $E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$  conocida la  $E_c$ , se despejaría la  $v$  de la ecuación anterior.

$$\text{Como } E_m = E_p + E_c$$

Calculamos la  $E_p$  ya que conocemos la altura a la que se encuentra la niña y despejamos la  $E_c$  de la ecuación anterior.

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/Kg} \cdot 30 \text{ m} = 5880 \text{ J}$$

$$E_c = E_m - E_p = 9880 \text{ J} - 5880 \text{ J} = 4000 \text{ J}$$

Una vez conocida la  $E_c$ , se despeja la velocidad de la ecuación  $E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$

$$v^2 = 2 \cdot E_c / m = 2 \cdot 4000 \text{ J} / 20 \text{ kg} = 400 \text{ (m/s)}^2$$

$$\mathbf{v = 20 \text{ m/s}}$$

### **Ejercicio 13**

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$v = 60 \text{ m/s}$$

$$E_c = ?$$

$$E_p = ?$$

a) En el momento de lanzarlo

$$h = 0 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \mathbf{E_p = m \cdot g \cdot h = 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ J}}$$

$$v = 60 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad \mathbf{E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 60^2 \text{ (m/s)}^2 = 7200 \text{ J}}$$

$$E_m \text{ (punto más bajo)} = E_p + E_c = 0 \text{ J} + 7200 \text{ J} = 7200 \text{ J}$$

$$\text{b) } v = 20 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad \mathbf{E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 20^2 \text{ (m/s)}^2 = 800 \text{ J}}$$

Como la  $E_m$  se mantiene constante pues suponemos que no hay rozamiento

$$E_m = E_p + E_c$$

Despejamos la  $E_p$  de la ecuación anterior

$$E_p = E_m - E_c = 7200 \text{ J} - 800 \text{ J} = \mathbf{6.400 \text{ J}}$$

c)  $h = 120 \text{ m} \quad \rightarrow \quad E_p = m \cdot g \cdot h = 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 120 \text{ m} = \mathbf{4704 \text{ J}}$

Como la  $E_m$  se mantiene constante pues suponemos que no hay rozamiento

$$E_m = E_p + E_c$$

Despejamos la  $E_c$  de la ecuación anterior

$$E_c = E_m - E_p = 7200 \text{ J} - 4704 \text{ J} = \mathbf{2496 \text{ J}}$$

d) En el punto más alto se para ( $v = 0 \text{ m/s}$ )

$v = 0 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ kg} \cdot 0^2 \text{ (m/s)}^2 = \mathbf{0 \text{ J}}$

Como la  $E_m$  se mantiene constante pues suponemos que no hay rozamiento

$$E_m = E_p + E_c$$

Despejamos la  $E_p$  de la ecuación anterior

$$E_p = E_m - E_c = 7200 \text{ J} - 0 \text{ J} = \mathbf{7200 \text{ J}}$$

Al llegar al punto más alto, toda la  $E_c$  se transforma en  $E_p$  y, por tanto, toda la  $E_m$  es  $E_c$ .

#### **Ejercicio 14**

a) En el instante inicial, el árbitro sostiene el balón a muy poca altura del suelo; por lo que para simplificar los cálculos supondremos como referencia de alturas ( $h = 0 \text{ m}$ ), la altura desde la que se lanza el balón.

Expresamos la  $m$  en unidades del S.I.

$$m = 650 \text{ g} = 650 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,650 \text{ kg}$$

Por lo tanto, en el punto de lanzamiento

$h = 0 \text{ m} \quad \rightarrow \quad E_p = m \cdot g \cdot h = 0,650 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 0 \text{ m} = \mathbf{0 \text{ J}}$

$v = 7 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,650 \text{ kg} \cdot 7^2 \text{ (m/s)}^2 = \mathbf{15,925 \text{ J}}$

$$E_m \text{ (punto más bajo)} = E_p + E_c = 0 \text{ J} + 15,925 \text{ J} = \mathbf{15,925 \text{ J}}$$

b) c) y d) Como se supone que no hay rozamiento la  $E_m$  se conserva ( $E_m = \text{constante}$ ) y tendrá el mismo valor en cualquier punto del recorrido. Para estos apartados la

$$\mathbf{E_m = 15,925}$$

En todos los puntos de la trayectoria el balón posee la misma energía mecánica,  $E = 15,925 \text{ J}$ . Es decir, que dicho valor permanece constante a lo largo de la misma. Si sobre un cuerpo en movimiento sobre una superficie de la Tierra no actúa ninguna fuerza salvo la de la gravedad, su energía mecánica, es decir, la suma de la energía cinética y la energía potencial, permanece constante en todo momento.

### Ejercicio 15

Se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, un cuerpo con una velocidad de 80 m/s, calcula cuál es la altura máxima que alcanza.

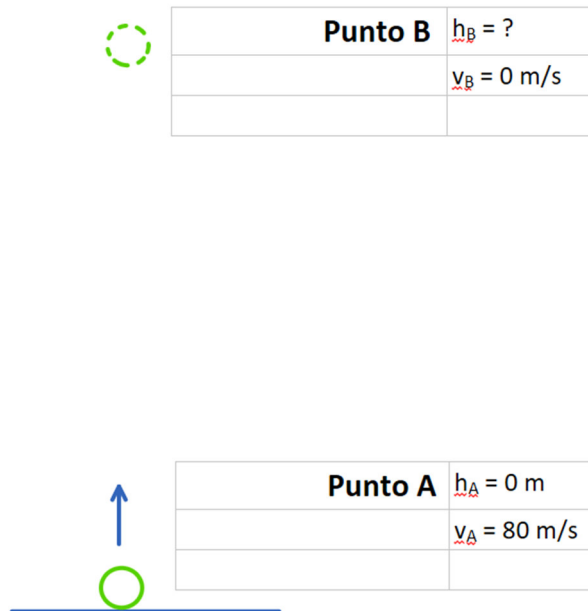


Imagen 12: Ejemplo tiro vertical  
Fuente: Elaboración propia

$$v = 80 \text{ m/s}$$

$$h \text{ máxima} = ?$$

Como la energía mecánica permanece constante porque se supone que no hay rozamiento

En punto más bajo (punto A) = En punto más alto (punto B)

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

$$0 \text{ J (ya que } h_A = 0 \text{ m)} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + 0 \text{ J (ya que la } v_B = 0 \text{ J)}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B$$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

$$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 = g \cdot h_B$$

Despejando  $h_B$  ( $h$  máxima)

$$h_B = v_A^2 / 2 \cdot g = 80^2 \text{ (m/s)}^2 / 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = \mathbf{326,5 \text{ m}}$$

A partir de los datos del ejercicio podemos calcular la altura máxima a la que llega el cuerpo pero no sus energías potencial, cinética y mecánica. Para ello, necesitamos conocer la masa del cuerpo.

### Ejercicio 16

**Se deja caer un cuerpo desde una altura de 180 m. Calcular la velocidad con que llega al suelo.**

Se deja caer significa que la  $v_A$  al soltarlo es 0 m/s (la velocidad en el punto más alto es 0). Este ejercicio es un ejemplo de caída libre de un cuerpo.

$$h_A = 180 \text{ m}$$

$$v_B = ?$$

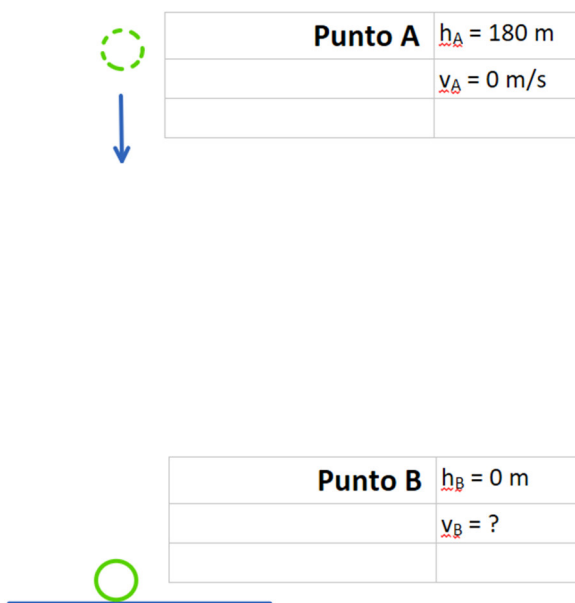


Imagen 13: Ejemplo caída libre.

Fuente: Elaboración propia.

Si suponemos que no hay rozamiento con el aire, la energía mecánica se conserva y, por tanto, la  $E_m$  en el punto de lanzamiento (punto más alto) es la misma que la  $E_m$  en su punto más bajo, con lo que las podemos igualar.

Em punto más alto (punto A) = Em punto más bajo (punto B)

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

$$m \cdot g \cdot h_A + 0 \text{ J (ya que la } v_A = 0 \text{ J)} = 0 \text{ J (ya que } h_B = 0 \text{ m)} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$$

Como la masa se encuentra en los dos miembros de la ecuación se puede eliminar

$$g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot v_B^2$$

Despejando  $v_B$  (velocidad con la que llega al suelo):

$$v_B^2 = 2 \cdot g \cdot h_A = 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 180 \text{ m} = 3528 \text{ (m/s)}^2$$

$$v_B = 59,4 \text{ m/s}$$



### **Ejercicio 17**

**Si se mezclan dos litros de agua a 40° C con un litro de agua a 20° C, ¿Cuál será la temperatura final?**

**Calor específico del agua = 4180 J / kg°C**

**Densidad del agua = 1 kg/l**

La temperatura final de la mezcla estará comprendida entre la temperatura del cuerpo que se encuentre a menor temperatura (20°C) y la temperatura del que esté a mayor temperatura (40°C). Es decir

$$20^{\circ}\text{C} < t_{\text{final}} < 40^{\circ}\text{C}$$

En este ejercicio en lugar de darnos la masa de agua nos dan su volumen. Como conocemos la densidad del agua. utilizaremos la fórmula  $d \text{ (densidad)} = m \text{ (masa)} / V \text{ (volumen)}$ .

Despejamos la masa de esa ecuación

$$m_{\text{cede}} = d \cdot V = 1 \text{ kg/l} \cdot 2 \text{ l} = 2 \text{ kg}$$

$$m_{\text{gana}} = d \cdot V = 1 \text{ kg/l} \cdot 1 \text{ l} = 1 \text{ kg}$$

El que se encuentre a menor temperatura ganará calor y el que se encuentre a mayor temperatura lo cederá.

$$m_{\text{gana}} = 1 \text{ kg}$$

$$t_i = 20^{\circ}\text{C}$$

$$t_f = ?$$

$$m_{\text{cede}} = 2 \text{ kg}$$

$$t_i = 40^{\circ}\text{C}$$

$$t_f = ?$$

Para aplicar la  $t_{\text{final}}$  aplicamos la siguiente ecuación  $Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{ganado}} = 0$

$$m_{\text{cede}} \cdot c_e \cdot (t_f - t_i) + m_{\text{gana}} \cdot c_e \cdot (t_i - t_f) = 0$$

y sustituimos los datos

$$2 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C} \cdot (t_f - 40)^{\circ}\text{C} + 1 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C} \cdot (40 - t_f)^{\circ}\text{C} = 0$$

$$8360 \cdot t_f - 334400 + 4180 \cdot t_f - 83600 = 0$$

$$12540 \cdot t_f - 418000 = 0$$

$$t_{\text{final}} = 418000 / 12540 = \mathbf{33,33^{\circ}\text{C}}$$

### **Ejercicio 18**

**Mezclamos medio kilo de hierro a 550°C con un litro de agua a 20°C. ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla?**

**Calor específico de hierro 0,50 cal/g °C**

**Calor específico del agua 1cal/g °C.**

Vamos a realizar ese ejercicio usando unidades distintas de las del Sistema Internacional y una mezcla con dos cuerpos distintos, en este caso agua y hierro. Calor en calorías, masa en gramos y temperatura en Celsius. Así podemos usar los calores específicos que nos da el problema.

La temperatura final de la mezcla estará comprendida entre la temperatura del cuerpo (agua) que se encuentre a menor temperatura (20°C) y la temperatura del que esté a mayor temperatura (550°C) (hierro). Es decir

$$20^{\circ}\text{C} < t_{\text{final}} < 550^{\circ}\text{C}$$

como el calor específico está expresado en cal/g . °C

la masa la expresaremos en g

El que se encuentre a menor temperatura ganará calor y el que se encuentre a mayor temperatura lo cederá.

$$V_{\text{agua}} = 1\text{l} \rightarrow m = d \cdot V = 1 \text{ kg/l} \cdot 1 \text{ l} = 1 \text{ kg}$$

$$m_{\text{gana}} = 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$c_{\text{e agua}} = 1 \text{ cal/g.}^{\circ}\text{C}$$

$$t_i = 20^{\circ}\text{C}$$

$$t_f = ?$$

$$m_{\text{cede}} = 0,5 \text{ kg} = 0,5 \text{ kg} \cdot 1000\text{g} / 1 \text{ kg} = 500 \text{ g}$$

$$t_i = 550^{\circ}\text{C}$$

$$c_{\text{e hierro}} = 0,5 \text{ cal/g.}^{\circ}\text{C}$$

$$t_f = ?$$

Para aplicar la  $t_{\text{final}}$  aplicamos la siguiente ecuación  $Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{ganado}} = 0$

$$m_{\text{cede}} \cdot c_{\text{e}} \cdot (t_f - t_i) + m_{\text{gana}} \cdot c_{\text{e}} \cdot (t_f - t_i) = 0$$

y sustituimos los datos

$$500 \text{ g} \cdot 0,5 \text{ cal/g.}^{\circ}\text{C} \cdot (t_f - 550)^{\circ}\text{C} + 1000 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal/g.}^{\circ}\text{C} \cdot (t_f - 20)^{\circ}\text{C} = 0$$

$$250 \cdot t_f - 137500 + 1000 \cdot t_f - 20000 = 0$$

$$1250 \cdot t_f - 157500 = 0$$

$$t_{\text{final}} = 157500 / 1250 = 126^{\circ}\text{C}$$